ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន

គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី ៩

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
លេខ: ៤៩៣ **អយក.បទ**

រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី០៧ ខែកុម្ភៈ ឆ្នាំ២០១៦

ជម្រាបមក

លោក លោកស្រីប្រធានមន្ទីរអប់រំ យុវជន និងកីឡារាជធានី ខេត្ត

កម្មវត្ថុ៖ ការអនុញ្ញាតឱ្យប្រើប្រាស់សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ។

សេចក្តីដូចមានចែងក្នុងកម្មវត្ថុខាងលើ ខ្ញុំសូមជម្រាបលោក លោកស្រីថា ក្រសួងអនុញ្ញាតឱ្យប្រើប្រាស់សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រថ្នាក់ទី៧ ទី៨ និងទី៩ ដើម្បីលើកកម្ពស់គុណភាព និងប្រសិទ្ធភាពនៃការបង្រៀននិងរៀននៅកម្រិតមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ។

ដើម្បីអនុវត្តខ្លឹមសារនេះប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាព លោក លោកស្រីត្រូវយកចិត្តទុកដាក់ប្រើប្រាស់ឯកសារនេះក្នុងគោលបំណង៖

១- បណ្តុះបណ្តាលគរុសិស្សនៅតាមមជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគ

២- បង្រៀនសិស្សានុសិស្សនៅតាមសាលាមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

៣- ធ្វើវិក្រឹតការគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិដើម្បីមានសមត្ថភាពក្នុងការបង្រៀន។

ក្រសួងសង្ឃឹមថា លោក លោកស្រីនឹងខិតខំយកចិត្តទុកដាក់ និងប្រើប្រាស់ឯកសារនេះឱ្យអស់លទ្ធភាព ដើម្បីពង្រឹងគុណភាពនៃការបង្រៀន និងរៀន សំដៅប្រែក្លាយគ្រូបង្រៀន និង សិស្សានុសិស្សឱ្យក្លាយជាអ្នកបង្រៀនល្អ និងរៀនល្អ។

រដ្ឋមន្ត្រីក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

បណ្ឌិត ហង់ ជួន ណារ៉ុន

ចម្លងជូន
- សាលារាជធានី ខេត្ត "ដើម្បីសូមជ្រាបជាព័ត៌មាន"
- អង្គភាពពាក់ព័ន្ធក្រោមឱវាទក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា "ដើម្បីជាព័ត៌មាន"
- មជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគរាជធានី ខេត្ត "ដើម្បីអនុវត្ត"
- កាលប្បវត្តិ
- ឯកសារ: នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និង វិក្រឹតការ

មាតិកា

ល.រ	អត្ថបទ	ទំព័រ
1	សេចក្តីណែនាំ	i
2	មាតិកា	ii
3	គណៈកម្មការ	iii
4	សមាមាត្រ	1-19
5	មធ្យមស្ថិតិ	20-40
6	ប្រូបាប	41-66
7	សមីការបន្ទាត់	67-98
8	រង្វង់ និងបន្ទាត់	99-127
9	លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់	128-164
10	សូលីត	165-192

គណៈកម្មការសម្របសម្រួល

ឯកឧត្តមបណ្ឌិត ណាត ប៊ុនរឿន	រដ្ឋលេខាធិការ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
ឯកឧត្តម ពុត សាមិត្ត	អគ្គនាយកនៃអគ្គនាយកដ្ឋានអប់រំ
ឯកឧត្តម លឹម សុធា	អគ្គនាយកនៃអគ្គនាយកដ្ឋានគោលនយោបាយ និងផែនការ
ឯកឧត្តមបណ្ឌិត សៀង សុវណ្ណា	នាយកវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ
ឯកឧត្តម លាង សេងហាក់	ទីប្រឹក្សាក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
លោក លី សទ្ធិ	អគ្គនាយករងនៃអគ្គនាយកដ្ឋានរដ្ឋបាល និងហិរញ្ញវត្ថុ
លោក ង៉ោ ប៉េងឡុង	ប្រធាននាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រឹតការ
លោក អ៊ឹង ង៉ោហុក	ប្រធាននាយកដ្ឋានមធ្យមសិក្សាចំណេះទូទៅ
លោក អោ សៀម	ប្រធាននាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា

គណៈកម្មការនិពន្ធ និងត្រួតពិនិត្យ

លោក ថៃ ហេង	អនុប្រធានការិយាល័យនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ
លោក ព្រំ ងួន	អនុប្រធានការិយាល័យនៃនាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា
លោក ហែមសុខលក្ខ័	មន្ត្រីជំនាញ នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រឹតការ
លោក ឌុច មករា	មន្ត្រីជំនាញ នាយកដ្ឋានមធ្យមសិក្សាចំណេះទូទៅ
លោក កូហ៊្យី តាកាហាស៊ី	ប្រធានគម្រោង STEPSAM3

មេរៀនទី 2 សមាមាត្រ

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី2 នេះមាន4 ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្របានត្រឹមត្រូវ
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយបានត្រឹមត្រូវ
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយកើន និងភាគរយថយបានត្រឹមត្រូវ
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងការប្រាក់បានត្រឹមត្រូវ។

វត្ថុបំណងទាំងនេះផ្តោតលើការអនុវត្តសមាមាត្រទៅនឹងជីវភាពរស់នៅ ហើយគ្រូត្រូវមានការយកចិត្តទុកដាក់ខ្ពស់ដើម្បីលើកទឹកចិត្តសិស្សក្នុងការប្រើចំណេះដឹង និងជំនាញអំពីសមាមាត្រតាមរបៀបផ្សេងៗ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀននេះបានកំណត់ការបង្រៀន12 ម៉ោងសិក្សាដូចមានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1 ខាងក្រោម 2ម៉ោងសិក្សាសម្រាប់ផ្នែកនីមួយៗ។ គ្រូអាចផ្លាស់ប្តូរផែនការបង្រៀនបានអាស្រ័យទៅលើកម្រិតយល់ដឹងរបស់សិស្ស និងសកម្មភាពដែលជាប្រតិបត្តិបន្ថែម។ ក្នុងមេរៀនទាំងមូល អាចប្រើប្រាស់ទំនាក់ទំនងសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ សម្រាប់ផលធៀបនិង $\frac{a}{b}=\frac{c}{100}$ សម្រាប់ភាគរយ និងដើម្បីឱ្យសិស្សមានជំនាញក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើទំនាក់ទំនងនេះ។

តារាងទី1 ផែនការបង្រៀនមេរៀនសមាមាត្រ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរង	ទំព័រ	សកម្មភាព
2	1. ចំណោទលើសមាមាត្រ	17– 19	- ធ្វើលំហាត់ប្រតិបត្តិដោយប្រើទំនាកទំនង $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ។ - ប្រើខ្នាតរបស់ចក្រភពអង់គ្លេស(អ៊ិញ, ម៉ាយ, ហ្វីត និងផោន) សម្រាប់ប្រតិបត្តិលើការបម្លែងខ្នាត។
2	2. ចំណោទលើភាគរយ	19 – 21	- ដោះស្រាយចំណោទលើភាគរយ។ - បង្កើតប្រតិបត្តិនៃសំណង់រូបដើម្បីបង្កើនការយល់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យក្នុងចំណោទ។
2	3. ចំណោទលើភាគរយកើន និងភាគរយថយ	21 - 23	- ដោះស្រាយចំណោទលើភាគរយកើន និងភាគរយថយជាមួយនឹងរូបជំនួយ។
2	4. ការប្រាក់	24 – 25	- ដោះស្រាយចំណោទលើការប្រាក់សមាស សកម្មភាពផ្សេងៗសិក្សាពីភាពខុសគ្នារវាងអត្រាការប្រាក់ទោល និងអត្រាការប្រាក់សមាស។
4	លំហាត់	26	- ធ្វើលំហាត់នៅទំព័រទី 26 ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

- ជួយសិស្សក្នុងការអភិវឌ្ឍជំនាញរបស់ពួកគេនៃគំនូសតាង ដើម្បីមើលឃើញពីលក្ខខណ្ឌដែលបានផ្តល់ឱ្យនៅក្នុងចំណោទនេះ ហើយសិស្សត្រូវយល់ដឹងពីប្រយោជន៍នៃគំនូសតាងនៅក្នុងការដោះស្រាយចំណោទទាំងនេះ។
- ត្រួតពិនិត្យមើលចំណេះដឹងរបស់សិស្សនៅលើខ្លឹមសារនៅដើមដំបូងនៃផ្នែកនីមួយៗ ដើម្បីទទួលបានព័ត៌មានអំពីរបៀបជាច្រើន ដែលពួកគេមានជាមួយនឹងវិធីសាស្ត្រដែលពួកគេត្រូវរៀន។
- ជំរុញឱ្យមានការប្រើប្រាស់ការគណនាការប្រាក់សមាសដែលមានលក្ខណៈស្មុគស្មាញ។ ដូចនេះបន្ថែមវិធីនៃការគិតក្នុងការសិក្សារបស់សិស្ស ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

រាល់ការចាប់ផ្តើមបង្រៀនសូមត្រួតពិនិត្យថាបើសិស្សរបស់អ្នកមានចំណេះដឹងខាងក្រោមនេះ នោះនឹងមិនមានសិស្សណាមានការលំបាកក្នុងការសម្រេចវត្ថុបំណងមេរៀននេះទេ។

1. **ចំណោទលើសមាមាត្រ**

   ទំនាក់ទំនងមូលដ្ឋាននៃ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ និងបម្លែងជា $ad = bc$ និង $a = b\times \frac{c}{d}$ ។

2. **ចំណោទលើភាគរយ**
   - អត្ថន័យនៃភាគរយ
   - វិធីក្នុងការគណនាភាគរយ។
3. **ចំណោទលើភាគរយកើន និងភាគរយថយ**
   - អត្ថន័យនៃភាគរយកើន និងភាគរយថយ
   - វិធីក្នុងការកំណត់ថ្លៃ។
4. **ការប្រាក់**
   - ហេតុអ្វីបានជាប្រជាជនចូលចិត្តផ្ញើប្រាក់ក្នុងធនាគារ?
   - អត្ថន័យនៃទម្រង់ការប្រាក់។

សមាមាត្រ

ផ្តោតលើការផ្តល់ឲ្យសិស្សក្នុងការប្រើចំណេះដឹងទូលាយនិង ជំនាញអំពីសមាមាត្រនៅក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់ពួកគេ។

ត្រួតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្ស

សំណួរទី1៖ តើអ្នកអាចឆ្លើយចម្លើយខាងក្រោមបានទេថាហេតុអ្វី?

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\rightarrow ad=bc$$

(ចម្លើយ គុណអង្គសងខាងនឹង bd។)

សំណួរទី2៖ បើ $\frac{13}{8} = \frac{52}{8}$

នោះចូររកតម្លៃនៃ x

(ចម្លើយ៖ $x = 32$)

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំមានកំហុសមួយចំនួននៅលើទំព័រនេះ។

ដូច្នេះ គ្រូបង្រៀនគួរតែកែវាឱ្យត្រឹមត្រូវក្នុងមេរៀននេះ ដើម្បីជៀសវាងការភាន់ច្រឡំរបស់សិស្ស។

មេរៀនទី

2 សមាមាត្រ

វត្ថុបំណង

- ❑ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ ។
- ❑ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយ ។
- ❑ ដោយស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយកើនឬ ថយ ។
- ❑ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងអត្រាការប្រាក់ ។

1. ចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ

ក្នុងសមាមាត្រ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ នោះគេទាញបាន $ad = bc$ ។

រូបមន្តនេះត្រូវបានប្រើប្រាស់ញឹកញាប់ក្នុងដំណោះស្រាយចំណោទ ដែលទាក់ទងនឹងការប្តូរឯកតានៃរង្វាស់រង្វាល់ ចំណោទភាគរយ ... ។

ប្រព័ន្ធនៃរង្វាស់រង្វាល់ដែលយើងធ្លាប់ប្រើមាន

km សម្រាប់ចម្ងាយផ្លូវ

kg សម្រាប់ម៉ាសនៃវត្ថុ

ប៉ុន្តែនៅប្រទេសដទៃក៏មានប្រព័ន្ធរង្វាស់រង្វាល់ផ្សេងទៀត ។

កែតម្រូវ
cmm→ cm

ដូចជា ម៉ាយ(*mile*) អ៊ីញ(*inch*) ហ្វីត(*feet*) សម្រាប់ចម្ងាយ និងផោន(*ld*) សម្រាប់ម៉ាស ។ ខាងក្រោមនេះជាភាពសមមូលរវាងឯកតានៃប្រព័ន្ធរង្វាស់រង្វាល់នៃប្រទេសផ្សេងៗ ។

កែតម្រូវ
1 ហ្វីត = 0.3048 m

1 ម៉ាយ	(1 *mile*) =	1.609 *km*
1 អ៊ីញ	(1 *inch*) =	2.54 *cmm*
1 ហ្វីត	(1 *feet*) =	0.3048 *km*
1 ផោន	(1 *ld*) =	0.453 *kg*

កែតម្រូវ
ផោន សរសេរជា lb (មិនមែន ld).

17

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូបង្រៀន

ហេតុអ្វីបានជាយើងសរសេរ “ផោន”ដោយ “*lb ?*

ពាក្យ “ផោន” មានដើមកំណើតមកពីពាក្យឡាតាំង “Libra pondo” (= “ផោននៃទំងន់” នៅក្នុងភាសាអង់គ្លេស)។ យើងប្រើ “LB” មកពីពាក្យ “libra” ។ ឯកតារូបិយប័ណ្ណនៃចក្រភពអង់គ្លេសផងដែរគឺ “ផោន” និងបានសរសេរជា “£ “និងសញ្ញានេះ ក៏បានមកពី L នៃ” libra “។

តើបណ្តាប្រទេសណាខ្លះដែលប្រើខ្នាតទាំងនេះ?

ខ្នាតទាំងនេះត្រូវបានរាយបញ្ជីនៅលើទំព័រនេះដូចជា អ៊ីញ ហ្វីត, ម៉ាយ និងផោនត្រូវបានគេហៅថា "ខ្នាតអធិរាជ" ។ ខ្នាតទាំងនេះត្រូវបានណែនាំឱ្យប្រើប្រាស់នៅក្នុងសតវត្សទី 19 សម្រាប់ប្រទេសក្រោមចក្រភពអង់គ្លេស។ ខ្នាតអធិរាជលែងមានការប្រើប្រាស់នាពេលបច្ចុប្បន្ននៅក្នុងប្រទេសជាច្រើនប៉ុន្តែសហរដ្ឋអាមេរិក និងចក្រភពអង់គ្លេសនៅតែប្រើខ្នាតទាំងនេះបើទោះបីជាពួកគេប្រើប្រព័ន្ធម៉ែតជាផ្លូវការក៏ដោយ។

លំហាត់គំរូទី 1 :

ក. ប្តូរ $1m$ ទៅជា *inch*

ខ. ប្តូរ $100km$ ទៅជា *mile*

គ. ប្តូរ $6feet$ ទៅជា m

ឃ. ប្តូរ $1kg$ ទៅជា *ld* ។

កែតម្រូវ 2.54 cm

ចម្លើយ :

ក. $1inch \rightarrow 2.45cm$

$xinch \rightarrow 1m$ ឬ $100cm$

$$\frac{1}{x} = \frac{2.54}{100}$$

$$2.54x = 100 \ , \ x = \frac{100}{2.45} = 39.37$$

ដូចនេះ $1m$ ត្រូវជា $39.37inch$ ។

កែតម្រូវ 62.1504.... ≈ 62.2

ខ. $1mile \rightarrow 1.609km$

$x \rightarrow 100km$

កែតម្រូវ x mile

$$\frac{1}{x} = \frac{1.609}{100}$$

$$1.609x = 100 \ , \ x = \frac{100}{1.609} = 62.1$$

ដូចនេះ $100km$ ត្រូវជា 62.1 *miles* ។

គ. $1feet \rightarrow 0.3048m$

$6feet \rightarrow x$

$$\frac{1}{6} = \frac{0.3048}{x}$$

$$x = 6 \times 0.3048 = 1.8288 \approx 1.83$$

ដូចនេះ $6feet$ ត្រូវជា $1.83m$ ។

ឃ. $1ld \rightarrow 0.453kg$

$x \rightarrow 1kg$

កែតម្រូវ x lb

$$\frac{1}{x} = \frac{0.453}{1}$$

$$x = \frac{1}{0.453} = 2.2$$

ដូចនេះ $1kg$ ត្រូវជា $2.2ld$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : អាងមួយអាចចំណុះទឹក 7 $650dm^3$ បើគេបញ្ចូលទឹកក្នុងល្បឿន $85dm^3$ ក្នុង 2 នាទី តើគេត្រូវប្រើពេលប៉ុន្មានទើបបញ្ចូលទឹកឱ្យពេញអាង ?

18

គ្រូតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្សមុនធ្វើលំហាត់គំរូទី1

សំណួរ៖ ផលធៀបប្រវែងនៃដំបងA ធៀបដំបង B គឺ 5 ធៀប 8 ។ បើដំបងប្រភេទ B មានប្រវែង 48 សង់ទីម៉ែត រកប្រវែងនៃដំបង A?

(ចម្លើយ៖ 30 សង់ទីម៉ែត)

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស៖ នៅពេលដែលធ្វើលំហាត់គំរូទី 1

- ធ្វើការកែកំហុសដែលចាំបាច់ក្នុងការបង្រៀនទំព័រនេះដូចជា "LB" សម្រាប់ផោន (មិនមែន "ld"ទេ) ។
- លើកទឹកចិត្តដល់សិស្សក្នុងការប្រើការគណនា ដូចនេះ គ្រូត្រូវតែផ្តោតកាន់តែច្រើនទៅលើវិធីនៃការបម្លែង។

គ្រូតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្សមុនធ្វើលំហាត់គំរូទី 2

សំណួរ៖ តើ 1 dm^3 មានប៉ុន្មាន cm^3?

(ចម្លើយ 1 000 cm^3)

1 dm = 10 cm

ការផ្តល់យោបល់សម្រាប់ការបង្រៀន ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀត

លំហាត់គំរូទី 1 លំហាត់គំរូទី 2 និងគំរូទី 3 អាចនឹងត្រូវបានដោះស្រាយបានក្នុងលក្ខណៈខុសៗគ្នា។ គ្រូបង្រៀនត្រូវដឹងពីដំណោះស្រាយតាមរបៀបផ្សេងទៀតដើម្បីផ្តល់ការណែនាំសមស្របដល់សិស្ស។

ឧទាហរណ៍ដូចជានៅក្នុង លំហាត់ ទី 1(a) យើងដឹងថា 1 អ៊ីញ = 2.54 សង់ទីម៉ែត្រដែលមានន័យថា1 សង់ទីម៉ែត្រ = $\frac{1}{2.54}$ អ៊ីញ។

ដូចនេះក្នុងមួយម៉ែត 1 = 100 សង់ទីម៉ែត្រ = 100 x $\frac{1}{2.54}$ = 39.37 អ៊ីញ ។

នៅក្នុងលំហាត់គំរូទី 2, ចំណោទនេះបានបង្ហាញថា 85 dm^3 ទឹកត្រូវបានចាក់ចូលទៅក្នុងធុងមួយ រយៈពេល 2 នាទី ដែលមានន័យថា (85 ÷2) dm^3 ទឹកត្រូវបានចាក់នៅក្នុង 1 នាទី។ ដូចនេះ ដើម្បីចាក់ទឹកបំពេញធុង វានឹងត្រូវការរយៈពេល

7650 ÷ $\frac{85}{2}$ = 7650 x $\frac{2}{85}$ = 180 នាទី= 3 ម៉ោង។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស បន្ទាប់ពីធ្វើលំហាត់គំរូទី 3

វានឹងធ្វើឱ្យសិស្សចាប់អារម្មណ៍លើការត្រួតពិនិត្យមើលពីរបៀបដែលមានល្បឿនលឿនពេកដែលកង់នេះផ្លាស់ទី។ ប្រសិនបើអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់កង់នេះគឺ 60 សង់ទីម៉ែត នោះបរិមាត្ររបស់វាស្មើនឹង 60 π សង់ទីម៉ែត្រ។
នៅពេលដែលកង់នេះវិលបាន 1750 ជុំក្នុង 5 វិនាទីឬ 1750/5 = 350 ជុំក្នុងមួយវិនាទី នាំឱ្យកង់នេះផ្លាស់ទីទៅមុខបានល្បឿន

60 π x350 = 65940 សង់ទីម៉ែត្រ / s

= 659.4 ម៉ែត / s

ល្បឿនកង់លឿនជាងល្បឿនសំលេង!

ត្រួតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្ស មុនពេលបង្រៀនផ្នែកទី 2

សំណួរ៖ មានសិស្សស្រី 54នាក់នៅក្នុងចំណោមសិស្សទាំងអស់ 120 នាក់នៃសិស្សថ្នាក់ទី 9 ។ តើសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់ទី 9 មានប៉ុន្មានភាគរយ?

(ចម្លើយ៖ 45%)

ចម្លើយ : បើ t ជារយៈពេលសម្រាប់បញ្ចូលទឹកពេញអាង

$85dm^3$ ប្រើពេល $2mn$

$7\ 650dm^3$ ប្រើពេល $t\ mn$

$\frac{85}{7\ 650} = \frac{2}{t}$, $85t = 2\times 7\ 650$, $t = \frac{2\times 7\ 650}{85} = 180mn$

$t = 180mn$ ឬ $t = 3h$ ដូចនេះ $t = 3h$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : បើកង់វិលបាន 1750 ជុំក្នុងរយៈពេល 5 វិនាទី តើក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោងវាវិលបានប៉ុន្មានជុំ ?

ចម្លើយ : តាង n ជាចំនួនជុំដែលកង់នោះវិលក្នុងមួយម៉ោង

$1\ 750$ ជុំប្រើពេល $5s$

n ជុំប្រើពេល $3\ 600s$ (ព្រោះ $1h = 3\ 600s$)

$\frac{1\ 750}{n} = \frac{5}{3\ 600}$ ឬ $5n = 1\ 750\times 3\ 600$

$n = \frac{1\ 750\times 3\ 600}{5} = 1\ 260\ 000$

ដូចនេះ កង់វិលបាន 1 260 000 ជុំក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោង ។

ប្រតិបត្តិ : ពីភពព្រះចន្ទមកភពផែនដីមានចម្ងាយប្រមាណ 240 000 *mile* ។ បើគេប្រើវិទ្យុទាក់ទងដែលមានល្បឿន 186 000 *mile* ក្នុងមួយវិនាទីដើម្បីទាក់ទងគ្នា តើគេត្រូវប្រើពេលអស់ប៉ុន្មានទើបទទួលសញ្ញាចេញពីភពព្រះចន្ទ ?

ចម្លើយប្រតិបត្តិ: 1.29 s

2. ចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : នារីធ្វើតេស្តបានពិន្ទុ 8 ហើយបូណាបានពិន្ទុ 6 តើពិន្ទុបូណាត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយនៃពិន្ទុនារី ?

ពិន្ទុបូណាធៀបនឹងពិន្ទុនារីតាងដោយប្រភាគ $\frac{6}{8}$

ភាគរយនៃពិន្ទុបូណាធៀបនឹងពិន្ទុនារីតាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{6}{8} = \frac{n}{100}$, $8n = 600$, $n = \frac{600}{8} = \frac{6}{8}\times 100 = 75$

ដូចនេះពិន្ទុបូណាត្រូវជា 75% នៃពិន្ទុនារី ។

19

ការផ្តល់យោបល់សម្រាប់ការបង្រៀន សមាមាត្រ និងភាគរយ

ចំពោះសិស្សទាំងនោះដែលត្រូវការរំលឹកឡើងវិញនូវចំណេះដឹងនៃសមាមាត្រ និងភាគរយ គ្រូអាចផ្តល់ការណែនាំដូចខាងក្រោម៖

ប្រសិនបើផលធៀបនៃ A លើ B មួយដែលស្មើនឹងផលធៀបនៃ C លើDទំនាក់ទំនងនេះត្រូវបានបញ្ជាក់នៅក្នុងទម្រង់

$$A : B = C : D \quad \text{ឬ} \quad \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

នេះអាចត្រូវបានអនុវត្តទៅជាពីរចំនួនដែលមានទំនាក់ទំនងនៅក្នុងសមាមាត្រ។(ឧទាហរណ៍ដូចជា ពេលវេលា និងមាឌនៅក្នុងលំហាត់គំរូទី 2 ខាងលើ)

ភាគរយគឺជាផលធៀបទៅនឹង 100 ត្រូវបានបញ្ជាក់នៅក្នុងទម្រង់

$$A : B = C : 100 \quad \text{ឬ} \quad \frac{A}{B} = \frac{C}{100}$$

ភាគច្រើននៃចំណោទនៅលើភាគរយទាមទារអោយមានការប្រើប្រាស់ទំនាក់ទំនងដូចដែលយើងបានឃើញនៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 1 នៃផ្នែកទី 2 ខាងលើ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ពូសុខរកបានប្រាក់ចំណូល 30 000៛ ចំណែកឯមីងសំរកបាន 25 000៛ រកភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលពូសុខធៀបនឹងមីងសំ ។

ប្រាក់ចំណូលនៃពូសុខធៀបនឹងមីងសំតាងដោយប្រភាគ $\frac{30\ 000}{25\ 000} = \frac{6}{5}$

ភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលពូសុខធៀបនឹងមីងសំតាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{6}{5} = \frac{n}{100}$, $5n = 600$, $n = \frac{600}{5} = \frac{6}{5} \times 100 = 120$

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណូលពូសុខត្រូវជា 120% នៃប្រាក់ចំណូលមីងសំ ។

ជាទូទៅ : ភាគរយនៃ a ធៀបនឹង b ត្រូវជា $\frac{a}{b} \times 100$ % ។

លំហាត់គំរូទី 1 : វិសាលរកប្រាក់បាន 300 000៛ ក្នុងមួយខែ ហើយសន្សំទុកបាន 60 000៛ រកភាគរយនៃប្រាក់ដែលវិសាលបានសន្សំទុក ។

ចម្លើយ : ភាគរយនៃប្រាក់ដែលវិសាលសន្សំទុកបាន

$$\frac{60\ 000}{300\ 000} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : សុខឆ្លៀតពេលជួយលក់កាសែតឱ្យគេបានប្រាក់សរុប 75 000៛ ហើយទទួលបានប្រាក់កម្រៃ 6 000៛ ។ រកភាគរយនៃប្រាក់កម្រៃនេះ ។

ចម្លើយ : ភាគរយនៃប្រាក់កម្រៃធៀបនឹងប្រាក់ដែលគេលក់បាន

$$\frac{6\ 000}{75\ 000} \times 100\% = 8\%$$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : សុខត្រូវរកប្រាក់ឱ្យបាន 35 លានរៀលសម្រាប់សង់លំនៅស្ថានមួយ ឥឡូវនេះគាត់សន្សំបាន 60% នៃប្រាក់នេះហើយ ។ រកប្រាក់ដែលគាត់សន្សំបាន ។

ចម្លើយ : តាង x ជាប្រាក់ដែលសន្សំបានគិតជាលានរៀល

ប្រាក់សន្សំបានធៀបនឹងប្រាក់ 35 លានរៀលតាងដោយប្រភាគ $\frac{x}{35}$

ដោយដឹងថាភាគរយនៃប្រាក់សន្សំធៀបនឹងប្រាក់ 35 លានរៀលស្មើនឹង 60% ហេតុនេះភាគរយនោះតាងដោយប្រភាគ $\frac{60}{100}$

យើងបាន $\frac{x}{35} = \frac{60}{100}$, $\frac{x}{35} = \frac{6}{10}$, $10x = 6 \times 35$, $x = 21$

ដូចនេះ គាត់សន្សំបានប្រាក់ 21 លានរៀល ។

20

ឧទាហរណ៍ទី2 សំណួរដំបូង

បន្ទាប់ពីអានប្រយោគសំណួររួចសួរសិស្សថា

- តើផលធៀបនៃប្រាក់ចំណូលរបស់ពូសុខលើប្រាក់ចំណូលរបស់មីងសំស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
- បើចំនួនភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលរបស់ពូសុខធៀបនឹង ប្រាក់ចំណូលរបស់មីងសំស្មើនឹង n/100 តើអ្នកអាចរកបានទំនាក់ទំនងអ្វី?

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស សម្រាប់លំហាត់គំរូទី1 និងទី2

សិស្សអាចប្រើទំនាក់ទំនងសមមូល

A : B = C : 100 ឬ $\frac{A}{B} = \frac{C}{100}$

សម្រាប់លំហាត់នេះ

លំហាត់គំរូទី 3 សំណួរដំបូង

បន្ទាប់ពីអានប្រយោគសំណួររួចសួរសិស្សថា

- តើ 35 លានស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

(ចម្លើយ 3500 ម៉ឺន ឬ 5000000 ...)

- តើយើងអាចគណនា 60% នៃ 35 លានស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

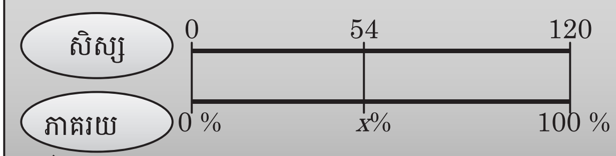
(ចម្លើយ 35 លាន x 60/100)

ជំនួយសម្រាប់ការបង្រៀន ការបង្ហាញចំណោទនៅលើភាគរយ (I)

ជាញឹកញាប់សិស្សតែងមានអារម្មណ៍ថាមានការលំបាកក្នុងការដោះស្រាយចំណោទនៅលើភាគរយ។ វិធីសាស្ត្រដ៏មានប្រសិទ្ធភាពមួយដើម្បីបង្រៀនមេរៀននេះគឺគូសរូបមួយដូចដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម៖

ឧទាហរណ៍A

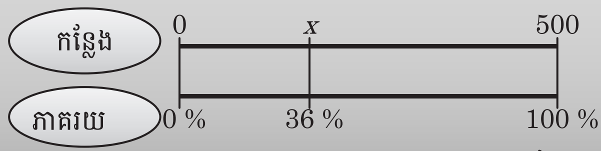
មានសិស្សស្រីចំនួន 54នាក់នៅក្នុងចំណោមសិស្សសរុបចំនួន 120នាក់។ តើសិស្សស្រីមានចំនួនប៉ុន្មានភាគរយ?



→ $54 : 120 = x : 100$, $x = 45$ 45 %

ឧទាហរណ៍B

ក្នុងរោងភាពយន្តមួយមានកៅអី 500 កន្លែង និង 36% គ្មានអ្នកអង្គុយ ។ តើមានកៅអីប៉ុន្មានកន្លែងដែលគ្មានអ្នកអង្គុយ?

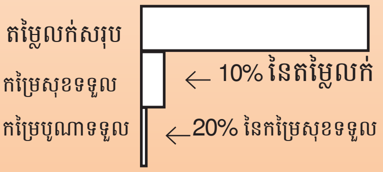


→ $x : 500 = 36 : 100$, $x = 180$ 180 កន្លែង

ការណែនាំដល់សិស្ស

សម្រាប់លំហាត់ទី 4

គំនូសតាងដូចខាងក្រោមនេះនឹងជួយសិស្សឱ្យមើលឃើញនិងអាចដោះស្រាយលំហាត់គរូទី 4 បាន។ តម្លៃលក់សរុប



ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាង x ជាតម្លៃលក់ដី នោះយើងបាន

$$\frac{1800}{x} = \frac{3}{100}$$

$3x = 1800 \times 100 = 180000$

$x = 60000$

ចម្លើយ៖ 60000 រៀល

គ្រូតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្ស

មុនធ្វើឧទាហរណ៍ទី1

សួរសិស្សនូវសំណួរដូចខាងក្រោម៖

-លើទូរទស្សន៍ឬប្រព័ន្ធផ្សព្វផ្សាយផ្សេងទៀតដែលអ្នកធ្លាប់បានឮគេនិយាយថា "... ត្រូវបានកើនឡើង ... "%?

លំហាត់គំរូទី 4 : សុខនិងបូណាបានសហការជួយលក់ទំនិញឱ្យក្រុមហ៊ុនមួយ ។ ក្រុមហ៊ុនឱ្យប្រាក់កម្រៃទៅសុខចំនួន 10% នៃប្រាក់ដែលបានលក់ ហើយសុខចែករំលែកទៅបូណាចំនួន 20% នៃប្រាក់ដែលបានទទួលពីក្រុមហ៊ុន ។ តើបូណាត្រូវទទួលបានប្រាក់ប៉ុន្មាន បើប្រាក់ដែលលក់បានស្មើនឹង 4 លានរៀល ។

ចម្លើយ : ដំបូងរកប្រាក់ដែលសុខទទួលពីក្រុមហ៊ុនដែលតាងដោយ x (ឯកតាគិតជាលានរៀល)

$\frac{x}{4} = \frac{10}{100}$, $100x = 40$, $x = \frac{40}{100} = 0.4$

សុខទទួលប្រាក់ពីក្រុមហ៊ុនបាន 0.4 លានរៀល បន្ទាប់មករកប្រាក់ដែលបូណាទទួលពីសុខតាងដោយ y (ឯកតាគិតជាលានរៀល) $\frac{y}{0.4} = \frac{20}{100}$, $100y = 8$, $y = \frac{8}{100} = 0.08$

ដូចនេះ បូណាទទួលពីសុខចំនួនទឹកប្រាក់ 0.08 លានរៀល ឬ 80000 រៀល ។

ប្រតិបត្តិ : ក្រុមហ៊ុនអចលនវត្ថុលក់ដីឱ្យគេដោយទទួលប្រាក់កម្រៃ 1 800 \$ ត្រូវជា 3% នៃថ្លៃដី ។ តើដីដែលត្រូវលក់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

3. ចំណោទនៃភាគរយកើន ឬ ថយ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បើគេបង្កើនចំនួនពី 4 ទៅ 5 ។ តើគេបានបង្កើនប៉ុន្មានភាគរយ ?

- 4 ជាចំនួនដើម
- 5 ជាចំនួនកើន
- $5 - 4 = 1$ កំណើន

កំណើនធៀបនឹងចំនួនដើមតាងដោយប្រភាគ $\frac{1}{4}$

ភាគរយនៃកំណើនធៀបនឹងចំនួនដើមតាង ដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{1}{4} = \frac{n}{100}$, $4n = 100$, $n = 25$

នាំឱ្យ $n = 25\%$

ដូចនេះ ភាគរយនៃកំណើនស្មើនឹង 25% ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បើគេបន្ថយចំនួនពី 5 មក 4 ។ តើគេបានបន្ថយអស់ប៉ុន្មានភាគរយ ?

- 5 ជាចំនួនដើម
- 4 ជាចំនួនថយ
- $5 - 4 = 1$ ជាតំហាយ

21

ជំនួយសម្រាប់ការបង្រៀន វិធីដើម្បីរកភាគរយកើន និងភាគរយថយ

នៅទំព័រទី 22 នៃសៀវភៅសិក្សាគោលនោះរូបមន្តសម្រាប់ភាគរយកើន និងភាគរយថយត្រូវបានផ្ដល់ដោយឡែកពីគ្នានៅក្នុងពីរទម្រង់ប៉ុន្តែយើងអាចបង្ហាញវាតែមួយទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

ភាគរយកើន / ភាគរយថយ = [(ផលដករវាងពីរចំនួន) / (ចំនួនដើម)]x 100%

ក្នុងឧទាហរណ៍ទី1 ផលដករវាងពីរចំនួន 5 – 4 = 1 និងចំនួនដើមគឺ 4 ដូចនេះ ភាគរយកើនគឺ $\frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$ ។

ម្យ៉ាងទៀតនៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី2 ផលដករវាងពីរចំនួនគឺ 5 – 4 = 1 និងចំនួនដើមគឺ 5 ដូចនេះ ភាគរយថយគឺ $\frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$ ។ អ្វីដែលសំខាន់នៅក្នុងការគណនានេះគឺដើម្បីដឹងពីអត្ថន័យនៃភាគរយកើននិងភាគរយថយ ហើយត្រូវតែដឹងថាចំនួនដើមគឺតែងតែនៅភាគបែងជានិច្ច។

តំហាយធៀបនឹងចំនួនដើមតាងដោយប្រភាគ $\frac{1}{5}$

ភាគរយនៃតំហាយធៀបនឹងចំនួនដើមតាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{1}{5} = \frac{n}{100}$, $5n = 100$, $n = 20$

នាំឱ្យ $n = 20\%$

ដូចនេះ ភាគរយនៃតំហាយស្មើនឹង 20% ។

កែតម្រូវ:

$\frac{b-a}{a}$ x 100%

$\frac{b-a}{b}$ x 100%%

ជាទូទៅ :

- បើគេបង្កើនពី a ទៅ b ភាគរយនៃកំណើន កំណត់ដោយ $\frac{b-a}{a}$ 100%
- បើគេបន្ថយពី b មក a ភាគរយនៃតំហាយកំណត់ដោយ $\frac{b-a}{b}$ 100%

លំហាត់គំរូទី 1 : សុខទិញខោមួយថ្លៃ 32 000៛ ជាតម្លៃមួយដែលគេបានបញ្ចុះតម្លៃអស់ 60% ។ ចូរកំណត់ថ្លៃខោនេះទៅពេលដែលគេមិនទាន់បញ្ចុះតម្លៃ ។

ចម្លើយ : n ជាតម្លៃដើម

32 000 ៛ ជាតម្លៃបញ្ចុះថ្លៃ

$\frac{n-32\ 000}{n} = \frac{60}{100}$ ឬ $\frac{n-32\ 000}{n} = \frac{6}{10}$

$$10(n-32\ 000) = 6n$$

$$10n - 320\ 000 = 6n$$

$$4n = 320\ 000\ ,\ n = \frac{320\ 000}{4} = 80\ 000$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមស្មើនឹង 80 000៛ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ឆ្នាំមុនសាលារៀនមួយទទួលបានសិស្សចំនួន 840 នាក់ ។ នៅឆ្នាំនេះទទួលសិស្សបាន 945 នាក់ ។ ចូរកំណត់ភាគរយនៃកំណើនសិស្ស ។

ចម្លើយ : កំណើននៃសិស្ស $945 - 840 = 105$

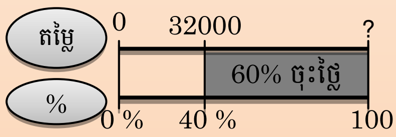
ភាគរយនៃកំណើន $\frac{105}{840} \times 100\% = 12.5\%$

ដូចនេះ នៅឆ្នាំនេះចំនួនសិស្សកើន 12.5% ។

22

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស
ការធ្វើលំហាត់គំរូទី1

ដូចដែលបានណែនាំម្តងហើយម្តងទៀត គំនូររូបតាងនេះនឹងជួយដល់សិស្សយល់អំពីចំណោទនេះ។



ដោយគេចុះថ្លៃ 60 % ពីតម្លៃដើម នៅតម្លៃលក់គឺ 32000រៀលគឺស្មើនឹង 40 % នៃតម្លៃដើម។

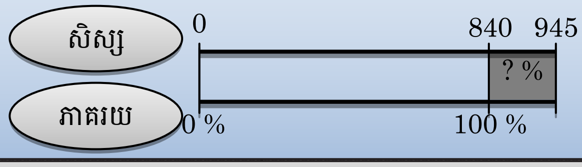
ដូចនេះ: $\frac{32000}{x} = \frac{100-60}{100}$

នាំឱ្យ $x = 80000$

ចម្លើយ៖ 80000 រៀល

គ្រូតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្សក្នុងលំហាត់ទី1

ដូចដែលបានណែនាំម្តងហើយម្តងទៀត គំនូររូបតាងនេះនឹងជួយដល់សិស្សយល់អំពីចំណោទនេះ។



ជំនួយសម្រាប់ការបង្រៀនសំណួរបីប្រភេទលើភាគរយ

ប្រសិនបើយើងក្រឡេកមើលទំនាក់ទំនង $\frac{A}{B} = \frac{C}{100}$ នោះយើងអាចរកឃើញមានតម្លៃ 3 គឺ A, B និង C នេះមានន័យថា យើងអាចរៀបចំសំណួរ 3 ប្រភេទសួរពីតម្លៃនៃ A, B ឬ C។

ឧទាហរណ៍ ប្រសិនបើមានសិស្សប្រុស 312 នាក់ក្នុងចំណោមចំនួនសិស្សសរុប 600នាក់នៃសាលារៀនមួយនោះ 52% គឺជាសិស្សប្រុស នឹងត្រូវបានសរសេរជា $\frac{312}{600} = \frac{52}{100}$។ យើងអាចបង្កើតចំណោទដែលមានទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

[1] មានសិស្ស 600 នាក់នៅក្នុងសាលារៀនមួយ និង 52% នៃពួកគេគឺជាសិស្សប្រុស។តើនៅក្នុងសាលារៀននេះមានសិស្សប្រុសប៉ុន្មាននាក់?	[2] នៅក្នុងសាលារៀនមួយមានសិស្សប្រុស 312 នាក់ ដែលស្មើ 52% នៃសិស្សសរុប។ តើមានសិស្សសរុបក្នុងសាលារៀននេះមានប៉ុន្មាននាក់?	[3] នៅក្នុងសាលារៀនមួយមានសិស្សប្រុស 312 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្សសរុបចំនួន600នាក់។ តើចំនួនភាគរយនៃសិស្សប្រុសមានប៉ុន្មាន?

គ្រូតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្ស៖

មុនពេលដោះស្រាយលំហាត់គំរូទី 3 និងគំរូទី 4 គ្រូគួរតែសួរសិស្សនូវសំណួរដូចខាងក្រោម៖

- តើអ្នកអាចពន្យល់ពីរបៀបកំណត់តម្លៃបានដែរឬទេ?

(ចម្លើយ តម្លៃដើម + ប្រាក់ចំណេញ= តម្លៃលក់)

លំហាត់គំរូទី 3 : រកតម្លៃដើមនៃសម្ភារៈមួយដែលបន្ទាប់ពីបង្កើន 30% លក់ក្នុងតម្លៃ 780 ។

ចម្លើយ : តាង n ជាចំនួនដើម បន្ទាប់ពីរបង្កើនដល់ 780

កំណើន $780 - n$

ភាគរយនៃកំណើន $\frac{780-n}{n} = \frac{30}{100}$

$$\frac{780-n}{n} = \frac{3}{10}$$

$$7\ 800 - 10n = 3n$$

$$7\ 800 = 10n + 3n$$

$$13n = 7\ 800 \ ,\ n = 600$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមស្មើនឹង 600 ។

លំហាត់គំរូទី 4 : រកតម្លៃដើមនៃសម្ភារៈមួយដែលបន្ទាប់ពីបញ្ចុះតម្លៃ 40% លក់ក្នុងតម្លៃ 3 600៛ ។

ចម្លើយ : តាង n ជាចំនួនដើម បន្ទាប់ពីថយស្មើនឹង 3 600

តំហាយ $n - 3\ 600$

ភាគរយនៃតំហាយ $\frac{n-3\ 600}{n} = \frac{40}{100}$

$$\frac{n-3\ 600}{n} = \frac{4}{10}$$

$$10(n-3\ 600) = 4n$$

$$10n - 36\ 000 = 4n$$

$$10n - 4n = 36\ 000$$

$$6n = 36\ 000$$

$$n = 6\ 000$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមស្មើនឹង 6 000៛ ។

ប្រតិបត្តិ :

ក. ប្រេងសាំងពីមុនលក់ 1 លីត្រថ្លៃ 4 800៛ ឥឡូវនេះលក់ថ្លៃតែ 4 200៛ ។ តើប្រេងសាំងចុះថ្លៃអស់ប៉ុន្មានភាគរយ ?

ខ. ឆ្នាំទៅសាលារៀនមួយទទួលសិស្សបានតែ 800 នាក់ ។ ប៉ុន្តែឆ្នាំនេះ ការទទួលសិស្សបានកើនឡើង 10% ។ រកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំនេះ ។

23

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

(a) ផលដកនៃតម្លៃសាំងគឺ

4800 – 4200 = 600 រៀល

ចំនួនភាគរយថយគឺ

$$\frac{600}{4800} \times 100\ \% = \frac{1}{8} \times 100\%$$

$$= 12.5\ \%$$ ។

ចម្លើយ 12.5 %

(b) កំណើនសិស្សគឺ

$$800 \times \frac{10}{100} = 80$$

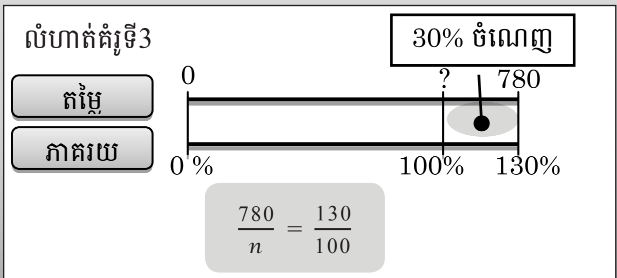
ដូចនេះចំនួនសិស្សក្នុងឆ្នាំនេះគឺ

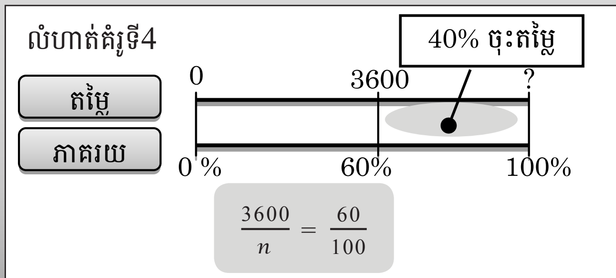
800 + 80 = 880

ចម្លើយ 880 នាក់

ជំនួយសម្រាប់ការបង្រៀន៖ ការបង្ហាញចំណោទនៅលើភាគរយ (II)

លំហាត់គំរូទី1 ដល់ទី 4 ខាងលើនេះគឺសុទ្ធតែជាចំណោទលើភាគរយនៅក្នុងកម្រិតស្តង់ដារ។ ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងលំហាត់គំរូទី1 និងទី2 នៅលើទំព័រមុន គំនូសតាងពិតជាអាចជួយដល់ការយល់ដឹងពីបញ្ហានិងរកដំណោះស្រាយ។ នៅក្នុងលំហាត់គំរូទី3 និងទី 4 យើងអាចជួយសិស្សរកដំណោះស្រាយតាមរយៈគំនូសតាងដូចខាងក្រោម៖





4. ការប្រាក់

បើគេយកប្រាក់ 100៛ ទៅចងការក្នុងមួយឆ្នាំ គេបានការប្រាក់ 8៛ ។

ការប្រាក់ធៀបនឹងប្រាក់ដើម តាងដោយប្រភាគ $\frac{8}{100}$ ឬ ជាភាគរយ 8% ហៅថាអត្រានៃការប្រាក់ ។

ឧទាហរណ៍ : មីងសំយកប្រាក់ 400 000៛ ទៅដាក់យកការប្រាក់ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ បើគាត់នៅតែបន្តដាក់យកការប្រាក់ជាបន្តបន្ទាប់រហូតដល់ឆ្នាំទី 4 តើប្រាក់គាត់នឹងកើនបានប៉ុន្មាន ? គាត់តម្កល់ទុកទាំងការប្រាក់និងប្រាក់ដើម ។

នៅឆ្នាំទី 1 ប្រាក់សរុប $P_1 = 400\ 000 + 400\ 000 \times \frac{8}{100} = 400\ 000 + 32\ 000 = 432\ 000$៛

នៅឆ្នាំទី 2 ប្រាក់សរុប $P_2 = 432\ 000 + 432\ 000 \times \frac{8}{100} = 432\ 000 + 34\ 560 = 466\ 560$៛

នៅឆ្នាំទី 3 ប្រាក់សរុប $P_3 = 466\ 560 + 466\ 560 \times \frac{8}{100} = 466\ 560 + 37\ 324.8 = 503\ 884.8$៛

នៅឆ្នាំទី 4 ប្រាក់សរុប $P_4 = 503\ 884.8 + 503\ 884.8 \times \frac{8}{100} = 503\ 884.8 + 40\ 310.7$

$= 544\ 195.5$៛

ឃើញថាប្រាក់របស់គាត់បានកើន $544\ 195.5 - 400\ 000 = 144\ 195.5$៛

បើធៀបនឹងប្រាក់ដើម $\frac{144\ 195.5}{400\ 000} \times 100\% = 36\%$

ប្រាក់គាត់បានកើនឡើង 36% ក្នុងរយៈពេល 4 ឆ្នាំនេះ ។

កែតម្រូវ 544195.584 ≈ 544195.6

ជាទូទៅ :

- បើ p_o ជាប្រាក់ដើម r ជាអត្រាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ហើយ t ជារយៈពេលនៃការដាក់យកកម្រៃ ។

ឆ្នាំទី 1 : $P_1 = P_o + rP_o = P_o(1+r)$

ឆ្នាំទី 2 : $P_2 = P_o(1+r) + P_o(1+r)r = P_o(1+r)(1+r) = P_o(1+r)^2$

ឆ្នាំទី 3 : $P_3 = P_o(1+r)^2 + P_o(1+r)^2 r = P_o(1+r)^2(1+r) = P_o(1+r)^3$

ឆ្នាំទី t : $P_t = P_o(1+r)^t$

- ប្រាក់សរុប $P = P_o(1+r)^t$ ។

24

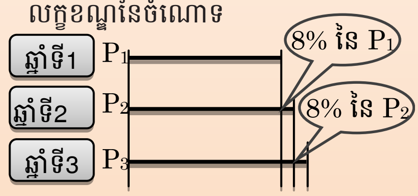
ត្រួតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្ស

សំណួរទី1 តើអ្នកដឹងទេថាបើយើងបានដាក់ប្រាក់នៅក្នុងធនាគារមួយ នោះ ប្រាក់វានឹងត្រូវបានកើនឡើងបន្ទាប់ពីយើងដាក់ក្នុងរយៈពេលជាក់លាក់ណាមួយ។

សំណួរទី2 តើអ្នកធ្លាប់បានឮពី "ការប្រាក់" ក្នុងរយៈពេលណាមួយទេ?

ការណែនាំសម្រាប់សិស្ស សម្រាប់ឧទាហរណ៍

គំនូសតាងខាងក្រោមដើម្បីយល់លក្ខខណ្ឌនៃចំណោទ



ប្រាក់សរុបត្រូវបានកើនឡើង "8% ធៀបនឹងឆ្នាំចាស់" ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។

ឧទាហរណ៍ បើសិនជាអត្រាការប្រាក់ 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ នោះ100 រៀលនឹងទៅជា

នៅចុងឆ្នាំទី1

100 + 100 x 10% = 110 រៀល

នៅចុងឆ្នាំទី2

110 + 110 x10% = 121រៀល

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូបង្រៀនអត្រាការប្រាក់ទោល និងអត្រាការប្រាក់សមាស

មានពីរប្រភេទនៃការគណនាការប្រាក់ គឺការប្រាក់ទោលនិងការប្រាក់សមាស។ ឧទាហរណ៍ទាំងអស់ខាងលើត្រូវបានដោះស្រាយដោយប្រើអត្រាការប្រាក់សមាស។ ម្យ៉ាងទៀតអត្រាការប្រាក់ទោលត្រូវបានអនុវត្តទៅលើតែប្រាក់ដើមប៉ុណ្ណោះ។

ឧទាហរណ៍ បើយើងអនុវត្តអត្រាការប្រាក់ទោល 10% នៃប្រាក់ដើម 40000 រៀលនោះ៖

នៅចុងឆ្នាំទី1 → $40000 + 40000 \times \frac{10}{100} = 44000$　　នៅចុងឆ្នាំទី២ → $44000 + 40000 \times \frac{10}{100} = 48000$

តាមវិធីនេះការប្រាក់សរុបជារៀងរាល់ឆ្នាំថេរគឺ $40000 \times \frac{10}{100} = 4000$

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស៖

ដោយសារតែភាពស្មុគស្មាញនៃការគណនានោះគ្រូអាចអនុញ្ញាតឱ្យសិស្សប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ។ ប្រសិនបើមិនមានម៉ាស៊ីនគិតលេខប្រើប្រាស់ គ្រូបង្រៀនគួរតែពន្យល់ពីការគណនា និងផ្តល់នូវចំណោទណាដែលប្រើលេខងាយៗ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

បើយើងតាង x ជាអត្រាការប្រាក់ នោះយើងបាន

$$605000 = 500000 \times (1+x)^2$$

$$(1+x)^2 = \frac{605000}{500000} = \frac{121}{100} = \left(\frac{11}{10}\right)^2$$

ដោយ $1+x$ គឺជាចំនួនវិជ្ជមាននោះយើងបាន

$$1+x = \frac{11}{10} = 1.1$$

$$x = 0.1$$

ដូចនេះ អត្រាការប្រាក់គឺ 10 %

ចម្លើយ 10 %

សម្គាល់៖ មិនអនុញ្ញាតឲ្យសិស្សប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខក្នុងការដោះស្រាយចំណោទដែលប្រើការគណនាងាយនោះទេ។

បើគេផ្ទៀងផ្ទាត់ជាមួយការគណនាខាងលើ $P = 400\ 000\left(1+\frac{8}{100}\right)^4 = 400\ 000(1.08)^4$

$= 400\ 000 \times 1.360\ 488\ 89$

$= 544\ 195.5$ ។

លំហាត់គំរូ : ពូសុខយកប្រាក់ p_o ទៅសន្សំយកការប្រាក់ដោយទទួលការប្រាក់ 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើគាត់ត្រូវដាក់រយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបបានប្រាក់សរុបស្មើនឹងទ្វេដងនៃប្រាក់ដើម ?

ចម្លើយ : តាមរូបមន្ត $P = P_o(1+r)^t$

p_o ជាប្រាក់ដើម

r អត្រានៃការប្រាក់ $r = 0.1$

t រយៈពេលដែលដាក់ដើម្បីឱ្យបាន $P = 2P_o$

$2P_o = P_o(1+0.1)^t$ ឬ $(1.1)^t = 2$

ដើម្បីរក t គេគណនា $1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1$

$(1.1)^9 = 2.1$ យើងបាន $t = 9$

ហេតុនេះគាត់ត្រូវដាក់ប្រាក់រយៈពេល 9 ឆ្នាំ ។

ប្រតិបត្តិ : ពូសុខយកប្រាក់ 500 000 ៛ ទៅដាក់យកការប្រាក់ ពីរឆ្នាំក្រោយមកគេបានប្រាក់សរុប 605 000 ៛ ។ រកអត្រានៃការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

កែតម្រូវ:

$(1.1)1 = 1.1$ $(1.1)^2 = 1.21$

$(1.1)^3 \approx 1.33$ $(1.1)^4 \approx 1.46$
$(1.1)^5 \approx 1.61$ $(1.1)^6 \approx 1.77$
$(1.1)^7 \approx 1.94$ $(1.1)^8 \approx 2.14$
$(1.1)^9 \approx 2.35$

ដូចនេះតម្លៃនៃ$(1.1)^t$ លើស2 នៅឆ្នាំទី 8th ចម្លើយ $t = 8$

25

សកម្មភាពបន្ថែមលើ អត្រាការប្រាក់ទោលនិងអត្រាការប្រាក់សមាស។ តើធនាគារមួយណាដែលអ្នកគួរតែផ្ញើប្រាក់?

ធនាគារ A និងធនាគារ B ចាប់ផ្តើមសេវាថ្មី។ តើធនាគារមួយណាដែលអ្នកគួរតែផ្ញើប្រាក់?

ធនាគារ A : បើសិនអ្នកដាក់ប្រាក់10000 រៀល ក្នុងធនាគាររបស់យើង។ យើងនឹងឱ្យអត្រាការប្រាក់ទោល 15%ក្នុង១ឆ្នាំ សម្រាប់ការដាក់រយៈពេល10 ឆ្នាំ។	ធនាគារ B: បើសិនអ្នកដាក់ប្រាក់10000 រៀល ក្នុងធនាគាររបស់យើង។ យើងនឹងឱ្យអត្រាការប្រាក់សមាស 10% ក្នុង1ឆ្នាំ សម្រាប់ការដាក់រយៈពេល 10 ឆ្នាំ។

ចម្លើយ (ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ) 0 1 1 1 1

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ធនាគារA	15%	10000	11500	13000	14500	16000	17500	19000	20500	22000	23500	25000
ធនាគារB	10%	10000	11000	12100	13310	14641	16105	17716	19488	21437	23581	25939

តាមការបង្ហាញក្នុងតារាងខាងលើយើងឃើញថាធនាគារ B ទទួលបានប្រាក់ច្រើនជាងធនាគារ A បើយើងដាក់ប្រាក់ 10000 សម្រាប់រយៈពេល10ឆ្នាំ។

លំហាត់

1. គណនា n ដែល
   - ក. 30% នៃ n ស្មើនឹង 48
   - ខ. 25% នៃ 28 ស្មើនឹង n
   - គ. 17 ជា n % នៃ 85
   - ឃ. n % នៃ 150 ស្មើនឹង 20
   - ង. n ស្មើនឹង 30% នៃ 400 ។
2. តេស្តមួយមាន 20 សំណួរ នារីធ្វើត្រូវបាន 17 សំណួរ ។ រកភាគរយនៃសំណួរដែលធ្វើត្រូវ ។
3. អាវមួយធ្លាប់លក់ថ្លៃ 25 000 រៀល ហើយឥឡូវលក់ 20 000 រៀល ។ ចូររកភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះថ្លៃ ។
4. សាលារៀន A មានសិស្ស 2 400 នាក់ ហើយសាលារៀន B មានសិស្ស 3 000 នាក់ ។ ចូររកភាគរយនៃសិស្សសាលារៀន A ធៀបនឹងសាលារៀន B ។
5. វណ្ណាចង់ទិញកង់មួយថ្លៃ 350 000 រៀល ឥឡូវនេះគាត់សន្សំបាន 60% នៃថ្លៃកង់រួចហើយ ។ តើគាត់នៅខ្វះប្រាក់ប៉ុន្មានទៀតទើបទិញកង់នោះបាន ?
6. សុខសន្សំបានប្រាក់ 60$ ដែលត្រូវជា 80% នៃតម្លៃម៉ាស៊ីនថតរូប ។ តើម៉ាស៊ីននោះថ្លៃប៉ុន្មាន ?
7. ឆ្នាំនេះសាលារៀនទទួលសិស្សបាន 4200 នាក់ ចូរលេខនេះកើនជាងឆ្នាំមុន 20% ។ ចូររកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់ ។
8. ទំនិញមួយបានលក់បញ្ចុះតម្លៃ 16% ដោយលក់ក្នុងតម្លៃ 4 200 រៀល រកតម្លៃមុនបញ្ចុះតម្លៃ ។
9. មីងសំបានខ្ចីប្រាក់ពីធនាគារ 1 លានរៀល ដែលមានអត្រាការប្រាក់ 12% ។ គាត់យកប្រាក់ 600 000 ៛ ទៅរកស៊ីចំណេញបាន 180 000 ៛ ហើយប្រាក់ដែលនៅសល់ 400 000 ៛ យកទៅបន្តចងការឱ្យគេក្នុងអត្រា 14% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ នៅពេលដំណាច់ឆ្នាំ តើមីងសំចំណេញឬខាត ?
10. នៅឆ្នាំនេះគេផ្តល់អាហារូបករណ៍ឱ្យសិស្សចំនួន 8% នៃសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ដើម្បីបន្តសិក្សានៅមហាវិទ្យាល័យ ។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលបានទទួលអាហារូបករណ៍ បើការប្រឡងសញ្ញាប័ត្រទុតិយភូមិជាប់ត្រឹមតែ 70% ក្នុងចំណោមបេក្ខជន 80 000 នាក់ ។

26

ចម្លើយនៃលំហាត់

1. (ក) 160 (ខ) 7 (គ) 20
   (ឃ) $\frac{40}{3}$ (ង) 120

2. $\frac{17}{20}\times 100 = 85\%$

ចម្លើយ៖ 85%

3. $\frac{25000-20000}{25000}\times 100 = 20\%$

ចម្លើយ៖ 20%

4. $\frac{2400}{3000}\times 100 = 80\%$

ចម្លើយ៖ 80%

5. ប្រាក់ដែលវណ្ណាសន្សំបាន

$350000 \times \frac{60}{100} = 210000$

ដូចនេះគាត់ត្រូវការប្រាក់

$350000 - 210000 = 140000$ រៀល

ចម្លើយ៖140000 រៀល

6. បើយើងតាង x ជាតម្លៃនៃម៉ាស៊ីនថត នោះយើងបាន

$x\times\frac{80}{100} = 60 \qquad x = 75$

ចម្លើយ៖ 75$

7. តាង x ជាចំនួនសិស្សនៅឆ្នាំចាស់ នោះ

$x\times\frac{100+20}{100} = 4200 \qquad x = 3500$

ចម្លើយ៖ 3500 នាក់

8. តាង x ជាតម្លៃមុនពេលចុះថ្លៃ នោះយើងបាន

$x\times\frac{100-16}{100} = 4200 \qquad x = 5000$

ចម្លើយ៖ 5000 រៀល

9. គិតពីប្រាក់បំណុលនិងប្រាក់ចំណូលរបស់នាងនៅចុងឆ្នាំ

(1) ប្រាក់បំណុលពីធនាគារ

1000000 រៀល $\rightarrow 1000000 \times\frac{100+12}{100} = 1120000$ រៀល

(2) ប្រាក់ចំណូលបានមកពីមុខជំនួញរបស់នាង

600000 រៀល $\rightarrow 600000 + 180000 = 780000$ រៀល

(3) ប្រាក់ចំណូលបានមកពីការប្រាក់

400000 រៀល $\rightarrow 400000 \times\frac{100+14}{100} = 456000$ រៀល

ប្រាក់ចំណូលសរុបគឺ $780000 + 456000 = 1236000$

ដោយ 1236000 រៀល ធំជាង 1120000 រៀល ដូចនេះនាងទទួលបានប្រាក់ចំណេញ

10 . ចំនួនសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់គឺ

$80000 \times\frac{70}{100} = 56000$ នាក់

ដោយ 8% នៃសិស្សប្រឡងជាប់ទទួលបានអាហារូបករណ៍ នោះចំនួន សិស្សដែលទទួលបានអាហារូបករណ៍គឺ

$56000 \times\frac{8}{100} = 4480$

ចម្លើយ៖ 4480 នាក់

សម្គាល់ តាមការណែនាំក្នុងទំព័រចាស់គឺលើកទឹកចិត្តសិស្សប្រើរូបតាង។

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

ឆ. ផលធៀប និងសមាមាត្រ

ផលធៀប

- ផលធៀបជាវិធីមួយសម្រាប់ប្រៀបធៀបបរិមាណ ។
- គេអាចសម្រួលផលធៀបដូចគ្នានឹងការសម្រួលប្រភាគដែរ ។

រូបខាងក្រោមនេះ បង្ហាញពីផលធៀបរវាងចំណុចពណ៌ស 6 និងចំណុចពណ៌ក្រហម 2 ឬ 3 ធៀបនឹង 1 ។

ការបែងចែកចំណែកតាមផលធៀបកំណត់

តារាចំណាយប្រាក់ 200 ៛ ដើម្បីទិញសន្លឹកឆ្នោតមួយសន្លឹកចូលគ្នា ជាមួយមិត្តរបស់វាឈ្មោះសុខ ដែលបានចំណាយប្រាក់អស់ 300 ៛ ក្នុងការទិញសន្លឹកឆ្នោតនេះដែរ ។ បើអ្នកទាំងពីរឈ្នះរង្វាន់បាន 10 000 ៛ តើត្រូវចែករង្វាន់នោះ ដោយរបៀបណា?

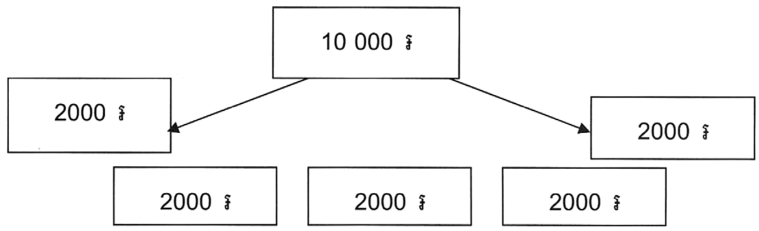
200 ធៀបនឹង 300 សម្រួលបានជា 2 ធៀបនឹង 3

បើចែកប្រាក់10 000 ៛ ជា 2 + 3 = 5 ចំណែក ហើយបន្ទាប់មកចែកចំណែកនោះ តាមផលធៀប 2 ធៀបនឹង 3 ។ 10 000 ៛ ចែកនឹង 5 ស្មើនឹង 2000 ៛ ។

ដូចនេះចំណែករបស់តារាត្រូវទទួលបាន 2 x 2000 ៛ ស្មើនឹង 4000 ៛ ។

ចំណែកសុខទទួលបាន 3 x 2000 ៛ ស្មើនឹង 6000 ៛ ។

យើងអាចផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយយក : 4000 ៛ + 6000 ៛ = 10 000 ៛ ។



សកម្មភាពទី ២២ :ដោះស្រាយចំណោទផលធៀប

អ្នកលក់រថយន្តពីរនាក់ (តារា និង វ៉ាន់ថា) បានប្រកបរបរជំនួញជាមួយគ្នា ។ តារាដាក់ដើមទុន $180,000 ចំណែកឯវ៉ាន់ថា ដាក់ដើមទុន $ 120,000 ។ អ្នកទាំងពីរនឹងចែកប្រាក់ចំណេញ និងប្រាក់ខាតបង់តាមផលធៀបនៃទុនដែលបានយកមកវិនិយោគ ។ តើអ្នកទាំងពីរត្រូវចែកចំណែកប្រាក់ចំណេញ និងប្រាក់ខាតបង់ខាងក្រោមនេះ ដូចម្តេច?

ប្រាក់ចំណេញ	$70,000
ប្រាក់ខាតបង់	$8,000

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ សមាមាត្រ (1 ម៉ោង100 ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ជ្រើសរើសតម្លៃ x ដែលត្រឹមត្រូវតែមួយគត់ (5 ពិន្ទុ x 4 = 20 ពិន្ទុ)

(1) $4 : 5 = x : 15$ → (a) 4 (b) 8 (c) 10 (d) 12

(2) $x : 2 = 6 : 12$ → (a) 1 (b) 2 (c) 30 (d) 6

(3) $\frac{24}{x} = \frac{3}{7}$ → (a) 28 (b) 42 (c) 56 (d) 70

(4) $\frac{15}{9} = \frac{45}{x}$ → (a) 27 (b) 36 (c) 45 (d) 54

2. ជ្រើសរើសតម្លៃ y ដែលត្រឹមត្រូវតែមួយគត់ (5 ពិន្ទុ × 4 = 20 ពិន្ទុ)

(1) 30 % នៃ 80 គឺ y → (a) 80 (b) 30 (c) 24 (d) 2400

(2) y % នៃ 120 គឺ 48 → (a) 24 (b) 30 (c) 36 (d) 40

(3) 25 % នៃ y គឺ15 → (a) 25 (b) 50 (c) 60 (d) 75

(4) 10 % នៃyគឺ 20 % នៃ 60 → (a) 60 (b) 120 (c) 180 (d) 200

3. នៅក្នុងសាលារៀនមួយមានសិស្សប្រុស 312 នាក់ ដែលស្មើ 52% នៃសិស្សសរុប។ តើចំនួនសិស្សស្រីក្នុងសាលារៀននេះមានប៉ុន្មាននាក់? (15 ពិន្ទុ)

4. សុខជាអ្នកលក់វិទ្យុ។ គាត់ទិញវិទ្យុមួយគ្រឿងពីអ្នកលក់ដុំ និងយកមកលក់បន្តក្នុងតម្លៃ 35000 រៀលដោយទទួលបានចំណេញ 40 % ធៀបនឹងតម្លៃទិញចូល។ តើតម្លៃទិញចូលនៃវិទ្យុមានតម្លៃប៉ុន្មាន? (15 ពិន្ទុ)

5. ទម្ងន់របស់ វណ្ណា បានថយចុះ 5% ធៀបនឹងឆ្នាំមុនហើយឥឡូវនេះគាត់មានទម្ងន់ 76 kg។ តើឆ្នាំមុនគាត់មានទម្ងន់ប៉ុន្មាន? (15 ពិន្ទុ)

6. លីមបានខ្ចីប្រាក់ 300000 រៀលពីធនាគារមួយ។ ធនាគារនេះបានយកជាមួយអត្រាការប្រាក់សមាស និង 2 ឆ្នាំក្រោយមកលីមបង់ប្រាក់ត្រឡប់មកវិញចំនួន 432000 រៀលទៅធនាគារ។ តើអត្រាការប្រាក់សមាសដែលធនាគារនេះបានយកស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ជ្រើសរើសតម្លៃ x ដែលត្រឹមត្រូវតែមួយគត់ (5 ពិន្ទុ 4 = 20 ពិន្ទុ)

(1)	$4 : 5 = x : 15$ →	(a) 4	(b) 8	(c) 10	(d) 12
(2)	$x : 2 = 6 : 12$ →	(a) 1	(b) 2	(c) 30	(d) 6
(3)	$\frac{24}{x} = \frac{3}{7}$ →	(a) 28	(b) 42	(c) 56	(d) 70
(4)	$\frac{15}{9} = \frac{45}{x}$ →	(a) 27	(b) 36	(c) 45	(d) 54

ចម្លើយ៖	(1) d	(2) a	(3) c	(4) a

ការដាក់ពិន្ទុ

5 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = ចំណុចជ្រើសរើសខុសឬគ្មានចម្លើយ

2. ជ្រើសរើសតម្លៃ y ដែលត្រឹមត្រូវតែមួយគត់ (5 ពិន្ទុ 4 = 40 ពិន្ទុ)

(1)	30 % នៃ 80 គឺ y →	(a) 80	(b) 30	(c) 24	(d) 2400
(2)	y % នៃ 120 គឺ 48 →	(a) 24	(b) 30	(c) 36	(d) 40
(3)	25 % នៃ y គឺ15 →	(a) 25	(b) 50	(c) 60	(d) 75
(4)	10 % នៃy គឺ 20 % នៃ 60 →	(a) 60	(b) 120	(c) 180	(d) 200

ចម្លើយ៖	(1) c	(2) d	(3) c	(4) a

ការដាក់ពិន្ទុ

5 ពិន្ទុ = ជ្រើ សរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = ចំណុចជ្រើសរើសខុសឬគ្មានចម្លើយ។

3. នៅក្នុងសាលារៀនមួយមានសិស្សប្រុស 312 នាក់ ដែលស្មើ 52% នៃសិស្សសរុប។ តើចំនួនសិស្សស្រីក្នុងសាលារៀននេះមានប៉ុន្មាននាក់? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង x ជាចំនួនសិស្សសរុបនៅក្នុងសាលា នោះយើងបាន

$x \times \frac{52}{100} = 312$ នាំឱ្យ $x = 312 \times \frac{100}{52} = 600$

នាំឲ្យមានសិស្ស 600 នាក់ ក្នុងសាលា និង 312 នាក់ជាសិស្សប្រុស

ដូចនេះចំនួនសិស្សស្រីស្មើនឹង $600 - 312 = 288$

ចម្លើយ ចំនួនសិស្សស្រីស្មើនឹង288នាក់

របៀបផ្សេងទៀត

តាង y ជាចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងសាលា

ដោយភាគរយនៃសិស្សប្រុសគឺ 52% នោះភាគរយនៃសិស្សស្រីគឺ 100% – 52% = 48%

$\frac{52}{48} = \frac{312}{y}$ នាំឱ្យ $y = 312 \times \frac{48}{52} = 288$

ចម្លើយ៖ ចំនួនសិស្សស្រីស្មើនឹង288នាក់

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយត្រឹមត្រូវជាមួយនឹងការប្រើខ្នាតត្រឹមត្រូវពរណ៌នាពីដំណើរការនៃការដោះស្រាយចំណោទនេះដោយគ្មានចន្លោះណាមួយនិង ធ្វើការគណនាយ៉ាងត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ= មានសរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវដោយគ្មានការពិពណ៌នាអំពីដំណើរការដោះស្រាយបញ្ហានេះបានយ៉ាងត្រឹមត្រូវនោះទេ។ ការសរសេរខ្នាតមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនបាសរសេរខ្នាត

0 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវមួយសោះ ដោះស្រាយបញ្ហានេះតាមរយៈដំណើរការមួយដែលខុសឬ គ្មានចម្លើយ។

4. សុខជាអ្នកលក់វិទ្យុ។ គាត់ទិញវិទ្យុមួយគ្រឿងពីអ្នកលក់ដុំ និងយកមកលក់បន្តក្នុងតម្លៃ 35000 រៀល ដោយទទួលបានចំណេញ 40 % ធៀបនឹងតម្លៃទិញចូល។ តើតម្លៃទិញចូលនៃវិទ្យុមានតម្លៃប៉ុន្មាន? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង x ជាតម្លៃទិញចូល នោះយើងបាន

$x \times \frac{100+40}{100} = 35000$ $x = 35000 \times \frac{100}{140} = 25000$

ចម្លើយ៖ 25000 រៀល

ចម្លើយផ្សេងទៀត

តាង x ជាតម្លៃទិញចូល នោះយើងបាន

$x + \left(x \times \frac{40}{100}\right) = 35000$ នាំឱ្យ $\frac{140}{100}x = 35000$ ដូចនេះ $x = 35000 \times \frac{100}{140} = 25000$

ចម្លើយ៖ 25000 រៀល

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយត្រឹមត្រូវជាមួយនឹងការប្រើខ្នាតត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាពីដំណើរការនៃការដោះស្រាយចំណោទនេះដោយគ្មានចន្លោះណាមួយ និង ធ្វើការគណនាយ៉ាងត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ= មានសរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវដោយគ្មានការពណ៌នាអំពីដំណើរការដោះស្រាយបញ្ហានេះបានយ៉ាងត្រឹមត្រូវនោះទេ ការសរសេរខ្នាតមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនបាសរសេរខ្នាត

0 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវមួយសោះ ដោះស្រាយបញ្ហានេះតាមរយៈដំណើរការមួយដែលខុសឬ គ្មានចម្លើយ។

5. ទម្ងន់របស់ វណ្ណា បានថយចុះ 5 % ធៀបនឹងឆ្នាំមុនហើយឥឡូវនេះគាត់មានទម្ងន់ 76 kg។ តើឆ្នាំមុនគាត់មានទម្ងន់ប៉ុន្មាន?

(15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង x ជាទម្ងន់នៅឆ្នាំមុន នោះយើងបាន

$x \times \frac{100-5}{100} = 76$ $\quad x = 76 \times \frac{100}{95} = 80$

ចម្លើយ៖ 80 kg

ចម្លើយផ្សេងទៀត

តាង x ជាទម្ងន់នៅឆ្នាំមុន នោះយើងបាន

$x - \frac{5}{100}x = 76$ $\quad \frac{95}{100}x = 76$ $\quad = 76 \times \frac{100}{95} = 80$

ចម្លើយ៖ 80 kg

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយត្រឹមត្រូវជាមួយនឹងការប្រើខ្នាតត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាពីដំណើរការនៃការដោះស្រាយចំណោទនេះដោយ គ្មានចន្លោះណាមួយ និងធ្វើការគណនាយ៉ាងត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ= មានសរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវដោយគ្មានការពណ៌នាអំពីដំណើរការដោះស្រាយបញ្ហានេះបានយ៉ាងត្រឹមត្រូវនោះទេ ការសរសេរខ្នាតមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនបាសរសេរខ្នាត

0 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវមួយសោះ ដោះស្រាយបញ្ហានេះតាមរយៈដំណើរការមួយដែលខុសឬ គ្មានចម្លើយ។

6. លីមបានខ្ចីប្រាក់ 300000 រៀលពីធនាគារមួយ។ ធនាគារនេះបានអនុវត្តជាមួយអត្រាការប្រាក់សមាស និង 2 ឆ្នាំក្រោយមកលោកលីមបង់ប្រាក់ត្រឡប់មកវិញចំនួន 432000 រៀលទៅធនាគារ។ តើអត្រាការប្រាក់សមាសដែលធនាគារនេះបានអនុវត្តស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង x ជាអត្រាការប្រាក់សមាស នោះយើងបាន៖

$$432000 = 300000(1+x)^2 \qquad (1+x)^2 = \frac{432000}{300000} = \frac{144}{100} = \left(\frac{12}{10}\right)^2$$

ដោយ $1 + x$ គឺជាចំនួនវិជ្ជមាន យើងបាន៖

$$1 + x = \frac{12}{10} \qquad x = \frac{12}{10} - 1 = \frac{2}{10} = 0.2$$

ចម្លើយ៖ 20%

សម្គាល់

សរសេររូបមន្ត $432000 = 300000(1 + x)^2$ ជាទម្រង់ដូចខាងក្រោម៖

ឆ្នាំទី1: $300000 + 300000 \times x = 300000(1 + x)$

ឆ្នាំទី2: $300000(1 + x) + 300000(1 + x) \times x = 300000(1 + x)(1 + x) = 300000(1 + x)^2$

ហើយចម្លើយខាងលើក៏ជាចម្លើយត្រឹមត្រូវដែរ។

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយត្រឹមត្រូវជាមួយនឹងការប្រើខ្នាតត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាពីដំណើរការនៃការដោះស្រាយចំណោទនេះដោយគ្មានចន្លោះណាមួយនិង ធ្វើការគណនាយ៉ាងត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ= មានសរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវដោយគ្មានការពិពណ៌នាអំពីដំណើរការដោះស្រាយបញ្ហានេះបានយ៉ាងត្រឹមត្រូវនោះទេ។ ការសរសេរខ្នាតមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនបាសរសេរខ្នាត។

0 ពិន្ទុ= ផ្តល់ចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវមួយសោះ ដោះស្រាយបញ្ហានេះតាមរយៈដំណើរការមួយដែលខុសឬ គ្មានចម្លើយ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 25	សិស្សនៅក្នុងចន្លោះពិន្ទុនេះគឺ ទំនងជាមិនមានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាននិងជំនាញអំពីផលធៀប និងសមាមាត្រ។ អ្វីដែលសិស្សនៅក្នុងចន្លោះនេះត្រូវតែធ្វើឡើងវិញគឺសិក្សាមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃសមាមាត្រជាមួយនឹងឧទហរណ៍ងាយៗ។
26 – 50	សិស្សនៅក្នុងចន្លោះពិន្ទុនេះគឺអាចធ្វើការគណនាចំណោទមូលដ្ឋាន និងសមាមាត្រប៉ុន្តែមានការលំបាកក្នុងការធ្វើការគណនាចំណោទស្មុគ្រស្មាញ(ស្តង់ដា)និងក្នុងការដោះស្រាយចំណោទគណិតវិទ្យា។ គ្រូបង្រៀនគួរតែផ្តល់ឱ្យសិស្សទាំងនេះនូវសេចក្តីណែនាំបន្ថែមទៀតមួយចំនួនអំពីរបៀបដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ។
51 – 75	សិស្សនៅក្នុងចន្លោះពិន្ទុនេះអាចមានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាននិងជំនាញអំពីផលធៀប និងសមាមាត្រប៉ុន្តែមិនបានឈានដល់កម្រិតដែលពួកគេអាចអនុវត្តបានពេញលេញដើម្បីដោះស្រាយចំណោទបាន។ គ្រូបង្រៀនគួរតែជួយសិស្សទាំងនេះ ឧទាហរណ៍ដូចជាលើកទឹកចិត្តពួកគេឲ្យមើលឃើញលក្ខខណ្ឌរបស់ចំណោទតាមរយៈការប្រើរូបតាង។
76 – 100	សិស្សនៅក្នុងចន្លោះពិន្ទុនេះគឺទំនងជាមានកម្រិតគ្រប់គ្រាន់នៃចំណេះដឹងនិងជំនាញដោះស្រាយបញ្ហាអំពីផលធៀប និងសមាមាត្រ។គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំនិងផ្តល់នូវលំហាត់បន្ថែមទៀតដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាងមុនដើម្បីបង្កើនការយល់ដឹងរបស់ពួកគេ។

មេរៀនទី 7 មធ្យមស្ថិតិ

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 7 "មធ្យមស្ថិតិ" ត្រូវបានបង្ហាញដូចខាងក្រោម៖

- គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតបានត្រឹមត្រូវ។
- គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមតារាងប្រេកង់កើនបានត្រឹមត្រូវ។

គ្រូបង្រៀនគួរតែដឹងថាភាគច្រើននៃខ្លឹមសារមេរៀននេះ សិស្សបានរៀនរួចទៅហើយនៅក្នុងថ្នាក់ទី 8 មេរៀនទី 10 "ស្ថិតិ" ដូចនេះ បីផ្នែកដំបូងគឺគ្រាន់តែពិនិត្យឡើងវិញលើផ្នែកអ្វីដែលសិស្សបានរៀននៅថ្នាក់មុន។ដូចនេះវត្ថុបំណងទីពីរគឺមានសារៈសំខាន់បន្ថែមទៀតនៅក្នុងមេរៀននេះ។ ដោយទិន្នន័យពិតប្រាកដនៅក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់យើងមាន សំណាកជាច្រើនដែលពួកគេត្រូវបានបង្ហាញជាតារាងទិន្នន័យជាថ្នាក់ និងប្រេកង់។ វាជាការសំខាន់បន្ថែមទៀតសម្រាប់សិស្សក្នុងការយកពេលវេលា ដើម្បីគណនាតម្លៃនានាពីតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ជាសកម្មភាពការងារ ជាក់ស្តែងដូចជានៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ។

ផែនការបង្រៀន

បើយោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ មេរៀនទី 7 "មធ្យមស្ថិតិ" នេះប្រើរយៈពេលបង្រៀនចំនួន ៩ ម៉ោង។ សៀវភៅណែនាំគ្រូបានបែងចែករយៈពេលទាំង ៩ ម៉ោង ដែលក្នុងនោះមាន 4 ផ្នែកដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1 ខាងក្រោម។ ទោះយ៉ាងណាគ្រូអាចបត់បែន ផ្លាស់ប្តូរចំនួនម៉ោងក្នុងការបង្រៀន តាមកម្រិតនៃការយល់ដឹងរបស់សិស្ស និងផែនការបង្រៀនប្រចាំឆ្នាំរបស់សាលា។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀន មេរៀន មធ្យមស្ថិតិ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀន	ទំព័រ
2	1. មធ្យម	75-77
1	2. មេដ្យាន	77-78
1	3. ម៉ូត	79
2	4. ការកំណត់មធ្យមស្ថិតិតាមតារាងប្រេកង់កើន	80-82
3	លំហាត់	82-84

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

តារាងទី 2 ខាងក្រោមនឹងបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូត្រូវបង្រៀននឹងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាង។សូមចំណាំថាខ្លឹមសារនៃមេរៀននេះគឺជាការរំលឹកឡើងវិញនៃថ្នាក់ទី 8 រហូតដល់ ផ្នែកទី 3 ដូចនេះគ្រូមិនត្រូវការពន្យល់សព្វគ្រប់ទាំងអស់ដូចជាការជួបខ្លឹមសារមេរៀននេះជាលើកដំបូងទេ។ ផ្ទុយទៅវិញគ្រូបង្រៀនត្រូវខិតខំប្រឹងប្រែងដើម្បីកាត់បន្ថយពេលវេលានៃការពន្យល់នេះនិង ផ្តល់ឱ្យសិស្សនូវពេលវេលាជាច្រើនក្នុងការអនុវត្តការគណនាតាមដែលអាចធ្វើទៅបាន។

សកម្មភាពសំខាន់នៅក្នុងមេរៀននេះគឺ: (i) ការគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ទិន្នន័យរាយដែលបានឱ្យ (ii) ការគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យជាតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ និង (iii) ធ្វើការសង្កេតពីអត្ថន័យនៃការគណនាតម្លៃមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។ ប្រសិនបើនៅសល់ម៉ោង អនុញ្ញាតឱ្យសិស្សប្រមូល ទិន្នន័យពីជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់ខ្លួន និងវិភាគទិន្នន័យដោយប្រើវិធីសាស្ត្រនៃមេរៀននេះ។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1-2	គណនាមធ្យមនៃទិន្នន័យ	• សិស្សរំលឹកនិយមន័យមធ្យមនៃតម្លៃទិន្នន័យ • សិស្សគណនាមធ្យមពីទិន្នន័យរាយ ដោយប្រើនិយមន័យ និងពីតារាងប្រេកង់កើន។	សិស្សអាចពន្យល់ និងគណនាមធ្យមពីទិន្នន័យបានត្រឹមត្រូវ។
3	គណនាមេដ្យាននៃទិន្នន័យ	• សិស្សរំលឹកនិយមន័យមេដ្យាននៃតម្លៃទិន្នន័យ • សិស្សគណនាមេដ្យានពីទិន្នន័យរាយ ដោយប្រនិយមន័យ និងពីតារាងប្រេកង់កើន។	សិស្សអាចពន្យល់ និងគណនាមេដ្យានពីទិន្នន័យបានត្រឹមត្រូវ។
4	គណនាម៉ូតនៃទិន្នន័យ	• សិស្សរំលឹកនិយមន័យម៉ូតនៃតម្លៃទិន្នន័យ • សិស្សគណនាមេដ្យានពីទិន្នន័យរាយ ដោយប្រើនិយមន័យ និងពីតារាងប្រេកង់កើន។	សិស្សអាចពន្យល់ និងគណនាម៉ូតពីទិន្នន័យបានត្រឹមត្រូវ។
5-6	គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតពីតារាងបំណែងប្រេកង់	• សិស្សគណនាមធ្យម និងម៉ូតពីតារាងបំណែងប្រេកង់។ • សិក្សាគណនាមេដ្យាន ពីតារាងប្រេកង់កើន និងចុះ។	សិស្សអាចប្រើតារាងបំណែងប្រេកង់ដើម្បីរកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតបានត្រឹមត្រូវ។
7-9	ដោះស្រាយលំហាត់អំពីមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត	សិស្សដោះស្រាយលំហាត់ទំព័រ 82-84។	សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

- សូមឱ្យសិស្សរំលឹកនូវអ្វីដែលពួកគេបានរៀននៅថ្នាក់ទី ៥ អំពីមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតមុនពេលចាប់ផ្តើមពីមេរៀននេះ។ ប្រសិនបើសិស្សចាំខ្លឹមសារបានយ៉ាងល្អគ្រប់គ្រាន់ នោះគ្រូអាចកាត់បន្ថយការពន្យល់ពីនិយមន័យនិងរបៀបគណនា។ ម្យ៉ាងទៀតគ្រូបង្រៀនត្រូវទុកពេលវេលាសម្រាប់សិស្សពិនិត្យឡើងវិញនូវខ្លឹមសារនេះ។
- វាត្រូវចំណាយពេលយ៉ាងច្រើនគួរឱ្យកត់សម្គាល់សម្រាប់ការអនុវត្ត ដើម្បីអាចរកតម្លៃត្រឹមត្រូវនៃមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។ សូមឱ្យសិស្សមានឱកាសគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការអនុវត្តដំណើរការប្រមូលទិន្នន័យ។
- នៅក្នុងស្ថិតិវាជាការសំខាន់បន្ថែមទៀតក្នុងការពិចារណាអត្ថន័យនៃតម្លៃដែលទទួលបានជាជាងគ្រាន់តែគណនាតម្លៃ។ សូមព្យាយាមពិចារណា និងពន្យល់ពីអ្វីទៅជាប្រភេទនៃពត៌មានដែលយើង អាចទទួលបានពីតម្លៃនៃទិន្នន័យបន្ទាប់ពីការគណនាមធ្យម មេដ្យាន ជាញឹកញាប់តាមដែលអាចធ្វើទៅបាន។
- សិស្សបានរៀនពីរបៀបគូរអ៊ីស្តូក្រាមនៅថ្នាក់ទី ៥ រួចហើយ ទោះបីជាអ៊ីស្តូក្រាមមិនបានបង្ហាញនៅក្នុងមេរៀននេះ តែវាពេលខ្លះមានប្រយោជន៍ក្នុងការគូរអ៊ីស្តូក្រាមដែលជាការរំលឹកឡើងវិញ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យសិស្សមាននូវចំណេះដឹង និងជំនាញដូចខាងក្រោម៖

- ចំណេះដឹងនៃទិន្នន័យស្ថិតិ
- ជំនាញក្នុងការធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃតម្លៃទិន្នន័យ
- ចំណេះដឹង មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

1st Period

មេរៀនទី

7 មធ្យមស្ថិតិ

វត្ថុបំណង

- ❑ គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។
- ❑ គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមតារាងនៃប្រេកង់កើន ។

1. មធ្យម

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេកត់ត្រាចំនួនភ្ញៀវដែលបានចូលមកកាត់សក់ជារៀងរាល់ថ្ងៃ ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

ថ្ងៃ	ចន្ទ	អង្គារ	ពុធ	ព្រហស្បតិ៍	សុក្រ	សៅរ៍	អាទិត្យ
ចំនួនភ្ញៀវ	18	12	30	26	38	42	48

យើងសង្កេតឃើញថា ភ្ញៀវដែលបានចូលមកកាត់សក់មានចំនួនមិនស្មើគ្នាទេ ។ បើគេយកចំនួនភ្ញៀវសរុបមកចែកឱ្យ 7 ថ្ងៃ

$$\frac{18+12+30+26+38+42+48}{7} = 30.5$$

គេបង្គត់ចំនួននោះដោយ 30 ក្នុងករណីនេះម្ចាស់ហាងតែងតែប្រាប់គេថាហាងខ្ញុំមានភ្ញៀវជាមធ្យមចំនួន 30 នាក់ គេតាង $\bar{x}$ ជាមធ្យមនៃទិន្នន័យ $\bar{x} = 30$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេស្រង់ចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្តឈ្នួលចំនួន 30 ថ្ងៃ ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

20	16	18	10	20	16	18	20	14	16
10	16	20	18	12	12	10	18	16	20
14	16	17	20	12	14	18	20	16	14

75

មធ្យមស្ថិតិ

ទោះបីជាវត្ថុបំណងទាំងនេះមានសារៈសំខាន់សម្រាប់គណិតវិទ្យា ប៉ុន្តែវត្ថុបំណង ពិតប្រាកដត្រូវតែមានការអនុវត្តទៅនឹងទិន្នន័យនៃស្ថានភាពជីវភាពប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

សិស្សអាចពន្យល់ និងរកមធ្យមនៃទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មិនមានហេតុផលមួយចំពោះការកាត់ចេញនៃតម្លៃមធ្យមនោះទេ។ជាធម្មតាមធ្យមគឺមិនមែនជាចំនួនគត់ទេ។ដូចនេះវាគឺជាការខុសការពិតក្នុងការនិយាយថា $\bar{x} = 30$ នៅក្នុងករណីនេះ។ ប៉ុន្តែយើងអាចនិយាយបានថាជាមធ្យមគឺ "ចំនួនប្រហែល 30" ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលបង្ហាញវិធីសាស្រ្តនៃចម្លើយ ចូរឱ្យសិស្សព្យាយាមក្នុងការរកមធ្យមតាមនិយមន័យ។

ការពិភាក្សាបន្ថែម តើអ្វីជាគោលបំណងនៃការរកមធ្យម?

លំហាត់: នៅក្នុងផ្នែកនេះ យើងត្រូវអនុវត្តពីរបៀបគណនាមធ្យមនៃទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យ។ បន្ទាប់មក រកមូលហេតុអ្វីបានជាអ្នកគិតថាមធ្យមនៃទិន្នន័យមានសារៈសំខាន់?

ចម្លើយ៖ (អាចមានចម្លើយជាច្រើនទៅនឹងសំណួរនេះ។ ហើយត្រូវបានបង្ហាញចម្លើយជាធម្មតាមួយចំនួន)

ដូចឧទាហរណ៍ទី 1 នេះដែរ យើងអាចនិយាយបានថាមានភ្ញៀវចំនួនប្រមាណ 30 នាក់ចូលហាងជារៀងរាល់ថ្ងៃ។ បន្ទាប់មកយើងអាចរំពឹងថានឹងមានចំនួនប្រហាក់ប្រហែលនៃទំនិញដែលយើងអាចលក់ដាច់ជារៀងរាល់ថ្ងៃ។ ដូចនេះយើងអាចសម្រេចចិត្តថាតើមានទំនិញប៉ុន្មានដែលយើងបានដាក់នៅក្នុងឃ្លាំងអាស្រ័យលើទិន្នន័យនិងជៀសវាងស្ថានភាពដែលហាងនេះខ្វះទំនិញឬមានទំនិញដែលមិនទាន់លក់ដាច់ច្រើនពេក។ លើសពីនេះទៅទៀតយើងអាចបង្កើនទំនិញក្នុងឃ្លាំងនៅចុងសប្តាហ៍ ដោយសារតែមានភ្ញៀវកាន់តែច្រើនមកនៅថ្ងៃសុក្រដល់ថ្ងៃអាទិត្យ។

នៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 2 យើងអាចប៉ាន់ប្រមាណការរំពឹងទុកចំនួនអ្នកជិះ និងសម្រេចចិត្តថា តើរថយន្តក្រុងប៉ុន្មានដែលគេត្រូវរត់ និងពួកគេគួរតែរត់ញឹកញាប់ប៉ុណ្ណា។ តាមវិធីនេះយើងអាចជៀសវាងស្ថានភាពដែលអ្នកដំណើរជាច្រើនមិនអាច ជិះរថយន្តក្រុងនេះគឺដោយសារតែមានមនុស្សច្រើនពេក ឬរថយន្តក្រុងជាច្រើនគ្មានមនុស្សជិះ។

ដូចនេះគោលបំណងនៃការគណនាមធ្យមនេះគឺជាការរំពឹងទុក និងរៀបចំសម្រាប់ពេលអនាគត។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់មើលទៅសាមញ្ញ ប៉ុន្តែបើរាប់ខុសតែមួយនាំឱ្យមានតម្លៃមិនត្រឹមត្រូវនៃមធ្យម និងសូចនាករផ្សេងទៀត។ សូមឱ្យសិស្សធ្វើតារាងមួយដោយខ្លួនឯងជាការរំលឹកវិធីសាស្ត្រនៃការធ្វើតារាងនៅក្នុងថ្នាក់ទី ៨។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

រូបមន្តនេះមើលទៅមានភាពខុសគ្នាពីអ្វីដែលយើងបានប្រើនៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 1 ប៉ុន្តែវាសំខាន់ដូចគ្នា។ យើងគ្រាន់តែសរសេរ 10 × 3 ជំនួសឱ្យ 10 + 10 + 10។

ចម្លើយផ្សេងទៀត

ផលសងគ្នានៃពិន្ទុពីមធ្យមគឺ: $12, 17, -3, 2, 7, -13, -8, -18$ និង $x-78$ ។ ផលបូកនៃតម្លៃទាំងអស់នេះ ត្រូវតែ 0 នោះយើងបាន

$12+17-3+2+7-13-8-18+x-78=0$ ពីសមីការនេះ យើងទាញបាន $x=82$ ។

គេផ្តុំទិន្នន័យនីមួយៗ ទៅតាមចំនួនដងហៅថាប្រេកង់ គេបានតារាងខាងក្រោម គេអាចគណនាចំនួនភ្ញៀវជាមធ្យមដែលបានជិះរថយន្ត

កែតម្រូវ: ចំនួនទាំងនេះខុស 26, 102, 18 និង 431 ត្រូវតែជា 56, 112, 90 និង 481។

$\bar{x} = \frac{431}{30} = 14.36$

គេបង្គត់ចំនួន $\bar{x} = 14$

- បើគេតាង x ជាចំនួនភ្ញៀវនោះ

  $x_1 = 10$, $x_2 = 12$, ...

- បើគេតាង f ជាចំនួនប្រេកង់នោះ

  $f_1 = 3$, $f_2 = 3$, ...

- បើគេតាង $x\,f$ ជាផលគុណនោះ

  $x_1 f_1 = 10 \times 3 = 30$

  $x_2 f_2 = 12 \times 3 = 36$

ចំនួនភ្ញៀវ x	ប្រេកង់ f	ផលគុណ $x\,f$
10	3	30
12	3	36
14	4	26
16	7	102
17	1	17
18	5	18
20	7	140
សរុប	30	431

ក្នុងករណីនេះ $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4 + x_5 f_5 + x_6 f_6 + x_7 f_7}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7}$

$= \frac{30+36+26+102+17+18+140}{3+3+4+7+1+5+7} = 14.36$

កែតម្រូវ: មធ្យមមិនត្រឹមត្រូវ $\frac{30+36+56+112+17+90+140}{3+3+4+7+1+5+7} = 16.03$

ជាទូទៅ : មធ្យមកំណត់ $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$

លំហាត់គំរូទី 1 : សុខបានប្រឡងលើមុខវិជ្ជាទាំង 9 ដោយទទួលបានពិន្ទុមធ្យម 78 ។ ដោយដឹងថាពិន្ទុលំអិតទៅតាមមុខវិជ្ជារួមមាន 90 95 75 80 85 65 70 60 ហើយនៅសល់ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាមានមួយទៀតដែលសុខពុំបានចាំ ។ ចូរកំណត់រកពិន្ទុដែលភ្លេចនោះ ។

ចម្លើយ : តាង x ជាពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាដែលភ្លេច

យើងបាន $\frac{90+95+75+80+85+65+70+60+x}{9} = 78$

$\frac{620+x}{9} = 78$, $620+x = 702$, $x = 82$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេឱ្យសិស្សពីរថ្នាក់ដែលមានចំនួនសិស្ស 25 នាក់ ស្មើគ្នាដើម្បីប្រឡងមុខវិជ្ជាដូចគ្នាដោយទទួលបានពិន្ទុដូចខាងក្រោម ។

76

2nd Period

រំលឹកថ្នាក់ទី 8 ការរាប់ប្រេកង់ និងមធ្យមសន្មត

ការរាប់ប្រេកង់: ដើម្បីធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ងាយស្រួល គេត្រូវរកប្រេកង់ដោយប្រើការរាប់ប្រេកង់ដូចខាងក្រោម៖

ចំនួន	រាប់	ប្រេកង់
10	///	3
12	///	3
14	////	4
16	~~////~~ //	7
17	/	1
18	~~////~~	5
20	~~////~~ //	7
សរុប	30	30

មធ្យមសន្មត: ជំនួសឱ្យការបន្ថែមតម្លៃដើមនៃទិន្នន័យរបស់យើងអាចរកឃើញមធ្យមកាន់តែងាយស្រួលដោយការកំណត់មធ្យមសន្មតមួយ រួចធ្វើការគណនាផលសងតម្លៃនីមួយៗនឹងមធ្យមសន្មតនោះ ។ ប្រសិនបើយើងបានបង្កើតមធ្យមសន្មត $x_0 = 16$ សម្រាប់ឧទាហរណ៍ទី 2 មធ្យមនៃផលសងនេះគឺ

ផលសង	ប្រេកង់
-6	3
-4	3
-2	4
0	7
1	1
2	5
4	7

$\{(-6)\times 3 + (-4)\times 3 + (-2)\times 4$
$+0\times 7 + 1\times 1 + 2\times 5 + 4\times 7\}/30$
$= 1/30 = 0.03$

បូកមធ្យមនៃផលសងនឹងមធ្យមសន្មត យើងបានមធ្យមស្មើនឹង

$16 + 0.03 = 16.03$។

ប្រយ័ត្ន:លំដាប់នៃពិន្ទុមិនត្រឹមត្រូវ។
គួរតែរៀបតាមលំដាប់កើន

ថ្នាក់ A

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	xf
2	4	8
3	8	24
5	6	30
7	2	14
8	2	16
9	3	27
សរុប	25	119

ថ្នាក់ B

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	xf
3	2	6
5	10	50
4	8	32
6	4	24
9	1	9
សរុប	25	121

ចូរប្រៀបធៀបមធ្យមពិន្ទុនៃថ្នាក់ទាំងពីរ ។

ចម្លើយ : $\bar{X}_A = \frac{119}{25} = 4.76$ $\qquad \bar{X}_B = \frac{121}{25} = 4.84$

នាំឱ្យ $\bar{X}_B > \bar{X}_A$ បញ្ជាក់ថាពិន្ទុមធ្យមនៃថ្នាក់ B ខ្ពស់ជាងថ្នាក់ A ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាមធ្យមនៃតារាងទិន្នន័យខាងក្រោម ។

x	0	1	2	3	4
y	3	6	5	2	2

2. មេដ្យាន

មានករណីខ្លះ មធ្យមមិនត្រូវបានគេប្រើប្រាស់ដើម្បីតាងឱ្យទិន្នន័យទេ ។

ឧទាហរណ៍ : ចំពោះទិន្នន័យ 4 2 5 2 6 16 4 20 6

គណនាមធ្យម $\bar{X} = \frac{4+2+5+2+6+16+4+20+6}{9} = 7.2$

បើគេរៀបតួនៃទិន្នន័យពីតូចទៅធំ

2 2 4 4 5 6 6 $\vdots_{\bar{X}}$ 16 20

គេសង្កេតឃើញថា មានទិន្នន័យប្រាំពីរតួដែលតូចជាងមធ្យម $\bar{X}$ ហើយមានតែទិន្នន័យពីរតួប៉ុណ្ណោះដែលធំជាង $\bar{X}$ ក្នុងករណីនេះគេអាចជ្រើសរើសទិន្នន័យ 5 ដែលមានទីតាំងឋិតនៅកណ្ដាលនៃទិន្នន័យ ដើម្បីធ្វើជាតំណាងហៅថា មេដ្យាន ។

77

3rd Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទោះបីជាវាគឺជាការពិតដែលថាមធ្យមនៃថ្នាក់ B គឺខ្ពស់ជាងថ្នាក់ A ក៏យើងមិនគួរសន្និដ្ឋានថាថ្នាក់ B ល្អប្រសើរជាងពីលទ្ធផលតែមួយគត់នេះទេ។
ដោយផលសងរវាងថ្នាក់ទាំងពីរនេះគឺតូចដូចជា 0.08 ថ្នាក់ពីរនេះដែលបានបង្ហាញគួរតែត្រូវបានចាត់ទុកថា "ដូចគ្នា"។ លក្ខណៈនេះគឺមានសារៈសំខាន់ខ្លាំងណាស់។ (សូមមើលការលំអិតខាងក្រោម)

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

$$\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4}{5} = 2$$

$$\bar{y} = \frac{3+6+5+2+2}{5} = 3.6$$

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2 ?

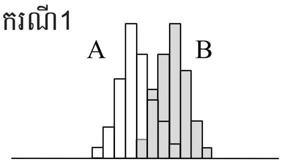
សិស្សអាចពន្យល់ និងរកមេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលបានផ្ដល់ឱ្យ។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ ស្ថិតិសន្និដ្ឋាន

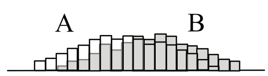
នៅក្នុងលំហាត់គំរូដែលមានប្រយោជន៍ខាងលើនេះយើងមិនអាចសន្និដ្ឋានថាថ្នាក់ B ល្អប្រសើរជាងបានទេ ដោយសារតែផលសងគឺមិនធំគ្រប់គ្រាន់។ តើទំហំនៃផលសងប៉ុណ្ណាដែលគួរតែមានការនិយាយថាថ្នាក់ B គឺប្រសើរជាងមុន?

ពីរករណីដែលត្រូវបានបង្ហាញនៅខាងស្ដាំ។ នៅក្នុងករណីទាំងពីរនេះបំណែងចែកពិន្ទុរបស់ថ្នាក់ A ដែលត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងក្រាបពណ៌សខណៈពេលដែលថ្នាក់ B ពណ៌ប្រផេះ។ មធ្យមនៃថ្នាក់ A គឺដូចគ្នាទាំងពីរករណី។ ហើយមធ្យមនៃថ្នាក់ B នៅក្នុងករណីទី 1 ក្រុមទាំងពីរស្ទើរតែដាច់ឡែកពីគ្នា និងយើងប្រាកដជាអាចនិយាយបានថាថ្នាក់ B គឺជាការល្អប្រសើរជាងមុន។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏នៅក្នុងករណីទី 2 ពិន្ទុទាំងពីរពង្រាយធំ និងបំណែងចែកត្រួតគ្នា។ យើងមិនប្រាកដថា B ប្រសើរជាងទេក្នុងករណីនេះ។ វាអាចនឹងកើតឡើងដែលថាថ្នាក់ A មានមធ្យមមួយដែលល្អប្រសើរជាងមុននៅក្នុងការធ្វើតេស្តបន្ទាប់។ ដើម្បីធ្វើការសម្រេចចិត្តមួយ យើងមិនត្រូវមានការពិចារណាត្រឹមតែមធ្យមប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែមើលពង្រាយនៃទិន្នន័យផងដែរ ដូចជាវារ្យង់ ឬគម្លាតគំរូដែលនឹងបង្រៀននៅគណិតវិទ្យាវិទ្យាល័យ។

ករណី1



ករណី2



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

គ្រូបង្រៀនត្រូវតែធ្វើវាឱ្យច្បាស់លាស់ ដែលថានៅពេលដែលទិន្នន័យទាំងអស់ត្រូវបានរៀបចំតាមលំដាប់កើន

(1) ប្រសិនបើ n ជាចំនួនសេស នោះតម្លៃមេដ្យានគឺជាតម្លៃដែលនៅទីតាំងទី $\frac{n+1}{2}$

(2) បើ n ជាចំនួនគូ នោះមេដ្យានគឺជាមធ្យមនៃតម្លៃដែលនៅទីតាំងទី $\frac{n}{2}$ និងទី $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ឧបមាថាទិន្នន័យទាំងអស់ត្រូវបានរៀបចំតាមលំដាប់កើនរួចហើយ។ ពេលដែល n នីមួយៗខាងក្រោមជាចំនួនទិន្នន័យ។ តើយើងអាចរកតម្លៃមេដ្យានតាមរបៀបណា?

(1) $n = 80$, (2) $n = 257$ និង

(3) $n = 468$

ចម្លើយ: (1) មេដ្យានគឺតម្លៃ(ទី40 + ទី41) / 2

(2) មេដ្យានគឺតម្លៃទី129។

(3) មេដ្យានគឺតម្លៃ(ទី234+ទី235) /2។

គេតាងមេដ្យានដោយ m_e , $m_e = 5$

តម្លៃ 5 ជាតួទី 5 ក្នុងចំណោមតួទាំង 9

ទីតាំងនេះបានដោយ $\frac{9+1}{2} = 5$

ដូចនេះ បើ n ជាចំនួនតួនៃទិន្នន័យនោះមេដ្យានត្រូវឋិតនៅទីតាំង $\frac{n+1}{2}$ ។ មានករណីខ្លះគេក៏អាចកំណត់មេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលមានចំនួនតួដូចជា : 4 4 5 7 8 9

មេដ្យានត្រូវឋិតនៅចន្លោះ 5 និង 7

ហេតុនេះ $m_e = \frac{5+7}{2} = 6$

ជាទូទៅ : បើទិន្នន័យមួយមាន n តួ មេដ្យាននៃទិន្នន័យមួយដែលបានរៀបតាមលំដាប់មានទីតាំងឋិតនៅតួទី $\frac{n+1}{2}$ ។

- បើ n ជាចំនួនសេស មេដ្យានជាតម្លៃនៃតួកណ្ដាល
- បើ n ជាចំនួនគូ មេដ្យានជាមធ្យមនៃតម្លៃកណ្ដាលទាំងពីរ

លំហាត់គំរូទី 1 : តាមតារាងទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍ 2 រកមេដ្យាននៃចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្ត ។

ចម្លើយ : ដើម្បីរកមេដ្យានគេត្រូវកំណត់ទីតាំងរបស់វា ។ ដោយទិន្នន័យមានចំនួនតួ $n = 30$ ទីតាំងនៃមេដ្យានគឺ $\frac{30+1}{2} = 15.5$ មានន័យថាមេដ្យានត្រូវឋិតនៅចន្លោះតួទី 15 និងតួទី 16 ។

ចំនួនភ្ញៀវ x	ប្រេកង់ f	xf
10	3	30
12	3	36
14	4	26
16	7	102
17	1	17
18	5	18
20	7	140
សរុប	30	431

តាមតារាង

តួទី $10 = 3+3+4$ ទើបតែស្មើនឹង 14

ដូចនេះ គេបន្តរកតួទី 15 និងតួទី 16

ឃើញថា $x_{15} = 16$: $x_{16} = 16$

ដូចនេះមេដ្យាន $m_e = \frac{16+16}{2} = 16$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកមេដ្យាននៃប្រាក់បៀវត្សរ៍ (ឯកតាគិតជាពាន់រៀល)

ប្រាក់បៀវត្សរ៍	200	300	350	700	840	950
ប្រេកង់	6	2	2	1	1	1

78

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ មធ្យមគឺមិននៅពាក់កណ្ដាលទេ

នៅពេលដែលយើងបានប្រើតម្លៃមធ្យមមានមនុស្សជាច្រើនទទួលស្គាល់ថាវាជា តម្លៃនៅកណ្ដាលនៃទិន្នន័យ។ ឧទាហរណ៍ ប្រសិនបើមធ្យមនៃពិន្ទុធ្វើតេស្តស្មើនឹង 70 យើងប្រហែលជាគិតថាពាក់កណ្ដាលនៃថ្នាក់នេះគឺលើស 70 និងពាក់កណ្ដាលទៀតគឺនៅខាងក្រោម 70 ទោះបីជាឧទាហរណ៍នៅលើទំព័រមុនបានបង្ហាញថាទិដ្ឋភាពនេះគឺខុស។ ប្រសិនបើទិន្នន័យមានលំអៀងខ្លាំង នោះមធ្យមគឺ 'ប្រទាញ' ទៅតាមទិសដៅ។ មើលឧទាហរណ៍ខាងក្រោម៖

ឧទាហរណ៍ 1: ក្នុងករណីមានលំអៀងខ្លាំង **(outliers)**

x	1	2	3	4	6	15	សរុប
f	2	3	6	4	3	2	20

$$\text{មធ្យម} = \frac{1\times2+2\times3+3\times6+4\times4+6\times3+15\times2}{20} = 4.5$$

មធ្យម 4.5 គឺមិននៅកណ្ដាលទេ ព្រោះ15ទិន្នន័យ មានតម្លៃតូចជាងមធ្យម។

ឧទាហរណ៍ 2: ក្នុងករណីមិនមានលំអៀងខ្លាំង

x	1	2	3	4	6	8	សរុប
f	2	3	6	4	3	2	20

$$\text{មធ្យម} = \frac{1\times2+2\times3+3\times6+4\times4+6\times3+8\times2}{20} = 3.8$$

ទិន្នន័យ 11 មានតម្លៃតូចជាងមធ្យម និង9 ទិន្នន័យ មានតម្លៃធំជាងមធ្យម។ ដូចនេះមធ្យមគឺនៅកណ្ដាល។

4th Period

3. ម៉ូត

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាចំនួនទូរទស្សន៍ ដែលបានលក់ដាច់តាមថ្ងៃនីមួយៗ ។

1	3	3	3	4	4	1	2	2	2
5	4	4	2	2	2	2	1	4	4
3	2	3	2	2	3	2	3	2	3

គេផ្តុំទិន្នន័យនីមួយៗទៅតាមប្រេកង់រួចសង់តារាងប្រេកង់ ដើម្បីរកចំនួនទូរទស្សន៍ដែលបានលក់ជាមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃ ។ គេគណនា $\bar{X}=\frac{80}{30}=2.6$ ដោយចំនួនទូរទស្សន៍ត្រូវតែជាចំនួនគត់ ។

ចំនួនទូរទស្សន៍ x	ប្រេកង់ y	xf
1	3	3
2	12	24
3	8	24
4	6	24
5	1	5
សរុប	30	80

ដូចនេះគេមិនអាចយក $\bar{X}=2.6$ តាងឱ្យទិន្នន័យបានទេ ក្នុងករណីនេះគេត្រូវជ្រើសរើសយកទិន្នន័យណាដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។
តាមតារាងនៃទិន្នន័យមួយថ្ងៃលក់បានទូរទស្សន៍ 2 គ្រឿងមានប្រេកង់ធំជាងគេ ហេតុនេះ 2 ជាតំណាងឱ្យទិន្នន័យហៅថា ម៉ូត ។

ជាទូទៅ : នៅក្នុងទិន្នន័យមួយម៉ូតជាតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។

លំហាត់គំរូ : តើទិន្នន័យមួយណាដែលគួរប្រើមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូត ?

ក. ស្បែកជើងដែលលក់ដាច់ជាងគេមានទំហំលេខ $9\frac{1}{2}$

ខ. វិក្កយបត្រភ្លើងក្នុងមួយខែជាមធ្យម 150 000 រៀល

គ. ពាក់កណ្តាលនៃបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់ខែ 420 000 រៀល

ចម្លើយ :

ក. គេប្រើម៉ូតមកតាងឱ្យទំហំលេខនៃស្បែកជើង $m_o=9\frac{1}{2}$

ខ. គេប្រើមធ្យមមកតាងឱ្យការចំណាយលើថ្លៃភ្លើង $\bar{X}=150\ 000$ រៀល

គ. គេប្រើមេដ្យានមកតាងឱ្យប្រាក់ខែបុគ្គលិក $m_e=420\ 000$ រៀល

ប្រតិបត្តិ : ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោម ។

10 8 13 12 7

79

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 3?

សិស្សអាចពន្យល់ និងគណនាម៉ូតនៃទិន្នន័យដែលឱ្យ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់នេះ យើងមិនអាចប្រើប្រាស់ $\bar{X}=2.6$ តំណាងឱ្យតម្លៃមធ្យម " មិនធ្វើឱ្យមានការយល់ទេ។ មធ្យមនេះជាតម្លៃដែលតំណាងឱ្យទិន្នន័យទាំងមូល "បើទោះបីជាវាមិនមែនជាចំនួនគត់។ ម៉ូតគឺជាតម្លៃមួយទៀតដែលតំណាងឱ្យតម្លៃនោះទេតែបានបង្ហាញថាជាតម្លៃមានប្រេកង់ញឹកញាប់ជាងគេ។ វាសំខាន់ណាស់ដើម្បីដឹងពីលក្ខណៈនៃតម្លៃតំណាងនីមួយៗ និងប្រើប្រាស់ឱ្យសមទៅតាមស្ថានភាពនីមួយៗ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

មធ្យម$=\frac{10+8+13+12+7}{5}=10$

មេដ្យាន$=10$ និងមិនមានម៉ូតទេ។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ: ភាពរឹងមាំ

យើងអាចកំណត់តម្លៃដែលតំណាងឱ្យសំណុំទិន្នន័យមួយ។ ដូចដែលត្រូវបានសរសេរនៅខាងលើ តម្លៃនីមួយៗមានលក្ខណៈផ្ទាល់ខ្លួនរបស់វាដែលយើងត្រូវដឹងឱ្យបានល្អនៅពេលដែលយើងប្រើប្រាស់វាជាតម្លៃតំណាង។ លក្ខណៈមួយគឺជាភាពរឹងមាំ។ តម្លៃរឹងមាំមានន័យថាវាមិនត្រូវបានរងឥទ្ធិពលនៃទិន្នន័យលំអៀង។ ឧទាហរណ៍ពីរខាងក្រោមបង្ហាញពីភាពរឹងមាំនៃតម្លៃតំណាងនីមួយៗ។

ឧទាហរណ៍ 1

2 4 5 5 5 8 9 12 15 20

មធ្យម $=\frac{2+4+5+5+5+8+9+12+15+20}{10}=8.5$

មេដ្យាន $=\frac{5+8}{2}=6.5$ និងម៉ូត $=5$

ឧទាហរណ៍ 2

2 4 5 5 5 8 9 12 15 500

មធ្យម $=\frac{2+4+5+5+5+8+9+12+15+500}{10}=56.5$

មេដ្យាន $=\frac{5+8}{2}=6.5$ និងម៉ូត$=5$

ដោយទិន្នន័យទាំងពីរនេះគឺដូចគ្នា មិនមានទិន្នន័យលំអៀងខ្លាំង នោះយើងអាចនិយាយបានថា មេដ្យាន និងម៉ូតមានភាពរឹងមាំ តែមធ្យមមិនមានទេ។ ប្រសិនបើយើងចង់ជៀសវាងឥទ្ធិពលនៃលំអៀងខ្លាំង នោះយើងគួរប្រើមេដ្យានជំនួសឱ្យមធ្យម។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 4

សិស្សអាចប្រើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដើម្បីរកតម្លៃមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅពេលដែលយើងរកតម្លៃមេដ្យាន យើងត្រូវតំរៀបទិន្នន័យតាមលំដាប់កើន និង ប្រកង់កើន ឬប្រកង់ចុះគឺអាចជួយយ៉ាងខ្លាំងក្នុងការរកនេះដែរ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ក្នុងឧទាហរណ៍ទី 1 ចូររកចំនួនទិន្នន័យដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌពី ប្រេកង់កើន ឬប្រេកង់ចុះ

$(1)\ x \leq 4$ $(2)\ x > 4$

ចម្លើយ: (1) ប្រេកង់កើនរហូតដល់ 4 គឺ **21**

(2) ផ្ទុយពី (1) ដូចនេះ 50 - 21 = 29 ។

(សូមមើលក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម)

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

30-40 ជាធម្មតាមានន័យថា $30 \leq x < 40$។ សម្គាល់ថា 40 នៅក្នុងថ្នាក់ 40-50។

5th Period

4. ការកំណត់មធ្យមស្ថិតិតាមតារាងប្រេកង់កើន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃពិន្ទុសិស្សមួយថ្នាក់

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	$x\,f$	ប្រេកង់កើន
1	4	4	4
2	5	10	9
3	2	6	11
4	10	40	21
5	15	75	36
6	8	48	44
7	4	28	48
9	2	18	50
សរុប		229	

ប្រយ័ត្ន:ចំនួនសរុបគឺ 50 គួរសរសេរនៅទីនេះ។

តារាងនេះផ្តល់ព័ត៌មានគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ឱ្យគេគណនាមធ្យមស្ថិតិ

ការកំណត់មធ្យម : $\bar{x} = \dfrac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots\ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n}$

តាមជួរឈរទី 3 : ផលបូកនៃ $x\,f = 229$

តាមជួរឈរទី 4 : ផលបូកប្រេកង់ $f = 50$

$\bar{x} = \dfrac{229}{50} = 4.58$

ការកំណត់មេដ្យាន :

មេដ្យានមានទីតាំងឋិតនៅចំកណ្តាលនៃទិន្នន័យ ក្នុងករណីនេះគេអាចប្រើជួរឈរទី 4 មានន័យថា មេដ្យានឋិតនៅទីតាំង $\dfrac{50+1}{2} = 25.5$ តាមតារាងទីតាំងទី 21 ត្រូវនឹងពិន្ទុ 4

ដូចនេះទីតាំងទី 25.5 ត្រូវនឹងពិន្ទុ 5 , $m_e = 5$ ។

ការកំណត់ម៉ូត : ទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេគឺ 5 ដូចនេះ $m_o = 5$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលពិន្ទុនៃសិស្សមួយថ្នាក់

ម៉ាសជា kg	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ប្រេកង់	2	6	5	10	8	6	3

80

លំហាត់បន្ថែម គណនាដោយប្រើប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយ

តាងប្រេកង់កើនរហូតដល់ k កំណត់ដោយ $F(k)$ និង ប្រេកង់នៃ k កំណត់ដោយ $f(k)$ ។

លំហាត់ ក្នុងឧទាហរណ៍ 1 ចូរបង្ហាញចំនួនទិន្នន័យដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌនីមួយៗតាម ប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយ៖

$(1)\ x \leq 5$ $(2)\ x > 3$ $(3)\ 3 \leq x \leq 6$ $(4)\ 3 < x < 6$

ចម្លើយ៖

(1) ប្រេកង់កើនជាក់លាក់នេះគឺ $F(5) = 36$

(2) ផ្ទុយពី $x \leq 3$។ ដូចនេះចំនួនទិន្នន័យគឺ $50 - F(3) = 50 - 11 = 39$។

(3) ចំនួននេះបំពេញលក្ខខណ្ឌ $x \leq 6$ ដកចំនួនទិន្នន័យដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $x \leq 2$។

ដូចនេះ $F(6) - F(2) = 44 - 9 = 35$។ (ឬគណនាដោយ $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$)

(4) ចំនួននេះបំពេញលក្ខខណ្ឌ $x \leq 5$ ដកចំនួនទិន្នន័យដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $x \leq 3$។

ដូចនេះ $F(5) - F(3) = 36 - 11 = 25$។ (ឬគណនាដោយ $f(4) + f(5)$)

- ការកំណត់ម៉ូត : ថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ធំជាថ្នាក់ 60-70 មានន័យថាមនុស្សភាគច្រើនមានម៉ាសចន្លោះពី 60 ទៅ 70kg ។
- ការកំណត់មធ្យម $\bar{x}$: គេត្រូវរកតម្លៃដែលតាងឱ្យថ្នាក់នីមួយៗ ជាមធ្យមនៃតួចុងទាំងពីរនៃថ្នាក់ ហៅថា ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ។

ផ្ចិតនៃថ្នាក់ទី 1 : $\frac{30+40}{2} = 35$, ផ្ចិតនៃថ្នាក់ទី 2 : $\frac{40+50}{2} = 45$ $\bar{X} = \frac{2\ 660}{40} = 66.5$

ម្យ៉ាងវិញទៀត គេក៏ត្រូវសង់ប្រេកង់កើន ដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការកំណត់មេដ្យាន

ថ្នាក់នៃម៉ាស	ប្រេកង់ f	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x	$x\,f$	ប្រេកង់កើន
30-40	2	35	70	2
40-50	6	45	270	8
50-60	5	55	275	13
60-70	10	65	650	23
70-80	8	75	600	31
80-90	6	85	510	37
90-100	3	95	285	40
			2660	

ប្រយ័ត្ន: ចំនួនសរុប គឺ 40 គួរសរសេរនៅទីនេះ។

- ការកំណត់មេដ្យាន :

ប្រើជួរឈរទី 5 : មេដ្យានមានទីតាំង $\frac{40+1}{2} = 20.5$ ហេតុនេះមេដ្យានចំថ្នាក់ 60-70

លំហាត់គំរូ : ក្នុងការបំពេញសំណួរ សិស្សខ្លះអាចបញ្ចប់លឿន ហើយខ្លះទៀតយឺត ។ ខាងក្រោមនេះជារយៈពេលគិតជានាទី x ដែលសិស្សបានបំពេញសំណួរ

ថ្នាក់នៃពេល (គិតជានាទី)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
ប្រេកង់ f	2	5	10	12	3

ចូរកំណត់ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។

ចម្លើយ : តាមតារាងនេះអ្នកដែលអាចប្រើពេលពី 10 ហើយតិចជាង 15នាទី ដើម្បីបញ្ចប់សំណួរមានតែ 2នាក់ ។

81

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្គាល់ថាទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍ទី 2 ត្រូវបានរៀបជាទិន្នន័យថ្នាក់ខុសគ្នាពីឧទាហរណ៍ទី 1 ដែលមានទិន្នន័យដែលដាច់ពីគ្នាមានតម្លៃខុសគ្នាតែ 8 ប៉ុណ្ណោះ។ ក្នុងឧទាហរណ៍ទី 2 មានតម្លៃចំនួន 100 ប៉ុន្តែមិនប្រាកដថាយើងអាចធ្វើតារាងរហូតដល់ទៅ 100 ជួរដេកនោះទេ។ ក្នុងករណីយើងធ្វើវាជាក្រុមជាច្រើននៃទិន្នន័យ ដូចនេះតារាងជួរដេកមានចំនួនកំណត់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

(1) តម្លៃកណ្ដាលនៃថ្នាក់ ជាធម្មតាត្រូវបានគេហៅថា **ផ្ចិតថ្នាក់**។

(2) ជាធម្មតា ម៉ូតត្រូវបានកំណត់ថាជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ដែលមានចំនួន 65 នៅក្នុងឧទាហរណ៍នេះ។

(3) ដើម្បីរកមេដ្យាននេះយើងត្រូវតែធ្វើការអង្កេតតម្លៃនៅក្នុងថ្នាក់ដែលយើងបានជ្រើសរើស។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 2 មេដ្យានដែលពិតប្រាកដគឺជាមធ្យមនិងតម្លៃទី7 និងទី 8 នៃថ្នាក់ 60-70 (ជាតម្លៃទី 20 និងទី 21 នៃទិន្នន័យទាំងអស់)។

6th Period

សកម្មភាពបន្ថែម ប្រមូលទិន្នន័យពីជីវិតប្រចាំថ្ងៃ

វត្ថុបំណងផ្ទាល់នៃមេរៀននេះគឺអាចគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។ ប៉ុន្តែយើងអាចអនុវត្តរបៀបនៃការគិតស្ថិតិក្នុងស្ថានភាពជាច្រើននៅក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។

សំណួរ ប្រមូលទិន្នន័យស្ថិតិពីរបស់ជាច្រើនដែលអ្នកជួបប្រទះនៅក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃរបស់អ្នក និងធ្វើការវិភាគដោយធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ គូរអ៊ីស្តូក្រាម និងរកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

ឧទាហរណ៍

នៅក្នុងផ្ទះ:	នៅក្នុងសាលា	នៅក្នុងទីសាធារណៈ:
- កត់ត្រារយៈពេលនៃការគេងជារៀងរាល់ថ្ងៃសម្រាប់មួយខែ - វាស់វែងប្រវែងនៃខ្មៅដៃទាំងអស់នៅក្នុងផ្ទះ - កត់ត្រាចំនួនទំព័រនៃសៀវភៅទាំងអស់។	- សួរពីចំនួនបងប្អូនប្រុសស្រីនៃមិត្តរួមថ្នាក់ - វាស់កម្ពស់នៃមិត្តរួមថ្នាក់នីមួយៗ - កត់ត្រាចំនួនសិស្សនៃថ្នាក់នីមួយៗ។	- រាប់ចំនួននៃរថយន្តសម្រាប់១នាទីជាច្រើនដង - កត់ត្រាតម្លៃផ្លែស្វាយមួយនៅក្នុងហាងជាច្រើន -រាប់ចំនួនវិនាទីនៃភ្លើងចរាចរណ៍ពណ៌ក្រហមនៅតាមជ្រុងនៃដងផ្លូវជាច្រើន។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជាធម្មតាម៉ូតគឺជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ 27.5 និង មេដ្យានគឺជាមធ្យមនៃតម្លៃទី ៩ និងទី 10 នៃថ្នាក់ 20-25 ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តារាងប្រេកង់កើនបង្ហាញខាងក្រោម៖

ផ្ចិតថ្នាក់ x	ប្រេកង់ f	xf	ប្រេកង់កើន
24.5	3	73.5	3
31.5	7	220.5	10
38.5	12	462.0	22
45.5	15	682.5	37
52.5	12	630.0	49
59.5	7	416.5	56
66.5	3	199.5	59
សរុប	59	2684.5	

មធ្យម $= \frac{2684.5}{59} = 45.5$

មេដ្យានស្ថិតនៅទីតាំង $\frac{59}{2} = 29.5$

ដូចនេះ វាគួរតែនៅក្នុងថ្នាក់ 42-49។

ប្រេកង់ដែលខ្ពស់ជាងគេ 15 និង ម៉ូតនៅក្នុងថ្នាក់ 42-49។

រកផ្ចិតនៃថ្នាក់នីមួយៗ

$\frac{10+15}{2} = 12.5$, $\frac{15+20}{2} = 17.5$, $\frac{20+25}{2} = 22.5$, $\frac{25+30}{2} = 27.5$, $\frac{30+35}{2} = 32.5$

ថ្នាក់នៃពេល	ប្រេកង់ f	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x	xf	ប្រេកង់កើន
10-15	2	12.5	25	2
15-20	5	17.5	87.5	7
20-25	10	22.5	225	17
25-30	12	27.5	330	29
30-35	3	32.5	97.5	32
			765	

ការកំណត់មធ្យម : $\bar{x} = \frac{765}{32} = 23.9$

ការកំណត់ម៉ូត : 25-30 ជាម៉ូត ព្រោះមានប្រេកង់ 12 ធំជាងគេ

ការកំណត់មេដ្យាន : មេដ្យានមានទីតាំង $\frac{32+1}{2} = 16.5$

ដូចនេះ ថ្នាក់ 20-25 ជាមេដ្យាន

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យ ។

ថ្នាក់	21-28	28-35	35-42	42-49	49-56	56-63	63-70
ប្រេកង់	3	7	12	15	12	7	3

លំហាត់

1. គេធ្វើការសិក្សាលើចំនួនសិស្សទៅតាមកម្រិតថ្នាក់ ហើយទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម ។

ថ្នាក់	ចំនួនសិស្ស
ថ្នាក់មត្តេយ្យ	20 20 21 21
ថ្នាក់ទី 1	22 23 22 23
ថ្នាក់ទី 2	20 19 21 20
ថ្នាក់ទី 3	22 23 23 23
ថ្នាក់ទី 4	27 27 26
ថ្នាក់ទី 5	20 19 22 20
ថ្នាក់ទី 6	23 24 24 24

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃចំនួនសិស្សក្នុងមួយថ្នាក់ ។

82

7th-9th Period

ចម្លើយ លំហាត់

1. មត្តេយ្យ: មធ្យម $= \frac{20+20+21+21}{4} = 20.5$ មេដ្យាន $= \frac{20+21}{2} = 20.5$ និង មិនមានម៉ូតទេ។

ថ្នាក់ទី 1: មធ្យម $= \frac{22+23+22+23}{4} = 22.5$, មេដ្យាន$= \frac{22+23}{2} = 22.5$ និង មិនមានម៉ូតទេ។

ថ្នាក់ទី 2: មធ្យម $= \frac{20+19+21+20}{4} = 20$ មេដ្យាន $= \frac{20+20}{2} = 20$ និង ម៉ូត $= 20$។

ថ្នាក់ទី 3: មធ្យម $= \frac{22+23+23+23}{4} = 22.75$ មេដ្យាន $= \frac{23+23}{2} = 23$ និង ម៉ូត $= 23$។

ថ្នាក់ទី 4: មធ្យម $= \frac{27+27+26}{3} = 26.67$ មេដ្យាន $= 27$ និង ម៉ូត $= 27$។

ថ្នាក់ទី 5: មធ្យម $= \frac{20+19+22+20}{4} = 20.25$ មេដ្យាន $= \frac{20+20}{2} = 20$ និង ម៉ូត $= 20$។

ថ្នាក់ទី 6: មធ្យម $= \frac{23+24+24+24}{4} = 23.75$ មេដ្យាន $= \frac{24+24}{2} = 24$ និង ម៉ូត $= 24$។

2. មនុស្សមួយក្រុមសាកល្បងហាត់ប្រាណដើម្បីបញ្ចុះម៉ាសគិតជា kg ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

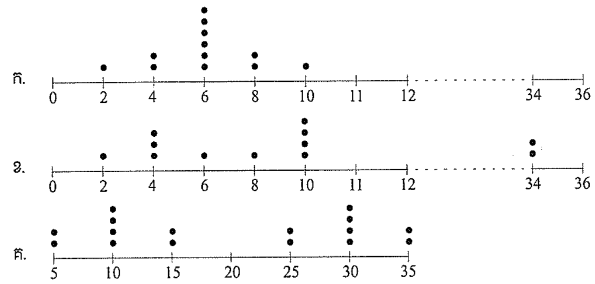
4	6	2	10	8	5	1	4
8	10	5	4	3	7	2	4
6	8	7	4	5	3	6	4

គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។

3. ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមទិន្នន័យខាងក្រោម ។

x	16	18	19	20	21	30
f	1	4	9	3	2	1

4. ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមទិន្នន័យខាងក្រោម ។



5. ទិន្នន័យខាងក្រោមជាចំនួនកូនរបស់បុគ្គលិកនៃរោងចក្រមួយ

0 0 0 1 3 3 1 1 1 3 0 0 4 3 3 1 1 0 5 6 2 2
3 2 2 4 1 6 5 6 0 1 1 2 3 5 1 3 2 1 1 1 1 2
1 3 3 4 1 1 0 3 1 1 1 3 3 6 0 0 3 4 1 3 2 3
0 2 4 1 3 4 1 5 6 3 ។

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀបកើនជាភាគរយ ។

ខ. ចូរគណនាមេដ្យាន ។

6. តារាងខាងក្រោមនេះ ជាបំណែងចែកសីតុណ្ហភាពតាមខែនីមួយៗ ។

ខែ	មករា	កុម្ភៈ	មីនា	មេសា	ឧសភា	មិថុនា	កក្កដា	សីហា	កញ្ញា	តុលា	វិច្ឆិកា	ធ្នូ
^oC	14^o	14^o	23^o	32^o	35^o	30^o	30^o	29^o	25^o	22^o	18^o	15^o

ក. ចូរគណនាម៉ូត ។

ខ. ចូរគណនាសីតុណ្ហភាពមធ្យម ។

83

ចម្លើយ លំហាត់

2. តារាងប្រេកង់ខាងក្រោម៖

x	f	xf	F
1	1	1	1
2	2	4	3
3	2	6	5
4	6	24	11
5	3	15	14
6	3	18	17
7	2	14	19
8	3	24	22
10	2	20	24
	24	126	

មធ្យម $= \frac{126}{24} = 5.25$ មេដ្យាន $= \frac{5+5}{2} = 5$ និង ម៉ូត $= 4$

3. ចំនួនប្រេកង់កើនគឺ 1 5 14 17 19 20។

មធ្យម$= (16\times1+18\times4+19\times9+20\times3+21\times2+30\times1)/20$

$= \frac{391}{20} = 19.55$

មេដ្យាន$= \frac{19+19}{2} = 19$

និង ម៉ូត$= 19$។

4. ក. មធ្យម$= \frac{2\times1+4\times2+6\times6+8\times2+10\times1}{12} = \frac{72}{12} = 6$

មេដ្យាន$= \frac{6+6}{2} = 6$, ម៉ូត$= 6$

ខ. មធ្យម $= \frac{2\times1+4\times3+6\times1+8\times1+10\times4+34\times2}{12}$

$= \frac{136}{12} = 11.33$ មេដ្យាន$= \frac{8+10}{2} = 9$, ម៉ូត$= 10$

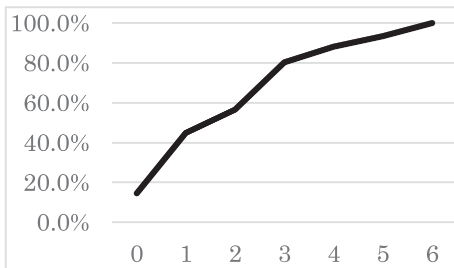
គ. មធ្យម$= \frac{5\times2+10\times4+15\times2+25\times2+30\times4+35\times2}{16}$

$= \frac{320}{16} = 20$, មេដ្យាន$= \frac{15+25}{2} = 20$, ម៉ូត$= 10$ និង 30។

5. A

x	0	1	2	3	4	5	6	សរុប
f	11	23	9	18	6	4	5	76
F	11	34	43	61	67	71	76	

ភាគរយនៃប្រេកង់កើនត្រូវបានគេហៅថា 'ប្រេកង់ធៀបកើន'។ ក្រាបបង្ហាញខាងក្រោម៖



B: ទាំងទី 38 និងទី 39 មានតម្លៃ 2 ដូចនេះមេដ្យាន=2។

6.ក. ដោយ $14°$ និង $30°$ កើតឡើងពីរដងដូចគ្នា ដូចនេះ ម៉ូត $= 14°$ និង $30°$

ខ. មធ្យម $= \frac{14+14+23+32+35+30+30+29+25+22+18+15}{12}$

$= \frac{287}{12} = 23.92°$។

ចម្លើយ លំហាត់

7. លំហាត់នេះខ្វះខាតព័ត៌មានគ្រប់គ្រាន់។ ប៉ុន្តែយើងអាចឧបមាថា លោកសុខ ប្រឡង 8 មុខវិជ្ជានៅឆមាសទីពីរ ហើយគាត់ចង់ទទួលបានជាមធ្យមពិន្ទុ 90 ក្នុងរយៈពេលទាំងពីរឆមាស។ តាង x ជាមធ្យមពិន្ទុត្រូវបាននៅឆមាសទីពីរ។ បន្ទាប់មកបានពិន្ទុជាមធ្យមក្នុងរយៈពេលទាំងពីរឆមាសគឺ $\frac{89\times8+8x}{16}=90$ ។ ដោះស្រាយសមីការនេះយើងបាន $x=91$ ។
ដូច្នេះលោកសុខត្រូវការទទួលបានពិន្ទុជាមធ្យម 91 នៅឆមាសទី 2

8. ក. តារាងដូចខាងក្រោមៈ

ថ្នាក់កម្ពស់	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន
0-5	3	3
5-10	15	18
10-15	72	90
15-20	15	105
20-25	91	196
25-30	35	231
30-35	8	239
សរុប	239	

ខ. ចំនួនប៉េងប៉ោះយ៉ាងតិច 20 គឺ $91+35+8=134$ ដូចគ្នាដែរ ។ $239-105=134$

គ. ម៉ូត 20-25. ដោយ $\frac{239+1}{2}=120$ មេដ្យាគឺ 20-25។
មធ្យមគឺ $(2.5\times3+7.5\times15+12.5\times72+17.5\times15+22.5\times91+27.5\times35+32.5\times8)/239=19.05$។
មេដ្យានធំជាងមធ្យម

9. A: $n=8+11+31+61+54+58+43+25+17+7=315$។

7. នៅឆមាសទី 1 សុខប្រឡង 8 មុខវិជ្ជាទទួលបានមធ្យមភាគពិន្ទុ 89 ។ តើនៅឆមាសទី 2 នេះសុខត្រូវប្រឹងបង្កើនពិន្ទុប៉ុន្មានទៀតទើបធានាឱ្យមធ្យមភាគពិន្ទុរបស់គេស្មើនឹង 90 ។

8. ក្នុងការពិសោធបណ្ដុះកូនប៉េងប៉ោះ ដោយប្រើជីគីមីអស់រយៈពេល មួយសប្ដាហ៍គេទទួលបានលទ្ធផលនៃបម្រែបម្រួល កម្ពស់កូនប៉េងប៉ោះដូចតារាងខាងក្រោម ។

កម្ពស់ (mm)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
ចំនួនកូនប៉េងបោះ	3	15	72	15	91	35	8

ក. ចូរបង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ ។
ខ. ចូររកចំនួនកូនប៉េងប៉ោះដែលមានកម្ពស់យ៉ាងតិច $20mm$ និង $35mm$ ។
គ. ចូររកម៉ូត មេដ្យាន និងកម្ពស់មធ្យមនៃកូនប៉េងបោះ ។ ចូរប្រៀបធៀបមេដ្យាននិងមធ្យម ។

9. តារាងខាងក្រោមជាបរិមាណទឹកដោះគោម្សៅ ដែលទារកបៅអស់ក្នុងមួយថ្ងៃ ។

ទឹកដោះគោម្សៅគិតជា g	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80	80 – 85	85 – 90
ចំនួនក្មេង	8	11	31	61	54	58	43	25	17	7

ក. ចូររកចំនួនទារកដែលបៅទឹកដោះគោក្នុងមួយថ្ងៃ ។
ខ. តើក្នុងមួយថ្ងៃគិតជាមធ្យមទារកម្នាក់បៅទឹកដោះគោម្សៅអស់ប៉ុន្មានក្រាម ?
គ. ចូរគណនាម៉ូត ។
ឃ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយតាមក្រាប ។

10. ក្រោយពីវាស់កម្ពស់សិស្សនៃវិទ្យាល័យមួយ គេបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម ។

កម្ពស់ cm	145 – 150	150 – 155	155 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 175	175 – 180
ចំនួនសិស្ស	31	95	131	272	120	77	48

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើន ។
ខ. ចូរសង់ក្រាប នៃពហុកោណប្រេកង់កើន ។
គ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយនៅលើក្រាប ។

84

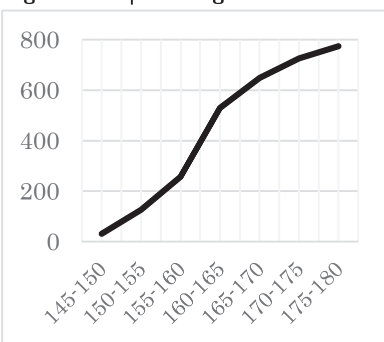
B: មធ្យម $=(42.5\times8+47.5\times11+52.5\times31+57.5\times61+62.5\times54+67.5\times58+72.5\times43+77.5\times25+82.5\times17+87.5\times7)/315=64.63g$. C: ម៉ូតនៅក្នុងថ្នាក់ 55-60

D: ដោយ $\frac{315+1}{2}=158$, មេដ្យាននៅក្នុងថ្នាក់ 60-65។ មានន័យថាក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន និងថយមាននៅ 50% ក្នុងថ្នាក់ 60 និង 65។

9. A

x	f	F
145-150	31	31
150-155	95	126
155-160	131	257
160-165	272	529
165-170	120	649
170-175	77	726
175-180	48	774
សរុប	774	

B ក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន



C: មេដ្យាននៅក្នុងថ្នាក់ 160-165 និងពហុកោណប្រេកង់កើនមាននៅ 50%។

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីកាត់បន្ថយការគណនារបស់មធ្យមដែលពិបាក?
ទោះបីជានិយមន័យនៃមធ្យមគឺសាមញ្ញតែវាមិនមែនជាការធម្មតាទេក្នុងការគណនាតម្លៃនៃមធ្យមពីសំណុំចំនួនពិតប្រាកដនៃទិន្នន័យ។ ក្នុងករណីខ្លះ គុណតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានទំហំធំខ្លាំងពេកដូចជា 98765 ឬពីចំនួនដែលផ្នែកខ្ទង់ទសភាគធំដូចជា 2.3456 ។ ក្នុងករណីផ្សេងទៀតដែលទំហំនៃទិន្នន័យមានទំហំធំខ្លាំង។ ក្នុងករណីទាំងនោះការគណនាគឺប្រើរយៈពេលយូរ និងមានភាពស្មុគស្មាញសូម្បីតែអ្នកប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខក៏ដោយ។

មធ្យមសន្មត

នៅក្នុងករណីនៃចំនួនលេខធំ ឬចំនួនខ្ទង់ផ្នែកទសភាគធំ។ វិធីល្អដើម្បីកាត់បន្ថយការស្មុគស្មាញនេះគឺប្រើ "មធ្យមសន្មត "ដែលបានបង្ហាញនៅលើទំព័រទី 76 ។ យើងសូមបង្ហាញអំពីរបៀបប្រើប្រាស់មធ្យមសន្មត់ដោយដំណើរការទិន្នន័យពិតប្រាកដមួយ។

ឧទាហរណ៍ទី 1

តារាងទី 1 ខាងក្រោមនេះគឺជាតារាងនៃកម្ពស់នៃសិស្ស10នាក់។ ប្រសិនបើយើងគណនាមធ្យមតាមនិយមន័យនេះយើងត្រូវបូករហូតដល់ដប់លេខក្នុងលេខទាំងនេះ។ ការគណនានេះគឺសាមញ្ញទេប៉ុន្តែត្រូវការពេលវេលាយូរហើយងាយនឹងធ្វើឱ្យមានកំហុស។ ក្នុងករណីនេះយើងអាចកាត់បន្ថយភាពស្មុគស្មាញដោយកំណត់មធ្យមសន្មត។ ដោយយើងអាចដឹងថាមធ្យមមានប្រហែលជា 165cm នោះយើងយក មធ្យមសន្មត $x_0 = 165$ ។ បន្ទាប់មកគណនាផលដកតម្លៃទាំងនោះនិងមធ្យមសន្មតដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងតារាងទី 2 ។

ល.រ	កម្ពស់ x
1	168.4
2	159.3
3	171.6
4	165.9
5	162.7
6	169.1
7	172.0
8	161.3
9	158.4
10	165.5

តារាង 1

ល.រ	ផលសងនៃ $x - x_0$
1	3.4
2	-5.7
3	6.6
4	0.9
5	-2.3
6	4.1
7	7.0
8	-3.7
9	-6.6
10	0.5

តារាង 2

ដោយ (មធ្យមនៃ x) = (មធ្យមនៃ $x - x_0) + x_0$ នោះគ្រាន់តែគណនាមធ្យមនៃផលសងនេះ។ នេះគឺជាការងាយស្រួលក្នុងការបូកផលសងទាំងនេះរួចបូកតម្លៃដើម។ ផលបូកនៃផលសងទាំង 10 ខាងលើនេះគឺ 4.2 នាំឱ្យមធ្យមនៃ $x - x_0$ នេះគឺ 0.42 ។ ដូចនេះមធ្យមគឺ x = 165.42។

ទិន្នន័យជាថ្នាក់

ក្នុងករណីនេះទំហំនៃទិន្នន័យធំ នោះវាមិនប្រាកដថាអាចបូកតម្លៃទាំងអស់នៃទិន្នន័យដើម្បីគណនាមធ្យមទេ។ នោះយើងរៀបចំទិន្នន័យជាថ្នាក់។

ឧទាហរណ៍ទី 2

តារាងទី 3 ខាងក្រោមនេះគឺជាតារាងនៃទិន្នន័យបានរៀបចំជាថ្នាក់ទម្ងន់នៃសិស្ស 200 នាក់ គិតជា kg ដែលចន្លោះថ្នាក់គឺ 5kg ។

ថ្នាក់	ផ្ចិតថ្នាក់	ចំនួននៃទិន្នន័យ
40-45	42.5	8
45-50	47.5	21
50-55	52.5	41
55-60	57.5	57
60-65	62.5	39
65-70	67.5	24
70-75	72.5	10
Total		200

តារាង 3

ផ្ចិតថ្នាក់	ផលសងនៃ $x - x_0$
42.5	-15
47.5	-10
52.5	-5
57.5	0
62.5	5
67.5	10
72.5	15

តារាង 4

យើងអាចប្រើផ្ចិតថ្នាក់ក្នុងការគណនាមធ្យម។ ប៉ុន្តែការគណនាគឺវាពិបាកតិចតួចដែរ ដូចជាផលគុណច 52.5×41 និង 57×57.5 វាជាតួលេខដែលមានទំហំធំ។ នៅក្នុងករណីដូចនេះ យើងអាចកាត់បន្ថយការងារដោយកំណត់មធ្យមសន្មត។ ដោយយើងអាចមើលឃើញថាមានថ្នាក់ 55 - 60 គឺស្ថិតនៅក្នុងកណ្តាល នោះយើងកំណត់យក $x_0 = 57.5$ ជាមធ្យមសន្មត។ ផលដកតម្លៃផ្ចិតថ្នាក់ និងមធ្យមសន្មតត្រូវបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី 4 ខាងលើ។

មធ្យមនៃផលសង $x - x_0$នេះគឺងាយស្រួលណាស់ក្នុងការគណនា:

$$(-15) \times 8 + (-10) \times 21 + (-5) \times 41 + 0 \times 57 + 5 \times 39 + 10 \times 24 + 15 \times 10$$

យើងអាចកាត់បន្ថយការងារកាន់តែច្រើនដោយគណនាតម្លៃវិជ្ជមាន និងអវិជ្ជមានដែលទាក់ទងគ្នា។ ជាឧទាហរណ៍ $(-15) \times 8 + 15 \times 10 = 15 \times 2$ និង $(-10) \times 21 + 10 \times 24 = 10 \times 3$។ ក្នុងវិធីនេះ មធ្យមនៃផលសង $x - x_0$ គឺ

$$\frac{15 \times 2 + 10 \times 3 + (-5) \times 2}{200} = \frac{50}{200} = 0.25$$

ដូចនេះ មធ្យមស្មើនឹង $57.5 + 0.25 = 57.75$។

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ មធ្យមស្ថិតិ (1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាពិន្ទុតេស្តរបស់សិស្សដែលមាន 5 មុខវិជ្ជា។

   72 65 88 55 76

   (1) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យនេះ? (10 ពិន្ទុ)

   (a) 70.2 (b) 71.2 (c) 72.2 (d) 73.2

   (2) សិស្សត្រូវធ្វើតេស្តមួយមុខវិជ្ជាទៀត។ បើគាត់ចង់បានមធ្យមទាំង 6 មុខវិជ្ជាធំជាងឬស្មើ 75។ តើគាត់ត្រូវធ្វើតេស្តទី 6 ឱ្យបានពិន្ទុយ៉ាងតិចប៉ុន្មាន? (10 ពិន្ទុ)

   (a) 84 (b) 89 (c) 94 (d) 99

2. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាអាយុមនុស្ស 10 នាក់។ ក្រុម A គឺជាបុរស និងក្រុម B គឺជាស្ត្រី។

   ក្រុម A: 45 37 63 40 49
   ក្រុម B: 29 74 51 39 68

   (1) រកមេដ្យាននៃក្រុម A? (10 ពិន្ទុ)

   (a) 40 (b) 42.5 (c) 45 (d) 52

   (2) រកមេដ្យាននៃមនុស្សទាំង 10 នាក់? (10 ពិន្ទុ)

   (a) 45 (b) 46 (c) 47 (d) 48

3. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាលទ្ធផលនៃការវាស់ទំហំនៃស្បែកជើងបុរស 100 នាក់។

ទំហំ (cm)	24.0	24.5	25.0	25.5	26.0	26.5	27.0	សរុប
ចំនួន	6	15	29	32	9	7	2	100

   (1) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ? (10 ពិន្ទុ)

   (a) 24.75 (b) 25.0 (c) 25.25 (d) 25. 5

   (2) រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ? (10 ពិន្ទុ)

   (a) 24.75 (b) 25.0 (c) 25.25 (d) 25. 5

4. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាចម្លើយនៃសំណួរ "តើមួយសប្តាហ៍អ្នកបានអានសៀវភៅប៉ុន្មានម៉ោង?" ។ យើងបង្កើតតារាងប្រេកង់ដែលបង្ហាញខាងក្រោម។ សម្គាល់ថា '4-8' មានន័យថា $4 \leq x < 8$ និងតម្លៃ 8 នៅក្នុងថ្នាក់ 8-12។

3	10	7	14	5	9	15	0	13	18
0	8	11	10	15	19	6	23	9	5

ម៉ោង	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	សរុប
ចំនួន			x				20

(1) តើតម្លៃនៃ x ក្នុងតារាងស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (10 ពិន្ទុ)

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

(2) រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 8-12 (b) 12-16 (c) 16-20 (d) 20-24

5. តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃកម្ពស់សិស្សប្រុស 20 នាក់។

កម្ពស់(cm)	148-152	152-156	156-160	160-164	164-168	168-172	សរុប
ចំនួន	1	3	5	6	4	1	20

(1) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យនេះ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 159.8 (b) 160.4 (c) 161.0 (d) 161.6

(2) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 152-156 (b) 156-160 (c) 160-164 (d) 164-168

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាពិន្ទុតេស្តរបស់សិស្សដែលមាន 5 មុខវិជ្ជា។

72 65 88 55 76

(1) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យនេះ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 70.2 (b) 71.2 (c) 72.2 (d) 73.2

(2) សិស្សត្រូវធ្វើតេស្តមួយមុខវិជ្ជាទៀត។ បើគាត់ចង់បានមធ្យមទាំង 6 មុខវិជ្ជាធំជាងឬស្មើ 75។ តើគាត់ត្រូវធ្វើតេស្តទី 6 ឱ្យបានពិន្ទុយ៉ាងតិចប៉ុន្មាន? (10 ពិន្ទុ)

(a) 75 (b) 84 (c) 89 (d) 94

ចម្លើយ

(1) មធ្យម $= \frac{72+65+88+55+76}{5} = \frac{356}{5} = 71.2$

ចម្លើយ៖ (b) 71.2 m

(2) តាមលក្ខខណ្ឌមធ្យម $\frac{356+x}{6} \geq 75$។ ដោះស្រាយសមីការនេះ យើងបាន $x \geq 94$។

ចម្លើយ៖ (d) 94

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗ

10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

2. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាអាយុមនុស្ស 10 នាក់។ ក្រុម A គឺជាបុរស និងក្រុម B គឺជាស្ត្រី។

ក្រុម A:	45	37	63	40	49
ក្រុម B:	29	74	51	39	68

(1) រកមេដ្យាននៃក្រុម A? (10 ពិន្ទុ)

(a) 40 (b) 42.5 (c) 45 (d) 52

(2) រកមេដ្យាននៃមនុស្សទាំង 10 នាក់? (10 ពិន្ទុ)

(a) 45 (b) 46 (c) 47 (d) 48

ចម្លើយ

(1) បន្ទាប់ពីរៀបចំ ក្រុម A តាមលំដាប់កើន យើងបាន 37 40 45 49 63។
ដោយមេដ្យាននៅទីតាំងទី 3 នោះយើងបាន មេដ្យាន = 45។

ចម្លើយ៖ (b) 45

(2) បន្ទាប់ពីរៀបចំទិន្នន័យទាំងអស់តាមលំដាប់ យើងបាន 29 37 39 40 45 49 51 63 68 74។

ដោយមេដ្យាន គឺជាមធ្យមនៃនៃទី 5 និងទី 6 នោះតម្លៃវាគឺ $\frac{45+49}{2} = 47$

ចម្លើយ៖ (c) 47

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗ

10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

---

3. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាលទ្ធផលនៃការវាស់ទំហំនៃស្បែកជើងបុរស 100 នាក់។

ទំហំ (cm)	24.0	24.5	25.0	25.5	26.0	26.5	27.0	សរុប
ចំនួន	6	15	29	32	9	7	2	100

(1) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 24.75 (b) 25.0 (c) 25.25 (d) 25. 5

(2) រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 24.75 (b) 25.0 (c) 25.25 (d) 25. 5

ចម្លើយ

(1) មេដ្យាននៃ 100 គឺជាមធ្យមនៃទិន្នន័យទី 50 និង 51។ តាមប្រេកង់កើន 25.0 គឺនៅ $6 + 15 + 29 = 50$ ។

ទិន្នន័យទី 50 គឺ 25.0 និងទិន្នន័យទី 51 គឺ 25.5 ។ ដូចនេះ មេដ្យាន $= \frac{25.0+25.5}{2} = 25.25$។

ចម្លើយ (c) 25.25 cm

(2) ម៉ូតគឺជាទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ខ្ពស់ជាងគេ។ ដូចនេះ ម៉ូត= 25.5។

ចម្លើយ (d) 25.5 cm

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗ

10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

---

4. ទិន្នន័យខាងក្រោមគឺជាចម្លើយនៃសំណួរ "តើមួយសប្តាហ៍អ្នកបានអានសៀវភៅប៉ុន្មានម៉ោង?" ។ យើងបង្កើតតារាងប្រេកង់ដែលបង្ហាញខាងក្រោម។ សម្គាល់ថា '4-8' មានន័យថា $4 \le x < 8$ និងតម្លៃ 8 នៅក្នុងថ្នាក់ 8-12។

3	10	7	14	5	9	15	0	13	18
0	8	11	10	15	19	6	23	9	5

ម៉ោង	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	សរុប
ចំនួន			x				20

(1) តើតម្លៃនៃ x ក្នុងតារាងស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (10 ពិន្ទុ)

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

(2) រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 8-12 (b) 12-16 (c) 16-20 (d) 20-24

ចម្លើយ

(1) 8-12 មានន័យថា $8 \leq x < 12$។ ទិន្នន័យដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ក្នុងថ្នាក់នេះគឺ 10, 9, 8, 11, 10, 9 ដូចនេះ ចំនួនប្រេកង់គឺ 6

ចម្លើយ (c) 6

(2) តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ខាងក្រោម៖

ម៉ោង	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	សរុប
ចំនួន	3	4	6	4	2	1	20

ដូចនេះ ម៉ូតគឺនៅក្នុងថ្នាក់ 8-12

ចម្លើយ (a) 8-12

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗ

10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

5. តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃកម្ពស់សិស្សប្រុស 20 នាក់។

កម្ពស់(cm)	148-152	152-156	156-160	160-164	164-168	168-172	សរុប
ចំនួន	1	3	5	6	4	1	20

(1) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យនេះ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 159.8 (b) 160.4 (c) 161.0 (d) 161.6

(2) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះ? (10 ពិន្ទុ)

(a) 152-156 (b) 156-160 (c) 160-164 (d) 164-168

ចម្លើយ

(1) តាមផ្ចិតថ្នាក់ យើងបាន 150, 154, 158, 162, 166 និង 170 នោះយើងបាន តម្លៃមធ្យមគឺ

$$\bar{x} = \frac{150\times1+154\times3+158\times5+162\times6+166\times4+170\times1}{20} = \frac{3208}{20} = 160.4$$

ចម្លើយ (b) 160.4 cm

(2) មេដ្យាននៃ 20 ទិន្នន័យគឺជាមធ្យមនៃទិន្នន័យទី 10 និងទី 11។ តាមប្រេកង់កើននៅថ្នាក់ 156-160 គឺ 9 និងនៅថ្នាក់ 160-164 គឺ 15 នោះយើងបានទិន្នន័យទី 10th និងទី 11 នៅក្នុងថ្នាក់ 160-164។

ចម្លើយ (c) 160-164

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗ

10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 30	សិស្សទាំងនេះមិនទាន់មានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាននិងជំនាញនៅឡើយទេ ដូច្នេះគ្រូត្រូវតែរំលឹកឡើងវិញនូវបញ្ញត្តិនៃមធ្យម មេដ្យា និងម៉ូត។ ពួកគេត្រូវការការអនុវត្តការគណនាតម្លៃទាំងនេះបានមកពីទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យ។
40 – 60	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាន និងជំនាញអំពីមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតប៉ុន្តែពួកគេត្រូវការអនុវត្តន៍ចំណេះដឹងនិងជំនាញរបស់ពួកគេទៅលើលំហាត់មធ្យមស្ថិតិ។
70 – 80	សិស្សទាំងនេះមានកម្រិតចំណេះដឹង និងជំនាញល្អលើមធ្យមស្ថិតិ ប៉ុន្តែប្រហែលជាពួកគេមានការលំបាកមួយចំនួនក្នុងការគណនា ដែលមានទំហំធំ។ ពួកគេត្រូវការធ្វើប្រតិបត្តិឱ្យបានច្រើនលើមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។
90 – 100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិតចំណេះដឹងគ្រប់គ្រាន់ និងជំនាញក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់អំពី មធ្យមស្ថិតិ។ ពួកគេត្រូវការរៀបចំដើម្បីបន្តទៅស្ថិតិបន្ទាប់ទៀត ។

មេរៀនទី 8 ប្រូបាប

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 8 នេះមាន 3 ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធ 1 ដងបានត្រឹមត្រូវ
- កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាបានត្រឹមត្រូវ
- កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធច្រើនដងបានត្រឹមត្រូវ។

ក្នុងមេរៀននេះមានខ្លឹមសារមួយចំនួនត្រួតគ្នាជាមួយនឹងថ្នាក់ទី 7 និងទី 8 ។ ឧទាហរណ៍ដូចជាសិស្សបានរៀនរួចហើយនូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមាន 1 ឬ 2 ពិសោធន៍ចាប់តាំងពីថ្នាក់ទី 7។ ដូចនេះគ្រូបង្រៀនថ្នាក់ទី 9 នេះរំពឹងថាសិស្សនឹង៖

(i) ដឹងនូវអ្វីដែលជាខ្លឹមសារប្រូបាបថ្នាក់ទី 9 ដែលសិស្សបានរៀនរួចហើយ ឬអ្វីដែលមិនបានដឹងនៅឡើយ

(ii) ការប្រើលំហាត់ នៅក្នុងសៀវភៅសិក្សាដើម្បីពិនិត្យចំណេះដឹង និងជំនាញ របស់សិស្សលើប្រូបាបនៅក្នុងថ្នាក់ដ៏មានសារៈសំខាន់នេះ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែងកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ មេរៀននេះបានកំណត់ការបង្រៀន12 ម៉ោងសិក្សា។ ក្នុង12ម៉ោងសិក្សានេះសៀវភៅគ្រូបានបែងចែកដូចមានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1ខាងក្រោមនេះ 3 ម៉ោងសិក្សាសម្រាប់ផ្នែកទី 1 ដើម្បីរំលឹកពីខ្លឹមសារនៃថ្នាក់ទី 7 និងថ្នាក់ទី 8។ 2 ម៉ោងសិក្សាគឺសម្រាប់ផ្នែកទី 2 ដើម្បីសិក្សាអំពីព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា និងការប្រើប្រាស់របស់វា។ 3 ម៉ោងសិក្សាគឺសម្រាប់ផ្នែកទី 3 ដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាជាមួយនឹងការប្រើប្រាស់ដ្យាក្រាមមែក និង 4 ម៉ោងសិក្សាសម្រាប់ធ្វើលំហាត់ដើម្បីឱ្យសិស្សមានពេលច្រើន ដើម្បីគិតបញ្ហានីមួយៗ។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀននៃប្រូបាប

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនប្រូបាប	ទំព័រ
3	1. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ	85-89
2	2. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា	89-90
3	3. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដង	90-92
4	លំហាត់	93-96

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

ក្នុងតារាងទី2 ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវង្វាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានសន្មតថាធ្វើសកម្មភាពណែនាំដូចក្នុងតារាងនេះ និងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកទៅលើមូលដ្ឋាននៃលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាង។ ដូចនៅក្នុងតារាងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះមានរួមបញ្ចូលទាំងសកម្មភាពដើម្បីវាយតម្លៃផែនការ។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	វាយតម្លៃ
3	កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ1ដង	● សិស្សដោះស្រាយបញ្ហាសាមញ្ញៗនៅលើប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 1ដង ដើម្បីរំលឹកឡើងវិញនូវខ្លឹមសារដែលពួកគេបានរៀននៅថ្នាក់ទី7-8 មុន ● សិស្សដោះស្រាយប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ ● សិស្សដោះស្រាយបញ្ហានៅលើប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា។	● សិស្សដោះស្រាយនូវប្រូបាបដែលធ្វើពិសោធ1ដងបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សរាប់នូវគ្រប់ករណីដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់នៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 2 ដងបានត្រឹមត្រូវ។
2	កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា។	● សិស្សសិក្សាពីទំនាក់ទំនងរវាងព្រឹត្តិការណ៍ និង ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញរបស់វា។ ● សិស្សប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហា។ ● សិស្សពន្យល់ពីអត្ថប្រយោជន៍នៃការប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហា។	សិស្សដោះស្រាយបញ្ហាដោយប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាបានត្រឹមត្រូវ។
3	កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដង	● សិស្សអនុវត្តការប្រើដ្យាក្រាមមែក ● សិស្សសិក្សាពីពិសោធន៍ទ្វេធា ● សិស្សដោះស្រាយបញ្ហានូវព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 3 ឬច្រើនដងដោយប្រើដ្យាក្រាមមែក	សិស្សដោះស្រាយបញ្ហានូវព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ3 ឬច្រើនបានត្រឹមត្រូវ។
4	លំហាត់	● សិស្សដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 93-96 ដោយប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា ដ្យាក្រាមមែក និងពិសោធន៍ទ្វេធា។ល។	សិស្សដោះស្រាយនូវលំហាត់ផ្សេងទៀតលើប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ ច្រើនដងបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

សៀវភៅណែនាំគ្រូបានណែនាំបន្ថែមនូវចំណេះដឹង និងជំនាញ ព្រមទាំងលំហាត់បន្ថែមទៀតដើម្បីជួយពង្រឹងសមត្ថភាពគ្រូ។ មិនតែប៉ុណ្ណោះមានបញ្ចូលសំណួរមួយចំនួនសម្រាប់សិស្សក្នុងម៉ោងសិក្សានីមួយៗ ដែលធ្វើឲ្យសិស្សអាចអភិវឌ្ឍការយល់ដឹងរបស់ពួកគេ អំពីប្រូបាប។

ម្យ៉ាងវិញទៀតនៅក្នុងមេរៀនទី 8 នៃសៀវភៅសិក្សាគោលនេះមានសេចក្តីពណ៌នាខុសឆ្គង អំពីទស្សនៈមួយចំនួននៃប្រូបាបដែលគ្រូត្រូវយកចិត្តទុកដាក់។ ចូរក្រឡេកមើលបញ្ហាដូចខាងក្រោម៖

"នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 15 ដែលមានពណ៌ស និងពណ៌ខ្មៅ។ នៅពេលដែលយើងចាប់យកឃ្លី1ពីក្នុងថង់ចំនួន 100 ដងដោយចាប់ហើយដាក់ទៅវិញ។ គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 40 ដងចេញពី 100 ដង។ រកចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ និងឃ្លីពណ៌ស។ "(លំហាត់គំរូទី 4

នៅទំព័រ 88) ជាដំបូងយើងត្រូវដឹងថាប្រូបាបវាខុសពីសមាមាត្រ។ លំហាត់ខាងលើគឺអាចទទួលយកបានប្រសិនបើវាគឺជាលំហាត់នៅលើសមាមាត្រ និងសួរ ពីចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅក្នុងករណីនេះ "សមាមាត្រ" នៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ 2/ 5 ។ ប៉ុន្តែលំហាត់នេះគ្រាន់តែនិយាយថាយើងអាចចាប់យកឃ្លីពណ៌ខ្មៅចំនួន 40 ដង ចេញពី 100 ដង។ តាមរយៈព័ត៌មាននេះយើងអាច "សន្និដ្ឋាន" ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ប៉ុន្តែមិនអាចកំណត់វាបានទេ ព្រោះលទ្ធផលដូចគ្នានេះអាចកើតឡើងសូម្បីតែនៅពេលចំនួនពិតប្រាកដនៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅ គឺមានច្រើន (ឬតិចជាង) ជាង 40 % នៃ 15 ឃ្លី។ លើសពីនេះទៀតទោះបីជាផ្នែកទី 1 " ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ " ត្រូវបានសន្មតថាដោះស្រាយជាមួយនឹងព្រឹត្តិការណ៍នៃ 1 ពិសោធន៍ ក៏ដោយក៏សៀវភៅនេះមានរួមបញ្ចូលទាំងករណីដែលពាក់ព័ន្ធនឹង 2 ឬច្រើនពិសោធន៍។ គ្រូត្រូវការអានសៀវភៅមេរៀនដោយប្រុងប្រយ័ត្ន មុនពេលបង្រៀន និងអាចផ្លាស់ប្តូរលំដាប់នៃការបង្រៀន ប្រសិនបើចាំបាច់ដើម្បីឱ្យសិស្សអាចរៀនពីភាពងាយស្រួលទៅលំបាក។

លើសពីនេះទៀតគ្រូបង្រៀនគួរតែដឹង ពីគុណសម្បត្តិនៃការប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា ព្រោះវាជាញឹកញាប់ជួយយើងដោះស្រាយបញ្ហាជាច្រើនទៀតយ៉ាងងាយស្រួល។ ឧទាហរណ៍ដូចជាការគិតអំពីករណីដែលយើងបោះកាក់មួយចំនួន 10 ដង និងរក ប្រូបាបដែលចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្តង។ ជាការពិតណាស់វាមិនប្រាកដថាត្រូវការប្រើដ្យាក្រាមមែកនោះទេ។ ប៉ុន្តែប្រសិនបើយើងដឹងថាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នានៃ "ការចេញយ៉ាងហោចណាស់ម្តង " គឺមានន័យថា " មិនចេញខាងលេខទាំងអស់រាល់ពេល " នោះយើងអាចរក បានយ៉ាងងាយនូវចម្លើយ $(2^{10} - 1)/2^{10}$ ដោយមិនបាច់គណនា។ គ្រូគួរតែលើកទឹកចិត្តសិស្សឱ្យប្រើវាក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហាខុសគ្នានៃបញ្ហានីមួយៗ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យសិស្សត្រូវមានចំណេះដឹងមូលដ្ឋានប្រូបាបមានដូចខាងក្រោម៖

[ផ្នែកទី 1] ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ

- ចំណេះដឹងនៅលើលក្ខខណ្ឌមូលដ្ឋាន និងរូបមន្តនៃប្រូបាប
- ចំណេះដឹងពីរបៀបរាប់ករណីដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់ដោយគ្មានកំហុស
- វិធីដោះស្រាយបញ្ហាលើប្រូបាបដែលធ្វើពិសោធ1 ឬ 2 ដង។

ប្រសិនបើសិស្សបានដឹងរួចហើយពីរបៀបនៃការប្រើដ្យាក្រាមមែកដែលបានបង្ហាញក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូសម្រាប់ថ្នាក់ទី 7 និងថ្នាក់ទី8 នោះវាពិតជានឹងជួយសិស្ស ដោះស្រាយបញ្ហានៅក្នុងផ្នែកទី 1 និងទី 2 នៅក្នុងមេរៀននេះជាមិនខាន។

ប្រូបាប

វត្ថុបំណងមួយចំនួននៃមេរៀនទី 8 នេះ ត្រូតស៊ីគ្នាជាមួយនឹងវត្ថុបំណងនៅក្នុង ថ្នាក់ទី 7 និង ថ្នាក់ទី8 ដែលសិស្សបានសិក្សាប្រូបាបព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 1 ទៅ 3 ដង។ គ្រូបង្រៀនត្រូវការត្រួតពិនិត្យដោយប្រុងប្រយ័ត្នថាតើសិស្សរក្សាចំណេះដឹង និងជំនាញដែលពួកគេបានទទួលពីមុនមកដែរឬទេ។

អ្វីដែលសិស្សនឹងទទួលបានបន្ទាប់ពីការសិក្សាផ្នែកទី 1?

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 1 ឬ 2 ដង។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ឧទាហរណ៍នេះគឺដូចគ្នាទៅនឹងលំហាត់ដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងថ្នាក់ទី 7 (លំហាត់គំរូទី 1 នៅទំព័រ 206)។ ដូចនេះ គ្រូអាចប្រើឧទាហរណ៍នេះដើម្បីពិនិត្យមើលថាតើសិស្សរក្សាចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាននៃប្រូបាបនេះដែរឬទេ។ លើសពីនេះទៀតចម្លើយនៃបញ្ហាប្រូបាបអាចត្រូវបានសរសេរជាប្រភាគ ទសភាគ ឬភាគរយ ក្រៅពីករណីនេះ លុះត្រាតែមានការណែនាំ។

មេរៀនទី

8 ប្រូបាប

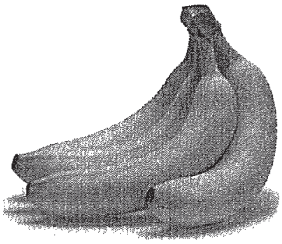
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍មួយដង
- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ
- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍ច្រើនដង ។

1st Period

1. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ឧទាហរណ៍ : បើគេពិសោធចាប់យកអក្សរមួយចេញពីពាក្យ *BANANA* តើលទ្ធផលដែលអាចកើតមានឡើងមានប៉ុន្មានរបៀប ?


BANANA

ក្នុងពាក្យ *BANANA* មានអក្សរ B តែមួយគឺ B មានអក្សរ A ដូចគ្នាបីគឺ A , A , A មានអក្សរ N ពីរគឺ N , N

ហេតុនេះលទ្ធផលដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{B, A, A, A, N, N\}$

- លទ្ធផលដែលអាចកើតមានឡើង $\{B, A, A, A, N, N\}$ ហៅថាព្រឹត្តិការណ៍អាច ព្រឹត្តិការណ៍អាចមាន 6 ករណី នោះហៅថាចំនួនករណីអាច
- បើគេប្រាថ្នាចាប់បានអក្សរ A នោះការចាប់បានអក្សរ A ហៅព្រឹត្តិការណ៍ស្រប ព្រឹត្តិការណ៍ស្របមាន 3 ករណី នោះ 3 ហៅថាចំនួនករណីស្រប

គណនាផលធៀបរវាងចំនួនករណីស្របនឹងចំនួនករណីអាច

$$\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ឬ } 50\%$$

ទូរលេខនេះបកស្រាយថាគេនឹងមានក្តីសង្ឃឹម 50% ក្នុងការចាប់បានអក្សរ A ។ តទៅគេប្រើអក្សរ P តាងឱ្យប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ ។ ប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរ A គណនាដោយ

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ឬ } 50\%$$

85

លំហាត់រំលឹកឡើងវិញ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលទាក់ទងនឹងការពិសោធ 1 ដង

នៅក្នុងថង់មួយដែលមានបាល់ពណ៌ក្រហម 1 ពណ៌លឿង 2 ពណ៌ខៀវ 3 ពណ៌បៃតង 4 និងពណ៌ស 5 ។ នៅពេលដែលយើងចាប់យកបាល់ 1 ពីក្នុងថង់។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

1) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខៀវមួយ
2) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខៀវមួយឬពណ៌បៃតងមួយ ឬពណ៌សមួយ
3) ប្រូបាបដែលចាប់មិនបានបាល់ពណ៌ខៀវមួយ
4) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខ្មៅមួយ។

ចម្លើយ មានបាល់សរុបចំនួន 15

1) $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ 2) $\frac{3+4+5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ 3) $\frac{1+2+4+5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ ឬ $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ ("មិនខៀវ" គឺជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញទៅនឹងព្រឹត្តិការណ៍ "ខៀវ"។)

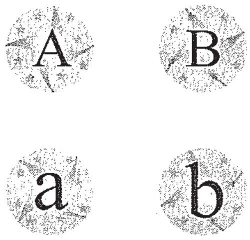
4) $\frac{0}{15} = 0$ (មិនមានគ្រាប់បាល់ពណ៌ខ្មៅទេ)

ជាទូទៅ : ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយកំណត់ដោយ

$$P=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}$$

លំហាត់គំរូទី 1 : ថង់មួយមានឃ្លីបួនដែលបង់អក្សរ a , A , b , B ។គេចាប់យកឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់ ។

ចូររៀបរាប់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងរួចគណនាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពីរដែលមានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ ។



ចម្លើយ :

បើគេផ្សំគូអក្សរម្តងពីរគេបានព្រឹត្តិការណ៍អាចដូចខាងក្រោម

$\{aA\ ,\ ab\ ,\ aB\ ,\ Ab\ ,\ AB\ ,\ bB\}$ មាន 6 ករណី ។

សំគាល់ : ឃ្លីពីរ A a និង a A ជាព្រឹត្តិការណ៍តែមួយព្រោះគេចាប់ឃ្លីម្តងពីរមានន័យថាពុំគិតឃ្លីមួយណាចេញមុនឬក្រោយនោះទេ ។

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានអក្សរតូច 1 និងអក្សរធំមួយ

$\{aA\ ,\ aB\ ,\ Ad\ ,\ bB\}$ មាន 4 ករណី

កែតម្រូវ: Ab

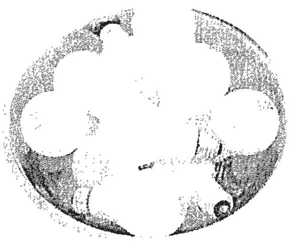
ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពីរដែលមានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ

$$P=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\ \text{ឬ}\ 66\,\%$$

ផលធៀបនេះបកស្រាយថា គេនឹងមានក្តីសង្ឃឹម 66% ក្នុងការសម្រេចព្រឹត្តិការណ៍នេះ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេធ្វើតេស្តលើអំពូលភ្លើង 500 គ្រឿង ហើយបានរកឃើញមានអំពូល 4 ដែលខូច ។

1. ចូររកប្រូបាបនៃការរកឃើញអំពូលភ្លើងខូចនេះ ។
2. បើក្រុមហ៊ុនត្រូវលក់អំពូលភ្លើងចំនួន 8500 គ្រឿង តើត្រូវត្រៀមអំពូលប៉ុន្មាន ដើម្បីត្រៀមទុកថែមឱ្យអតិថិជន ?



2nd Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គំ

លំហាត់គំរូទី1 គឺស្រដៀងជាមួយនឹងលំហាត់ដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងថ្នាក់ទី 8 (លំហាត់គំរូទី 2 នៅទំព័រទី142)។ ដូចនេះលំហាត់នេះក៏អាចត្រូវបានប្រើដើម្បីពិនិត្យមើលថាតើសិស្សរក្សាចំណេះដឹងរបស់ពួកគេដែរឬទេ។

លើសពីនេះទៀតសំណួរនេះត្រូវបានគេមើលឃើញផងដែរថាវាជា "ប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ" (=ចាប់បាល់ម្តង 1 ចំនួនពីរដងដោយមិនដាក់ទៅវិញ) ។ សូមមើលដំណោះស្រាយលម្អិតនៅក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

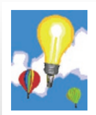
សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ

តើមានវិធីផ្សេងទៀតទេដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់គំរូទី 1 នេះ?

ចម្លើយ

លក្ខខណ្ឌនៃការចាប់យកអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយគឺស្មើនឹងលក្ខខណ្ឌបំពេញនៃការចាប់យកអក្សរតូចទាំងពីរ និងការចាប់យកអក្សរធំទាំងពីរគឺ "ab"និង " AB" ពី 6 ករណីខាងលើ។ ដូចនេះប្រូបាបគឺ $\frac{6-2}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ។



ចំណេះដឹងបន្ថែម ប្រូបាបនៃការចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ

យើងចាប់យកបាល់ចំនួនពីរព្រមគ្នាដូចមាននៅក្នុងលំហាត់គំរូទី1។ តើវាខុសពី "ការចាប់យកបាល់ម្តង 1ចំនួនពីរដងដោយមិនដាក់ទៅវិញ" របៀបណា? ចម្លើយនោះគឺនៅពេលដែលយើងយកបាល់ម្តងមួយចំនួនពីរដងដោយមិនដាក់ទៅវិញនោះយើងគិតពីលំដាប់។ឧទាហរណ៍ប្រសិនបើយើងយកលំដាប់មកពិចារណាក្នុងការដោះស្រាយធ្វើលំហាត់នេះយើងត្រូវគិតអំពី12 ករណី ដូចខាងក្រោម។

$$A\begin{cases}a \to Aa\\ B \to AB\\ b \to Ab\end{cases}\qquad a\begin{cases}A \to aA\\ B \to aB\\ b \to ab\end{cases}\qquad B\begin{cases}A \to BA\\ a \to Ba\\ b \to Bb\end{cases}\qquad b\begin{cases}A \to bA\\ a \to ba\\ B \to bB\end{cases}$$

ក្នុងចំណោមចំនួនករណីខាងលើនេះករណីដែលចាប់បានអក្សរធំ1 និងអក្សរតូច 1 គឺ 8 ករណី។

ដូចនេះប្រូបាបរបស់វាគឺ៖ $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ ដែលដូចគ្នាជាមួយនឹងចម្លើយខាងលើ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ បន្ទាប់ពីការដោះស្រាយលំហាត់គំរូទី (2) ចម្លើយបានបង្ហាញថាត្រូវបន្ថែម 68 អំពូលទៀត។ ប៉ុន្តែអំពូលដែលត្រូវការបន្ថែមអាចច្រើនជាង ឬតិចជាង 68អំពូល ឬទេ?

ចម្លើយ ជាលទ្ធភាពដែលថាត្រូវការអំពូលកាន់តែច្រើន ឬតិចជាងវាមានការចាំបាច់ដោយសារតែអត្រានៃការបដិសេធនេះអាចជាធំជាង ឬតូចជាង 0.8% បើយើងយកគំរូជាច្រើនមានទំហំធំជាង 500 អំពូល។

ចម្លើយ :

1. ប្រូបាបដែលគេស្ទួយឃើញអំពូលខូច

- ចំនួនករណីអាចជាចំនួនអំពូលដែលយកមកសាកត្រូវជា 500 អំពូល
- ចំនួនករណីស្របជាចំនួនអំពូលដែលខូចត្រូវជា 4 អំពូល

$P=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{4}{500}=0.08$ ឬ $0.8\,\%$

កែតម្រូវ: 0.008

2. ចំនួនអំពូលដែលត្រូវថែម

បើគេលក់ឱ្យអតិថិជនចំនួន 8 500 អំពូលនោះត្រូវគ្រោងទុកថានឹងមានចំនួនអំពូលដែលត្រូវខូច

$0.8\%\times 8\ 500 = 68$

ដូចនេះ គេត្រូវថែមឱ្យ 68 អំពូល ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេស្ទាបស្ទង់ចំណង់ចំណូលចិត្តនៃភ្ញៀវទេសចរទៅតាមកំរិតអាយុចំពោះរមណីយដ្ឋានបីសំខាន់ៗរួមមាន ប្រាសាទអង្គរវត្ត ឆ្នេរសមុទ្រ តំបន់ជនជាតិ ហើយទទួលបានលទ្ធផលខាងក្រោម ។

1. ចូររកប្រូបាបអ្នកដែលមានអាយុក្រោម 30 ឆ្នាំដែលចូលចិត្តដើរកំសាន្តនៅឆ្នេរសមុទ្រ ។
2. ចូររកប្រូបាបដែលអ្នកមានអាយុ 30 ឆ្នាំ ឬ លើសពី 30 ឆ្នាំដែលចូលចិត្តទៅកំសាន្តនៅអង្គរវត្ត ឬតំបន់ជនជាតិ ។

អាយុ X	អង្គរវត្ត	ឆ្នេរសមុទ្រ	តំបន់ជនជាតិ
$x<30$	46	92	5
$30\le x<50$	72	61	34
$50\le x$	67	20	48

ចម្លើយ :

1. គេត្រូវស្គាល់ចំនួនករណីអាចនិងចំនួនករណីស្រប

ព្រឹត្តិការណ៍អាច ជាមនុស្សដែលមានអាយុក្រោម 30 ឆ្នាំ

ចំនួនករណីអាច $= 46+92+5 = 143$

ព្រឹត្តិការណ៍ស្រប ជាមនុស្សចូលចិត្តទៅកំសាន្តនៅឆ្នេរសមុទ្រហើយស្ថិតក្នុងវ័យក្រោម 30ឆ្នាំ

ចំនួនករណីស្រប $= 92$

$P=\frac{92}{143}=0.64$ ឬ 64% ។

តម្លៃជាក់លាក់ 0.643356……

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ មុនពេលដោះស្រាយលំហាត់គំរូទី3 តើចំនួនករណីដែលអាចកើតឡើងក្នុងសំណួរនីមួយៗមានប៉ុន្មានករណី?

ចម្លើយ

សំណួរទី1 សួរទៅមនុស្សដែលមានអាយុតិចជាង 30 ឆ្នាំ។ ដូចនេះចំនួនករណីដែលអាចកើតឡើងគឺ 46+ 92+ 5 = 143

សំណួរទី2 សួរអំពីមនុស្សដែលមានអាយុច្រើនជាង ឬស្មើអាយុ 30 ឆ្នាំ។ ដូចនេះចំនួនករណីដែលអាចធ្វើបានគឺ

72 +61+ 34 +67+ 20 + 48 = 302

ចំណេះដឹងបន្ថែម ប្រូបាបនៃការពិសោធមិនទាក់ទងគ្នា

ព្រឹត្តិការណ៍នៃពិសោធន៍មួយដែលកើតឡើងមិនប៉ះពាល់ដល់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផ្សេងទៀតត្រូវបានគេហៅថាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា។ នៅពេលដែលយើងបោះកាក់ 1 ចំនួនពីរដង ឬការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1 ពីរដងលទ្ធផល នៃពិសោធន៍ជាលើកដំបូងនេះមិនប៉ះពាល់ដល់លទ្ធផលនៃពិសោធន៍លើកទីពីរទេ។ ដូចនេះព្រឹត្តិការណ៍ទាំងនេះគឺជាការពិសោធន៍មិនទាក់ទងគ្នា។ នៅក្នុងការពិសោធន៍មិនទាក់ទងគ្នា ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយអាចត្រូវបានគណនាយ៉ាងងាយដោយប្រើប្រមាណវិធីគុណ។

ឧទាហរណ៍1 នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយចំនួន 5 ដងប្រូបាបដែលចេញខាងរូបទាំង 5 ដងគឺ

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2^5}=\frac{1}{32}$$

ឧទាហរណ៍ 2 នៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1 ចំនួនពីរដងប្រូបាបដែលលើកទីមួយចេញលេខគូ និងលើកទីពីរចេញលេខ1 គឺ $\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

ព្យាយាមរកឧទាហរណ៍ផ្សេងទៀតនៃការពិសោធមិនទាក់ទងគ្នា។

2nd Period

2. ព្រឹត្តិការណ៍អាច ជាមនុស្សដែលមានអាយុចាប់ពី 30 ឆ្នាំឡើង

ចំនួនករណីអាច $72+61+34+67+20+48 = 302$

ព្រឹត្តិការណ៍ស្រប ជាមនុស្សដែលចូលចិត្តទៅកំសាន្តនៅអង្គរវត្ត ឬនៅតំបន់ជនជាតិដែលឋិតក្នុងវ័យនោះ

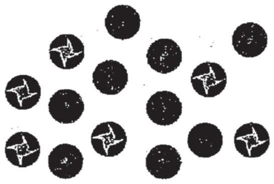
ចំនួនករណីស្រប $= 72+67+34+48 = 221$

$P = \frac{221}{302} = 0.73$ ឬ 73% ។

តម្លៃជាក់លាក់ 0.73178......

លំហាត់គំរូទី 4 : ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សនិងពណ៌ខ្មៅសរុប 15 គ្រាប់ ។ គេឱ្យសិស្សចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់ហើយកត់ត្រាលទ្ធផលដែលចេញឃ្លីខ្មៅនៅលើក្តារខៀន ។ ឃ្លីដែលចាប់បានហើយត្រូវដាក់ចូលក្នុងថង់វិញមុននឹងបន្តចាប់ឃ្លីជាលើកទី 2 រហូតដល់គ្រប់ 100 ដង ។ គេឃើញឃ្លីខ្មៅចេញ 40 ដងក្នុងការចាប់ឃ្លី 100 ដង ។ ចូររកចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅនិងពណ៌ស ។

ចម្លើយ :



តាង x ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅបើក្នុងថង់មានឃ្លីសរុប 15 នោះប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខ្មៅ $P = \frac{x}{15}$

ម្យ៉ាងវិញទៀត $\frac{40}{100}$ គឺជាប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

យើងបាន $\frac{x}{15} = \frac{40}{100}$, $x = 6$ ចំនួនឃ្លីពណ៌ស $15-6 = 9$

សំគាល់ : ក្នុងពិសោធន៍ 100 ដង ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅដែលចាប់បានអាចតិចជាង ឬច្រើនជាង 40 ដងបន្តិចបន្តួច ។

- ករណីចាប់បានឃ្លីខ្មៅ 38 ដង យើងបាន $\frac{x}{15} = \frac{38}{100}$, $x = 5.7$ ដោយ x ជាចំនួនគត់នោះគេអាចបង្គត់ចំនួន $x = 6$
- ករណីចាប់បានឃ្លីខ្មៅ 41 យើងបាន $\frac{x}{15} = \frac{41}{100}$, $x = 6.15$ គេអាចបង្គត់ចំនួន $x = 6$

សន្និដ្ឋាន : ឱ្យតែដឹងចំនួនឃ្លីសរុប គេអាចដឹងចំនួនឃ្លីនៃពណ៌នីមួយៗដោយពិសោធចាប់ឃ្លីចេញពីថង់ច្រើនដង ។

កំណត់សម្គាល់៖បើយើងពណ៌នាសន្និដ្ឋានសម្អិតជាងនេះ យើងគួរសរសេរថា "បើគេឱ្យចំនួនឃ្លីសរុបនោះយើងអាចសន្និដ្ឋានចំនួនឃ្លីពណ៌នីមួយៗតាមការធ្វើពិសោធច្រើនដង"។

88

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅក្នុងលំហាត់គំរូទី 4 ខាងលើយើងចាប់យកឃ្លីមួយពីក្នុងថង់ចំនួន100ដង ដោយដាក់ទៅវិញ (ពោលគឺព្រឹត្តិការណ៍នេះរួមបញ្ចូលទាំង 100 ដងនៃការពិសោធន៍) ។ ប្រភេទនៃវិញ្ញាសានេះត្រូវបានគេហៅថា"វិញ្ញាសាមិនទាក់ទងគ្នា" ។ នៅក្នុងវិញ្ញាសាមិនទាក់ទងគ្នា ប្រូបាបដែលទទួលបានជោគជ័យមិនផ្លាស់ប្តូរ។ ហើយយើងបានឃើញរួចហើយនៅចុងនៃទំព័រមុននេះ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សំណួរនេះគួរតែត្រូវបានផ្លាស់ប្តូរទៅជា "ប្រសិនបើផលធៀបនេះតំណាងឱ្យផលធៀបនៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅនៅក្នុងថង់នោះ គេអាចសន្និដ្ឋានចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ និងឃ្លីពណ៌ស"។

នេះគឺដោយសារតែប្រូបាបគឺជាតម្លៃដែលយើងអាចសង្ឃឹម ហើយនឹងខុសគ្នាពីផលធៀបទៅនឹងចំនួនពិតប្រាកដ។ ដូចជាឧទាហរណ៍ប្រូបាបនៃការចាប់យកឃ្លីពណ៌ខ្មៅចំនួន 50 ដងចេញពីការពិសោធន៍ 100 ដង គឺនៅតែមិនសូន្យបើទោះបីវាមានតម្លៃតូចយ៉ាងណាក្តី។ សូមមើលប្រអប់នៅខាងក្រោមនៃទំព័រនេះ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម ភាពខុសគ្នារវាងប្រូបាប និងតម្លៃពិតប្រាកដ

មើលលំហាត់គំរូទី 4 ខាងលើ។ យើងចាប់យកឃ្លី 1 ពីក្នុងថង់ដែលមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅនិងឃ្លីពណ៌សសរុប15គ្រាប់ ។ លទ្ធផលនៃការពិសោធនេះគឺចាប់បើយកបានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 40 ដងចេញពីការពិសោធ 100 ដង។ តើលទ្ធផលនេះតាងឱ្យសមាមាត្រពិតប្រាកដនៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅឬទេ? ឧបមាថាក្នុងថង់មានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 6 និងឃ្លីពណ៌ស 9 ដូចមាននៅក្នុងចម្លើយខាងលើ។ បន្ទាប់មកប្រូបាបនៃការចាប់យកឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ 6/15 = 2/5 និងប្រូបាបនៃការចាប់យកឃ្លីពណ៌សគឺ 1 – 2 / 5 = 3/5។ប្រូបាបនៃការចាប់យកឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 40 ដងនៅក្នុងការពិសោធចំនួន 100ដង ត្រូវបានគណនាដូចខាងក្រោម៖

$$P = C_{(100,\ 40)} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{40} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{60} \approx 0.08 \text{ ឬ } 8\%$$

(អ្នកអាចមិនចាំបាច់ប្រើរូបមន្តប្រសិនបើអ្នកមិនច្បាស់)

រូបខាងលើនេះមានន័យថាសូម្បីតែនៅមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 6 និងឃ្លីពណ៌ស 9 នៅក្នុងថង់មួយនោះយើងមិនអាចរំពឹងថានឹងចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 40 ដងចេញពីការពិសោធ 100ដងនោះទេ។ ដូចនេះចម្លើយ x = 6 ខាងលើមិនមែនជាតម្លៃពិតប្រាកដ ឬច្បាស់លាស់នោះទេ ប៉ុន្តែយើងអាចសន្និដ្ឋានតម្លៃពីពត៌មានដែលបានផ្តល់ឱ្យ។

ចម្លើយ

1) មានឃ្លីខ្មៅ 4 ក្នុងចំណោមឃ្លី 6 ។
ដូចនេះប្រូបាបគឺ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ។

2) នៅពេលដែលឈ្មោះ ក បានចាប់យកឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយនោះឃ្លីពណ៌ខ្មៅនៅសល់ 3 ក្នុងចំណោមឃ្លីទាំងអស់នៅក្នុងថង់នៅសល់តែ 5។ ប្រូបាបដែលឈ្មោះ ខ ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ
$$\frac{4}{6}\times\frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$
* ចំណាំ៖ នេះគឺជាបញ្ហាលើប្រូបាបដែលចាប់ហើយមិនដាក់វិញ។

អ្វីដែលសិស្សទទួលបានបន្ទាប់ពីការសិក្សាផ្នែកទី 2 ?

ប្រើចំណេះដឹងនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាដើម្បីដោះស្រាយប្រូបាប។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ

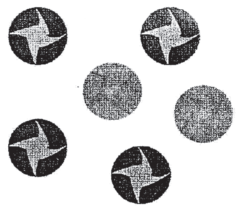
បើយើងគិតអំពីព្រឹត្តិការណ៍នៃការគប់បាន A នៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 2 តើអ្វីជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញរបស់វា?

ចម្លើយ

ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា គឺជាព្រឹត្តិការណ៍នៃការគប់បាន B

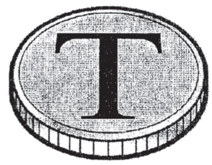
ប្រតិបត្តិ : ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងឃ្លីពណ៌ស 2

1. បើគេឱ្យឈ្មោះ ក ចាប់យកឃ្លី 1 ពីថង់
   ចូររកប្រូបាបដែលឈ្មោះ ក ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។
2. ឧបមាថាឈ្មោះ ក ចាប់បានឃ្លីខ្មៅ ។ ដោយមិនដាក់ឃ្លីនោះចូលថង់វិញដោយឱ្យឈ្មោះ ខ បន្តចាប់យកឃ្លីមួយចេញពីថង់ ។
   ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។



2. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : កាក់មួយដែលម្ខាងជាអក្សរ H និងម្ខាងទៀតជាអក្សរ T ។ បើគេពិសោធបោះកាក់នោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{H, T\}$



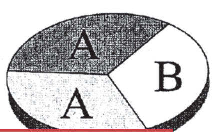
បើ H ជាព្រឹត្តិការណ៍ស្របនោះ T ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ H ព្រោះមានតែព្រឹត្តិការណ៍ពីរ T និង H ។

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ស្របតាងដោយ $P = \frac{1}{2}$

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញតាងដោយ $P' = \frac{1}{2}$

យើងបាន $P+P' = \frac{1}{2}+\frac{1}{2} = 1$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ថាសមួយមានបីចំណែកប៉ុនគ្នាកំណត់ដោយអក្សរ B, A, A បន្ទាប់ពីបង្វិលថាសនោះឱ្យវិលគេប្រើព្រួញគប់លើផ្ទៃថាស ។ បើគប់បានអក្សរ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ស្របនោះព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគឺជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគប់បានអក្សរ A ។



កែតម្រូវ:

ប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ B តាងដោយ $P = 1/3$

ប្រូបាបគប់បានអក្សរ A តាងដោយ $P' = \frac{2}{3}$ យើងបាន $P+P' = \frac{1}{2}+\frac{2}{3} = 1$ ។

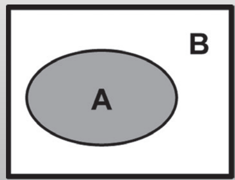
ជាទូទៅ : បើ P' ជាប្រូបាបបំពេញនៃ P នោះ $P+P' = 1$ ។

89

4th Period

លំហាត់បន្ថែម នៅលើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា (I) - តក្ក

ប្រសិនបើ A គឺជាព្រឹត្តិការណ៍មួយ និង B គឺជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នានៃព្រឹត្តិការណ៍ A នោះព្រឹត្តិការណ៍ទាំងនេះមិនចុះសម្រុងគ្នា។ នៅក្នុងពាក្យផ្សេងទៀតគ្មានចំនុចប្រសព្វទេរវាង A និង B ដូចក្នុងរូបភាពខាងស្ដាំ។



សំណួរ សរសេរព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នានៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

(1) យើងជ្រើសរើសពណ៌ខៀវចេញពីបីពណ៌ ខៀវ, លឿង និងពណ៌ក្រហម។

(2) ពេលដែលយើងបោះកាក់មួយចំនួន 5 ដង យើងទទួលបានខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដង។

(3) លទ្ធផលនៃការគណនាជាចំនួនវិជ្ជមាន។

ចម្លើយ

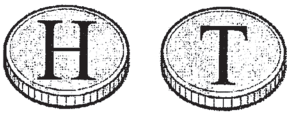
(1) យើងជ្រើសរើសពណ៌លឿង ឬពណ៌ក្រហម។

(2) យើងមិនទទួលបានខាងរូបម្ដងសោះក្នុងការបោះកាក់មួយចំនួន 5 ដង។

(3) លទ្ធផលនៃការគណនាគឺ 0 ឬចំនួនអវិជ្ជមាន។ (កុំភ្លេចសូន្យ!)

5th Period

លំហាត់គំរូទី 1 : គេបោះកាក់ម្តងពីរ ចូររកប្រូបាប ដែលបោះបានអក្សរពីរផ្សេងគ្នារួចទាញរកប្រូបាបដែល បោះបានអក្សរពីរដូចគ្នា ។



ចម្លើយ :

បើគេបោះកាក់ម្តងពីរនោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងមាន

$\{HH, TT, HT, TH\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរពីរផ្សេងគ្នា

$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

បើ P' ជាប្រូបាបដែលចេញអក្សរពីរដូចគ្នា

$P' + P = 1$, $P' = 1 - P = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (ព្រោះ P' បំពេញនៃ P)

លំហាត់គំរូទី 2 : តាមលំហាត់គំរូ 1 នៃទំព័រទី 86 រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីដែលមានអក្សរ តូចមួយយ៉ាងតិច ។

ចម្លើយ :

ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{aA, ab, aB, Ab, AB, bB\}$

តាង P ជាប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរធំទាំងពីរ $P = \frac{1}{6}$

តាង P' ជាប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរតូចមួយយ៉ាងតិច : P' និង P ជាប្រូបាបបំពេញគ្នា

$P' + P = 1$, $P' = 1 - P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ។

6th Period

ប្រតិបត្តិ :

ក្រុមហ៊ុនមួយមានបុគ្គលិកចំនួន 250 នាក់ ។ គេដឹងថាអ្នកដែលធ្វើដំណើរដោយរថយន្ត ផ្ទាល់ខ្លួនមានចំនួន 50 នាក់ ។ រកប្រូបាបដែលធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយដទៃទៀត ។

3. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធច្រើនដង

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បើគេពិសោធបោះកាក់មួយដងបន្ទាប់មកបោះពីរដងរួចបោះបីដង ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងកំណត់ដោយ

- ករណីបោះកាក់មួយដង

  ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{T, H\}$

90

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ពិតណាស់ហើយថារូបកាក់នេះមិនមែនមានន័យថាជាកាក់ពីរ "H" និង "T" នោះទេ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ ប្រសិនបើ P គឺប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់ចេញខាង H ម្តង នោះ ប្រូបាបនៃ P ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ

ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ"យ៉ាងហោចណាស់ចេញខាង H ម្តង" គឺ "ចេញតែខាង T" ។ ដូចនេះ P គឺជាប្រូបាបដែលចេញតែខាង T។ (ក្នុងករណីនេះ P = 3/4 និង P′ = 1/4)

ចម្លើយ 4/5

$\left(\frac{200-50}{250} = \frac{4}{5} \text{ ឬ } 1 - \frac{50}{250} = \frac{4}{5} \right)$

ចំណាំថាបញ្ហានេះគឺជាផលធៀបមិនមែនប្រូបាបទេ។

តើសិស្សនឹងអាចទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីការសិក្សាផ្នែកទី 3 ?

ដោះស្រាយបញ្ហាលើប្រូបាបដែលពាក់ព័ន្ធនឹងការពិសោធច្រើនដង។

លំហាត់បន្ថែម នៅលើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា (ii) - ប្រូបាប

ប្រើចំណេះដឹងនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាខាងក្រោម៖

សំណួរ យើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1 ចំនួនពីរដង

(1) រកប្រូបាប P_1 ដែលចេញលេខ 1 យ៉ាងហោចណាស់ម្តង។

(2) រកប្រូបាប P_2 ដែលចេញលេខពី 1 ដល់ 5 យ៉ាងហោចណាស់ម្តង។

ចម្លើយ នៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួនពីរដងនឹងមានលទ្ធផលចំនួន 36 ករណីដែលអាចកើតឡើង។

(1) ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នានៃ P_1 គឺមិនចេញលេខ 1 ទាំងពីរលើក។ ប្រូបាបដែលមិនចេញលេខ 1 ទាំងពីរលើកគឺ $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$។

ដូចនេះ $P_1 = 1 - 25/36 = 11/36$ ។

(2) ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នានៃ P_2 គឺចេញលេខ 6 ទាំងពីរដង។ ប្រូបាបព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ $\boxed{\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \text{ គឺ } 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}}$ ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

រូបទាំងនេះត្រូវបានគេហៅថា "ដ្យាក្រាមមែក" ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ

នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយចំនួន 3 ដងគណនាប្រូបាបដែលចេញខាងរូប(H) យ៉ាងហោចណាស់ម្តង។

ចម្លើយ

ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ "ការចេញខាងរូប H យ៉ាងហោចណាស់ម្តង"គឺ "ការចេញតែខាងលេខ T" ។ ប្រូបាបដែលចេញតែខាងលេខ T គឺ 1/8។ ដូចនេះប្រូបាបដែលចេញខាងរូប H យ៉ាងហោចណាស់ម្តងគឺ: 1 – 1/8 = 7/8 ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

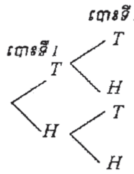
សំណួរ

នៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់1 ចំនួនពីរដង។ គណនាប្រូបាបដែលចេញលេខផ្សេងគ្នា។

ចម្លើយ

ព្រឹត្តិការណ៍នបំពេញគ្នានៃ"ការចេញលេខផ្សេងគ្នា" គឺ "ការចេញលេខដូចគ្នា"។ ប្រូបាបដែចេញលេខដូចគ្នាគឺ 6/36 = 1/6 ដូចនេះប្រូបាបដែលចេញលេខផ្សេងគ្នាគឺ គឺ 1 – 1/6 = 5/6។

- ករណីបោះកាក់ពីរដង ព្រឹត្តិការណ៍អាចកំណត់ដោយ



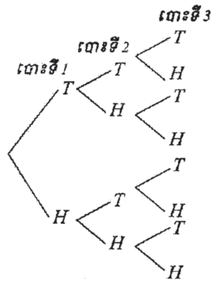
ព្រឹត្តិការណ៍អាចមាន 4 ករណី

$\{TT, HT, HT, HH\}$

HT លើកទី 1 បោះបាន H ហើយលើកទី 2 បោះបាន T

TH លើកទី 1 បោះបាន T ហើយលើកទី 2 បោះបាន H

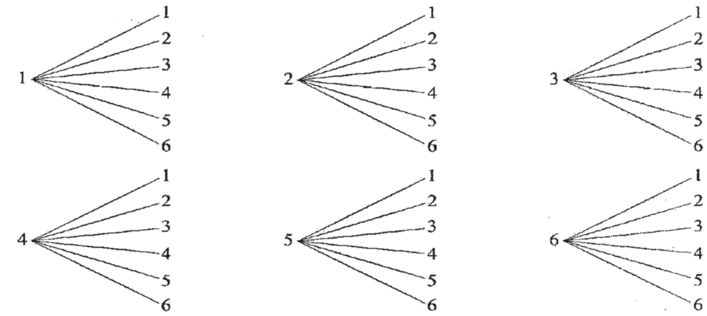
- ករណីបោះកាក់បីដង ព្រឹត្តិការណ៍អាចកំណត់ដោយ



ព្រឹត្តិការណ៍អាចមាន 8 ករណី

$\{TTT, TTH, THT, THH, HTT, HTH, HHT, HHH\}$

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរដង ព្រឹត្តិការណ៍អាចកំណត់ដូចខាងក្រោម ។



ព្រឹត្តិការណ៍អាចរួមមាន 36 ករណី

(1 , 1)(1 , 2)(1 , 3)(1 , 4)(1 , 5)(1 , 6)

(2 , 1)(2 , 2)(2 , 3)(2 , 4)(2 , 5)(2 , 6)

(3 , 1)(3 , 2)(3 , 3)(3 , 4)(3 , 5)(3 , 6)

(4 , 1)(4 , 2)(4 , 3)(4 , 4)(4 , 5)(4 , 6)

(5 , 1)(5 , 2)(5 , 3)(5 , 4)(5 , 5)(5 , 6)

(6 , 1)(6 , 2)(6 , 3)(6 , 4)(6 , 5)(6 , 6)

91

ចំណេះដឹងបន្ថែម ដ្យាក្រាមមែក

ដ្យាក្រាមមែកគឺជាផ្នែកមួយនៃឧបករណ៍មូលដ្ឋានដែលបានប្រើសម្រាប់ការពិសោធមិនទាក់ទងគ្នា ប៉ុន្តែវាអាចជួយសិស្សមិនត្រឹមតែរាប់លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់ដោយគ្មានកំហុសនោះទេថែមធ្វើឱ្យរីកចម្រើនផងដែរនូវជំនាញនៃការតាមបែបតក្ក។ ជាឧទាហរណ៍ពិចារណាពីបញ្ហាដូចខាងក្រោម៖

សំណួរ មាន 3 ផ្លូវសម្រាប់ឡើងទៅលើកំពូលភ្នំ។ បើយើងចង់ឃើញរបៀបផ្សេងគ្នានៃផ្លូវឡើងកំពូលភ្នំនេះ នោះយើងរៀបចំផែនការដើម្បីឡើងតាមផ្លូវដែលខុសពីផ្លូវចុះ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលយើងអាចឡើង និងចុះភ្នំនេះ?

ចម្លើយ តាងផ្លូវទាំង 3 ដោយ A, B, និងC ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងដ្យាក្រាមមែកខាងក្រោមនេះគឺយើងមាន 6 ជម្រើសដែលអាចធ្វើការឡើង និងចុះភ្នំនេះ។

ឡើង	ចុះ	ឡើង	ចុះ	ឡើង	ចុះ
A	B	B	A	C	A
	C		C		B

7th Period

លំហាត់គំរូទី 1 :

គេបោះកាក់មួយដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T ។

ក្នុងករណីបោះកាក់ពីរដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TT ។

ក្នុងករណីបោះកាក់បីដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TTT ។

តាមលំនាំនេះ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $TTTT$ ។

ចម្លើយ :

ករណីបោះកាក់មួយដង ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{T, H\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T គឺ $P = \frac{1}{2}$

ករណីបោះកាក់ពីរដង ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{TT, TH, HT, HH\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TT គឺ $P = \frac{1}{4}$

ករណីបោះកាក់បីដង ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{TTT, TTH, THT, THH, HTT, HTH, HHT, HHH\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TTT គឺ $P = \frac{1}{8}$

រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $TTTT$, $P(T) = \frac{1}{2}$, $P(TT) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ $P(TTT) = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$

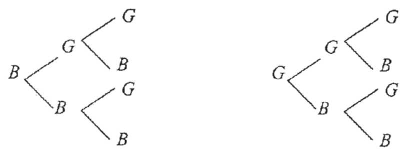
ដូចនេះ $P(TTTT) = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 :

គ្រួសារមួយចង់បានបុត្រតាមលំដាប់លំដោយ ដូច BGB (B ជាប្រុសហើយ G ជាស្រី) ។ តើគេអាចមានក្តីសង្ឃឹមប៉ុន្មានភាគរយ ?

8th Period

ចម្លើយ :



ព្រឹត្តិការណ៍អាច $BGG, BGB, BBG, BBB, GGG, GGB, GBG, GBB$

ប្រូបាប $P(BGB) = \frac{1}{8}$

ប្រតិបត្តិ : គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយពីរដង

1. ចូររកប្រូបាបដែលចេញលេខដូចគ្នា ។
2. ចូររកប្រូបាបដែលផលបូកគ្រាប់ទាំងពីរស្មើនឹង 10 ។

92

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពិសោធដែលមានតែពីរលទ្ធផល ("ជោគជ័យ" និង "បរាជ័យ") ត្រូវបានគេហៅថាវិញ្ញាសាទ្វេធាដូចជា៖

- ការបោះកាក់មួយដែលខាងរូបតាងឱ្យ "ជោគជ័យ" និងខាងលេខតាងឱ្យ "បរាជ័យ"
- ការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយដែលលេខ 6 តាងឱ្យ "ជោគជ័យ" និងលេខផ្សេងទៀតតាងឱ្យ "បរាជ័យ" ។ ជាទូទៅនៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយ n ដង ដោយត្រឹមត្រូវ ប្រូបាបនៃលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើង n ដងគឺ $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ចម្លើយ

នៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1ចំនួនពីរដងនោះលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺ 36 ដូចជានៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី2 នៅលើទំព័រ 91។

1) មាន 6 ករណីដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខដូចគ្នា។

ដូចនេះប្រូបាបរបស់វាគឺ 6/36 = 1/6 ។

2) មាន 3 ករណីដែលផលបូកលេខគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរគឺ 10 ដែលមានដូចជា 4 +6, 5 +5 និង 6 +4។

ដូចនេះប្រូបាបរបស់វាគឺ $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម ទ្រឹស្តីលោកយ៉ាកុបប៊ែរនូយី

ការពិសោធទ្វេធាត្រូវបានគេហៅថាការពិសោធប៊ែរនូយីដែលបានដាក់ឈ្មោះតាមលោកយ៉ាកុបប៊ែរនូយី(1655-1705) ដែលជាគណិតវិទូដ៏ល្បីរបស់ស្វីស។ ប៊ែរនូលីបានធ្វើការរួមចំណែកដ៏អស្ចារ្យដល់ការអភិវឌ្ឍនៃគណិតវិទ្យាជាពិសេសក្នុងវិស័យប្រូបាប។ច្បាប់នៃចំនួនធំក៏ជាការរកឃើញរបស់លោកយ៉ាកុបប៊ែរនូលី។ ទ្រឹស្តីបទនេះគឺជា ការពិពណ៌នាអំពីលទ្ធផលនៃដំណើរការពិសោធដូចគ្នាដែលប្រើពេលវេលាច្រើន។ បើយោងទៅតាមច្បាប់នេះ មធ្យមនៃលទ្ធផលដែលទទួលបានចំនួនធំនៃវិញ្ញាសាគួរតែខិតទៅរកតម្លៃដែលគេរំពឹងទុក នឹងធ្វើឱ្យកាន់តែខិតជិតបើយើងធ្វើពិសោធច្រើនដងបន្ថែមទៀត។ ឧទាហរណ៍ ប្រសិនបើយើងបោះកាក់មួយច្រើនដងនោះផលធៀបនៃការចេញខាងរូបខិតទៅជិត 50% ។ ការសិក្សារបស់យើងនៅលើប្រូបាបនៅក្នុងសាលានេះគឺផ្អែកទាំងស្រុងលើការងាររបស់គាត់។

ចម្លើយនៃលំហាត់

1) មាន 9 អក្សររាប់ដែលក្នុងនោះ P មាន 2, N មាន 2, H មាន 2, O មាន 1, M មាន1 និង E មាន1

(ក) អក្សរ P : $\frac{2}{9}$

(ខ) អក្សរ H: $\frac{2}{9}$

(គ) អក្សរ O ឬ M: $\frac{1+1}{9} = \frac{2}{9}$

(ឃ) អក្សរ P ឬ N: $\frac{2+2}{9} = \frac{4}{9}$

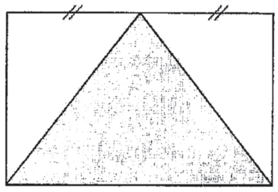
2) មាន 21 លេខពីលេខ 1 ទៅលេខ 21 ដែលរួមមាន 11 លេខសេស និង 10 លេខគូ។
ដូចនេះ ប្រូបាបដែលយកលេខសេស និងលេខគូគឺ 11/21 និង 10/21 រៀងគ្នា។
ដូចនេះប្រូបាបទាំងពីរនេះគឺមិនស្មើគ្នា។

3) ពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់1 ចំនួនម្តង។ ចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺ 6 ករណី។ ដូចនេះប្រូបាបដែលចេញលេខ 1 ឬ 2 ឬ 3 ឬ 4 គឺ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ។

4) ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណមានពណ៌ប្រផេះ គឺស្មើនឹងផលបូកនៃត្រីកោណពីរផ្សេងទៀតដែលមិនប្រផេះដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបខាងក្រោម ដូច្នេះប្រូបាបគឺដូចគ្នា។

លំហាត់

1. គេចាប់យកអក្សរមួយនៃពាក្យ *PHNOM PENH* ដោយចៃដន្យ ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន
   ក. អក្សរ *P* ខ. អក្សរ *H* គ. អក្សរ *O* ឬ *M* ឃ. អក្សរ *P* ឬ *N* ។
2. សុខនិយាយថា "ខ្ញុំកំពុងនឹករកចំនួនសេសមួយដែលឋិតក្នុងចន្លោះពី 1 ដល់ 21" ។ សៅនិយាយថា "ខ្ញុំក៏កំពុងនឹករកចំនួនគូមួយដែលឋិតក្នុងចន្លោះពី 1 ដល់ 21 ដែរ" ។ តើប្រូបាបនៃចំនួនដែលសុខនិងសៅកំពុងនឹករកស្មើគ្នា ឬទេ ?
3. ចូររកប្រូបាបនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ដែលចេញលេខ 1 ដល់លេខ 4 ។
4. ក្នុងវិញ្ញាសាគប់ព្រួញមួយ តើប្រូបាបដែលគប់លើផ្ទៃផ្នត់ស្មើនឹងផ្ទៃមិនផ្នត់ ឬទេ ?



5. ការអង្កេតលើមធ្យោបាយធ្វើដំណើររវាងអ្នកក្នុងក្រុងនិងអ្នករស់នៅជាយក្រុងទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម ។

	អ្នកនៅក្នុងក្រុង	អ្នកនៅជាយក្រុង	សរុប
រថយន្ត	182	52	234
ម៉ូតូ	254	338	592

ក. ចូររកប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូ ។
ខ. ចូររកប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរថយន្ត ។
គ. បើគេអញ្ជើញភ្ញៀវ 1200 នាក់ដើម្បីចូលរួមក្នុងពិធីផ្សព្វផ្សាយពាណិជ្ជកម្មក្នុងនោះភ្ញៀវ 760 នាក់ជាអ្នករស់នៅក្នុងក្រុងហើយភ្ញៀវ 440 ជាអ្នករស់នៅជាយក្រុង ។ តើគេត្រូវត្រៀមចំណតរថយន្តប៉ុន្មានកន្លែង ?

<u>ចំណាំ</u> សំណួរក្នុងលំហាត់ទី 5សួរពីផលធៀបមិនមែនប្រូបាបទេ។ យើងគួរតែសួរថាបើយើងជ្រើសមនុស្ស 1 នាក់។រកប្រូបាបដែលគាត់ប្រើប្រាស់រថយន្ត។ល។

93

5) ចំនួនសរុបនៃលទ្ធផលគឺ

$234 + 592 = 826$

(ក) $\frac{592}{826} = \frac{296}{413}$

(ខ) $\frac{234}{826} = \frac{117}{413}$

(គ) អាស្រ័យទៅលើតារាង នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានថាចំនួននៃការប្រើប្រាស់រថយន្តមានដូចខាងក្រោម៖

- មនុស្សរស់នៅក្នុងទីក្រុងគឺ

$$760 \times \frac{182}{182+254} = 760 \times \frac{91}{218}$$
$$= 317.247\ldots \approx 317$$

- មនុស្សរស់នៅជាយក្រុង

$$440 \times \frac{52}{52+338}$$
$$= 440 \times \frac{26}{195}$$
$$= 58.666\ldots \approx 59$$

ដូចនេះចំនួនភ្ញៀវដែលប្រើប្រាស់រថយន្តគឺ 317 + 59 = 376 ។

ចម្លើយសម្រាប់រថយន្ត 376 កន្លែង

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ក្នុងលំហាត់ទី5 (គ) ហាក់ដូចជាមិនសមរម្យដោយសារតែក្រុមគោលដៅគឺខុសពីចំនួនប្រជាជននៅក្នុងតារាង ដូចនេះការឆ្លើយតបអាចខុសគ្នាផងដែរ។ គ្រូអាចរំលងបញ្ហានេះដើម្បីជៀសវាងការយល់ច្រឡំ។

6. ការស្ទាបស្ទង់រកសំឡេងគាំទ្រដល់បេក្ខជន 3 នាក់ A, B, C ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

	គាំទ្រ	មិនគាំទ្រ	គ្មានយោបល់	សរុប
A	1420	74	182	1676
B	846	26	122	994
C	570	41	60	671
សរុប	2836	141	364	3341

ក. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន A

ខ. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងមិនគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C

គ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន A

ឃ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន B ឬ C

ង. ចូរប្រៀបធៀបប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជន A និងប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C ។

ចំណាំ៖ គ្រប់សំណួរក្នុងលំហាត់ទី6 សួរពី“ផលធៀប” មិនមែន“ប្រូបាប”ទេ។

7. ខាងក្រោមនេះជាព្រឹត្តិការណ៍អាចនៃការបោះកាក់ 4 ដង

HHHH, HTHH, THHH, TTHH

HHHT, HTHT, THHT, TTHT

HHTH, HTTH, THTH, TTTH

HHTT, HTTT, THTT, TTTT

ក. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ពីរ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបាន អក្សរ T ពីរមុនគេ ។

គ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H មួយមុនគេ ។

ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ទាំងបួន ។

ង. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T មួយយ៉ាងតិច ។

បោះបាន H ពីរដង → HHTT, HTHT, HTTH, THHT, THTH និង TTHHមាន (6 ករណី)

បោះបាន T ពីរដងដំបូង → TTHH, TTHT, TTTH, និង TTTTមាន (4 ករណី)

បោះបាន H 1ដងដំបូង → HHHH, HHHT, HHTH, HHTT, HTHH, HTHT, HTTH និង HTTT មាន(8 ករណី)

94

6) (មិនច្បាស់លាស់)

7) ចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់គឺ $2^4 = 16$

(ក) មាន 6 ករណី។ ដូចនេះ ប្រូបាបគឺ $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ។

(ខ) មាន 4 ករណី។ ដូចនេះ ប្រូបាបគឺ $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ។

(គ) មាន 8 ករណី។ ដូចនេះ ប្រូបាបគឺ $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ ។

(ឃ) មានតែ 1ករណីទេដែលចេញ HHHH។ ដូចនេះ ប្រូបាបគឺ $\frac{1}{16}$ ។

(ង) ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ “ការបោះបាន T យ៉ាងហោចណាស់ម្ដង” គឺជា “ការបោះបាន T សូន្យដង” ដែលសមមូលទៅនឹង “ការបោះបាន H បួនដង” ។ ប្រូបាបនៃការបោះបាន H បួនដងគឺ 1/16 ។ ដូចនេះ ប្រូបាបនៃការបោះបាន T យ៉ាងហោចណាស់ម្ដងគឺ 1 –1/16 = 15/16 ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

យើងមិនអាចដោះស្រាយលំហាត់ទី 6 បានទេព្រោះលក្ខខណ្ឌគឺមិនច្បាស់លាស់។ ជាឧទាហរណ៍ក្នុងសំនួរ (ក) 74 ចេញពី 1676 នាក់ដែលពិតជាបានឆ្លើយថាពួកគេនឹងមិនគាំទ្របេក្ខជន A ប៉ុន្តែតើមានមនុស្សប៉ុន្មាននាក់នៃមនុស្ស 3341 នាក់ដែលនឹងគាំទ្របេក្ខជន A ដែរឬទេ? ចម្លើយក្នុងសៀវភៅគ្រូរបស់ក្រសួងគឺ 74/3341 ប៉ុន្តែវាជាការមិនពិតទេ។ យើងមិនអាចឆ្លើយបានទេព្រោះថាយើងមិនដឹងថាតើ 994នាក់ ឆ្លើយតបសម្រាប់បេក្ខជន B ហើយក៏បានឆ្លើយតបសម្រាប់បេក្ខជន A ដែរ។

ប្រសិនបើយើងចង់ឱ្យលំហាត់ច្បាស់លាស់យើងគួរតែផ្លាស់ប្ដូរលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម៖

[សំណួរ] យើងបានសួរថាមនុស្ស 1500នាក់ ប្រសិនបើពួកគេគាំទ្របេក្ខជន A ឬ B ឬ C និងទទួលបានលទ្ធផលដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងខាងក្រោម។ ចំណាំថាពួកគេអាចគាំទ្រដល់បេក្ខជនយ៉ាងច្រើនបំផុតមួយនាក់ ហើយមនុស្សមួយចំនួនផ្សេងទៀតមិនគាំទ្រទៅបេក្ខជនដទៃទៀតទេ។

	គាំទ្រ	មិនគាំទ្រ	គ្មានយោបល់
A	440	627	433
B	660	596	244
C	318	771	411

បន្ទាប់មកយើងអាចសួរសំណួរដូចជា៖ ប្រសិនបើយើងជ្រើសរើសមនុស្ស 1 នាក់ចេញពីមនុស្ស 1500 នាក់។រកប្រូបាបដែលពួកគាត់គាំទ្របេក្ខជន B ឬ C (ចម្លើយ $\frac{660+318}{1500} = \frac{163}{250}$)

8. ក្នុងថង់មួយដែលមានតែឃ្លីពណ៌សនិងខ្មៅ ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សដោយដឹងថា ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{2}{5}$ ។

9. ក្រុមហ៊ុនមួយបានកត់ត្រាលើចំនួនថ្ងៃអវត្តមានរបស់បុគ្គលិកប្រចាំឆ្នាំ ។

ចំនួនថ្ងៃអវត្តមាន	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនបុគ្គលិក	6	1	15	12	24	18	16	10	7

បើគេធ្វើសម្ភាសន៍ជាមួយបុគ្គលិកមួយដោយចៃដន្យ

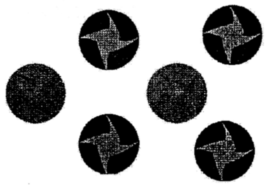
ក. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ ។

គ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ចន្លោះពី 4 ទៅ 6 ថ្ងៃ ។

ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ច្រើនជាង 6 ថ្ងៃ ។

10. ថង់មួយមានឃ្លី 6 ក្នុងនោះមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងពណ៌ស 2 ដើម្បីងាយសិក្សាឃ្លីពណ៌ខ្មៅបង់ដោយអក្សរ $ABCD$ និងឃ្លីពណ៌ស 2 បង់ដោយអក្សរ X និង Y ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់ ។



ក. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំងពីរ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់ឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច ។

11. គ្រូដាក់សំណួរមេរៀន 6 តាងដោយអក្សរ A , B , C , D , E និង F ហើយគ្រូនិងដកស្រង់យក 3 សំណួរដើម្បីដាក់ឱ្យសិស្សប្រឡងយកពិន្ទុ ។ បើសិស្សម្នាក់បានរៀនតែ 4 សំណួរ

ក. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច ។

12. គេបោះកាក់ម្តងបី ។ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានមុខ H ទាំងបី ។

13. ថង់មួយមានឃ្លី 12 គ្រាប់ដែលមានតែឃ្លីពណ៌សនិងពណ៌ខ្មៅ ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់ ។

ក. ចូររកចំនួននៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅបើប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស ។

95

8) ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស1 គឺជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយ។
ដូចនេះ ប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌សមួយគឺ 1 – 2 / 5 = 3/5

9) ចំនួនសរុបនៃបុគ្គលិកគឺ
6 + 1 + 15 + 12 + 24 + 18 + 16 + 10 + 7 = 109 នាក់។

(ក) ចំនួនបុគ្គលិកដែលអវត្តមានច្រើនបំផុត 3 ថ្ងៃគឺ 6 + 1 + 15 + 12 = 34 ។
ដូចនេះប្រូបាបគឺ 34/109

(ខ) ចំនួនបុគ្គលិកដែលអវត្តមានយ៉ាងហោចណាស់ 1 ថ្ងៃគឺ 109 – 6 = 103 ។
ដូចនេះប្រូបាបគឺ 103/109 ។

(គ) ចំនួនបុគ្គលិកដែលអវត្តមានចន្លោះពី 4 ទៅ 6 ថ្ងៃគឺ
24 + 18 +16 = 58 ។
ដូចនេះប្រូបាបគឺ 58/109 ។

(ឃ)ចំនួនបុគ្គលិកដែលអវត្តមានច្រើនជាង 6 ថ្ងៃគឺ 10 + 7 = 17 ។
ដូចនេះប្រូបាបគឺ 17/109 ។

10) នៅក្នុងការចាប់យកឃ្លី 2 ពីក្នុងថង់មាន 15 ករណី ដែលអាចកើតឡើងត្រូវបានបង្ហាញដូចខាងក្រោម៖
AB, AC, AD, AX, AY, BC, BD, BX, BY, CD, CX, CY, DX, DY, XY

(ក) មានតែ XY ទេជាករណីដែលឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ស។ ដូចនេះប្រូបាបគឺ 1/15 ។

(ខ) នេះគឺជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃសំណួរ (ក) ខាងលើ។
ដូចនេះប្រូបាបគឺ 1 – 1/15 = 14/15 ។

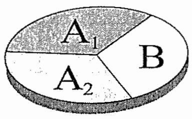
11) ចំនួននៃការជ្រើសរើស 3 សំណួរចេញពីសំណួរ A ទៅ F គឺមាន 20 ករណីដូចខាងក្រោម៖

ABC, ABD, ABE, ABF
ACD, ACE, ACF, ADE, ADF,
AEF, BCD, BCE, BCF, BDE,
BDF, BEF, CDE, CDF, CEF,
DEF

(ក)
សូមពិចារណាករណីដែលសិស្សជ្រើសរើសសំណួរ A, B, C និងD ហើយបើ 3 សំណួរដែលត្រូវឆ្លើយនោះមាន 1 ជាសំណួរដែលនៅសល់គឺជា E និង F នោះក្នុងចំណោម 20 ករណីខាងលើមាន 12 ករណីដែលមានមួយក្នុងចំណោម E និង F ដែលមានដូចជា ABE, ABF, ACE, ACF, ADE, ADF, BCE, BCF, BDE, BDF, CDE និង CDF,។

14. ក្នុងការិយាល័យមួយមានបុរស 3 នាក់និងនារី 2 នាក់ ។ គេជ្រើសរើស 2 នាក់ដោយធ្វើការចាប់ឆ្នោតដោយចៃដន្យ ។ ចូររកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបាននារីទាំងពីរនាក់ ។

15. ផ្ទៃថាសមួយខណ្ឌដោយបីផ្នែកប៉ុនគ្នាដែលតាងដោយអក្សរ A_1 , A_2 , B គេបង្វិលថាសឱ្យវិលរួចប្រើព្រួញគប់លើផ្ទៃថាសនោះពីរដង ។ ចូររកប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ A ទាំងពីរលើក ។



16. ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហមនិងពណ៌ខៀវ ក្នុងនោះឃ្លីពណ៌ក្រហមមានចំនួន 15 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយពីថង់ដោយចៃដន្យដោយដឹងថាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ ។ ចូរគណនា

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ខៀវនៅក្នុងថង់នោះ ។

ខ. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលត្រូវដាក់ចូលបន្ថែមក្នុងថង់ ដើម្បីឱ្យប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយមានពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបរបស់វាគឺ 12 /20 = 3/ 5 ។ នេះគឺដូចគ្នាចំពោះ ករណីដែលសិស្សជ្រើសរើស 4 សំណួរ នេះ ផ្សេងទៀត។ ឧបមាថាសិស្ស ជ្រើសរើស A, B, C និង D ហើយយ៉ាងហោចណាស់ 2 សំណួរត្រូវបានផ្តល់ឱ្យក្នុងការធ្វើតេស្តនេះ។ នៅក្នុងករណីនេះ ការធ្វើតេស្តE និង F។ ដូចនេះ ABC ABD ACD និង BCD ត្រូវបន្ថែមទៅលើ 12 ករណីនៅក្នុងសំណួរ (ក) ។ ប្រូបាបរបស់វាគឺ
(12 +4) / 20 = 4 / 5 ។ ដូចគ្នានេះដែរ យើងអាចអាចប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញដើម្បីដោះស្រាយ។

12) នៅពេលដែលយើងបោះកាក់ 3 នឹងមានលទ្ធផល 8 ករណីដែលអាចកើតឡើង និងមានតែមួយករណី HHH ជាករណីដែលចេញ H ចំនួន 3 ដង ។ ដូចនេះប្រូបាបគឺ $\frac{1}{8}$។

13) (ក) ចំនួនឃ្លីខ្មៅគឺ $\frac{1}{3}$ x 12 = 4។

(ខ)ចាប់យកឃ្លីពណ៌សមួយគ្រាប់គឺជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នានៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយ។
ដូចនេះ ប្រូបាបរបស់វាគឺ 1 – 1 / 3 = 2/ 3 ។

14) តាង M_1, M_2, M_3 ជាបុគ្គលិកបុរស និង F_1និង F_2 តាងបុគ្គលិកស្ត្រី ។ ពេលយើងជ្រើសរើសមនុស្ស 2 នាក់ពីពួកគេ នោះលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺៈ

M_1M_2, M_1M_3, M_1F_1, M_1F_2

M_2M_3, M_2F_1, M_2F_2

M_3F_1, M_3F_2, F_1F_2

ក្នុងចំណោមទាំង 10 ករណីមានករណីតែមួយគត់ដែលបុគ្គលិកជាស្ត្រី2 នាក់ត្រូវបានជ្រើស។ដូចនេះប្រូបាបរបស់វាគឺ 1/10

15) នៅពេលដែលយើងគប់ព្រួញពីរដងទៅលើគោលដៅនោះ លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺៈ

A_1A_1, A_1A_2, A_1B A_2A_1, A_2A_2, A_2B

BA_1, BA_2, BB ដែលក្នុងចំណោមទាំង 9 ករណីមានករណីគប់បាន A ពីរដងគឺៈ

A_1A_1, A_1A_2, A_2A_1, A_2A_2,

មាន 4 ករណី។ ដូចនេះ ប្រូបាបរបស់វាគឺ 4/9 ។

16) តាង n ជាចំនួនឃ្លីសរុប។ នោះយើងបាន $\frac{15}{n} = \frac{3}{5}$ ។

ដូចនេះៈ n = 25 ។

(ក) ចំនួនឃ្លីពណ៌ខៀវគឺ 25 – 15 = 10 ។

(ខ) តាង x ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលបានបន្ថែមទៀតទៅក្នុងថង់។

យើងបាន $\frac{15+x}{25+x} = \frac{2}{3}$

$$2(25 + x) = 3(15 + x)$$

ដូចនេះចំនួន $50 + 2x = 45 + 3x$

$$x = 5$$

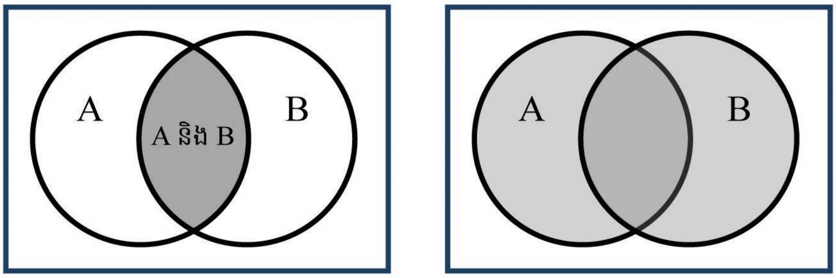
ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

លើសពីនេះទៅទៀតការសិក្សាលើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា មូលដ្ឋានគ្រឹះនៃតក្កវិទ្យា

" និង " និង " ឬ "

ក្នុង គណិតវិទ្យាពាក្យ "និង" និង " ឬ" មានអត្ថន័យសំខាន់។ ប្រសិនបើយើងនិយាយថា " A និង B " នោះវាមានន័យថាទាំងពីរ A និង B កើតឡើង។ ជាឧទាហរណ៍ប្រសិនបើ A = " ខ្ញុំផឹកកាហ្វេ" និង B = " ខ្ញុំផឹកតែ " នោះ " A និង B " មានន័យថា "ខ្ញុំផឹកទាំងពីរកាហ្វេ និងតែ" (មិនមែនមួយក្នុងចំណោមទាំងពីរនោះទេ)។ ម្យ៉ាងទៀត "A ឬ B " មានន័យថាទាំង A ឬ B ឬ ទាំងពីរ។ ករណីនេះមានបង្ហាញនៅក្នុងដ្យាក្រាមវិនខាងក្រោម។ តំបន់ដែលមានពណ៌ប្រផេះបង្ហាញថា " A និង B " និង " A ឬ B " រៀងគ្នា។

A និង B　　　A ឬ B



មិននៃ " និង"

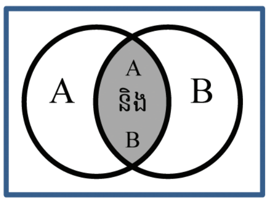
ពេលដែលយើងចង់បដិសេធឃ្លាក្នុងគណិតវិទ្យាយើងត្រូវយកចិត្តទុកដាក់ច្រើនលើ "និង " និង "ឬ"។ ឧទាហរណ៍មិននៃព្រឹត្តិការណ៍" A និង B " គឺ "មិនA ឬ មិនB " ។ ដ្យាក្រាមវិនអាចជួយអ្នកឱ្យយល់ពីមូលហេតុនេះ។

វាច្បាស់ណាស់ថាមិន " A និងB " គឺជាតំបន់ដែលមានពណ៌ប្រផេះក្នុងរូបភាពទី 2នៅខាងស្តាំ។ ម្យ៉ាងទៀត "មិនA ឬមិនB " គឺជាផលបូកនៃ តំបន់ដែលពណ៌ប្រផេះនៅក្នុងរូបភាពទី 3 ទី 4 និងទី 5 ដែលដូចគ្នាទៅនឹងតំបន់ពណ៌ប្រផេះនៅក្នុងរូបភាពទី 5។

ដូចនេះ យើងអាចសន្និដ្ឋានថាមិននៃ " A និង B " គឺ "មិនA ឬ មិនB"

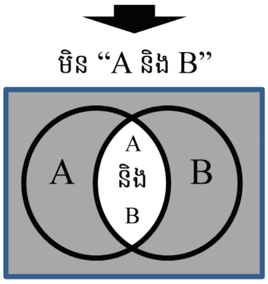
“A និង B”

រូប.1



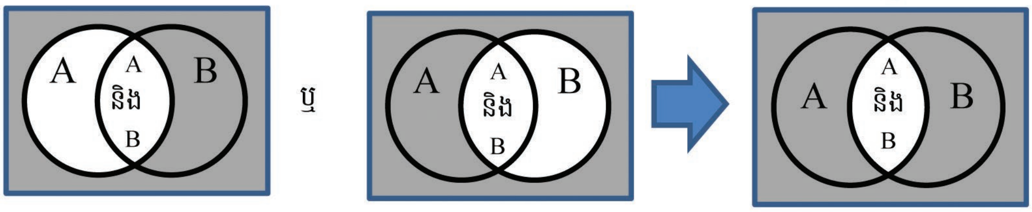
មិន “A និង B”

រូប.2



| |

មិន A　　　មិន B　　　មិន A ឬ មិន B



រូប.3　　　រូប.4　　　រូប.5

មិននៃ " ឬ "

មិននៃព្រឹត្តិការណ៍ "A ឬ B" គឺ "មិនA និង មិន B" ។ ករណីទាំងនេះត្រូវបាន ពន្យល់នៅក្នុងវិធីដូចគ្នាទៅនឹង "A និង B" ។

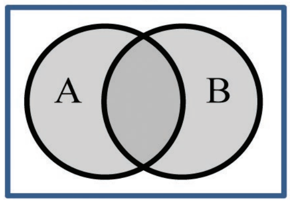
វាច្បាស់ណាស់ថាមិន " A ឬ B" គឺជាតំបន់ដែលមានពណ៌ប្រផេះក្នុងរូបភាពទី 7 នៅខាងស្តាំ។ ម្យ៉ាងទៀត "មិនA និង មិនB " គឺជាចំនុចប្រសព្វនៃរូបភាពទី 8 និងទី 9។

ដូចនេះ វាស្មើទៅនឹងតំបន់ដែលមានពណ៌ប្រផេះក្នុងរូបភាពទី10។

ប៉ុន្តែរូបភាពទី 7 និងរូបភាពទី 10 គឺដូចគ្នា។

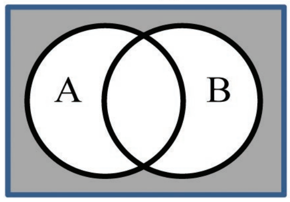
ដូចនេះ យើងអាចសន្និដ្ឋានថាមិននៃ "A ឬ B" គឺ "មិនA និងមិនB "

"A ឬ B"



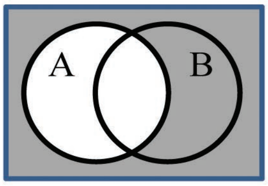
រូប. 6

មិន "A ឬ B"



រូប. 7

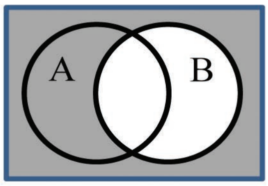
មិន A



រូប. 8

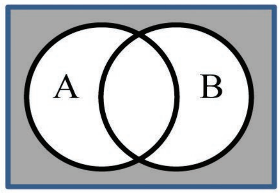
និង

មិន B



រូប. 9

"មិនA" និង "មិន B"



រូប. 10

ផលបូក ផលគុណនៅក្នុងការគណនាប្រូបាប

ចំណេះដឹងនៃ "និង" "ឬ" និង មិននៃ"និង" និងមិននៃ"ឬ"ត្រូវបានប្រើក្នុងការគណនាប្រូបាបដែលពាក់ព័ន្ធនឹងការពិសោធ មិនទាក់ទងគ្នា។ ជាឧទាហរណ៍ពិចារណាលំហាត់ដូចខាងក្រោម៖

សំណួរ

(1) ពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ចំនួនមួយដង។ គណនាប្រូបាបដែលចេញលេខ 1 ឬ 2 ។

(2) ពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួនពីរដង។ គណនាប្រូបាបដែលដំបូងចេញលេខ 1 និងលើកទីពីរ ចេញលេខគូ។

ចម្លើយ

(1) ប្រូបាបដែលចេញលេខ 1 ឬ 2 គឺ 2/6 = 1/3 ។ នេះគឺស្មើនឹងផលបូកនៃ (i) ប្រូបាបដែលចេញលេខ 1 គឺ ស្មើនឹង $\frac{1}{6}$ និង (ii) ការប្រូបាបដែលចេញលេខ 2 គឺ $\frac{1}{6}$។

(2) ប្រូបាបដែលដំបូងចេញលេខ 1 និងលើកទីពីរចេញលេខគូគឺ 3/36 = 1/12 ។

(គូរដ្យាក្រាមមែកដើម្បីពិនិត្យចម្លើយនេះ)

នេះគឺស្មើនឹងផលគុណនៃ (i) ប្រូបាបដែលដំបូងចេញលេខ 1 គឺ $\frac{1}{6}$ និង (ii) ប្រូបាបដែលលើកទីពីរចេញលេខគូ គឺស្មើនឹង $\frac{3}{6}$ ។

សន្និដ្ឋាន នៅក្នុងការពិសោធមិនទាក់ទងគ្នា "ឬ" និង "និង" នៃព្រឹត្តិការណ៍នេះត្រូវបានបកប្រែទៅជាផលបូក និងផលគុណនៅក្នុងការគណនានៃប្រូបាបរៀងគ្នា។

ចូររីករាយជាមួយលំហាត់ប្រូបាបនៅក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង

នៅទីនេះយើងគិតថានៅលើលំហាត់ប្រូបាបដែលយើងអាចរកឃើញនៅជុំវិញខ្លួនយើង។ នៅក្នុងលំហាត់ដូចខាងក្រោមនេះអ្នកមិនចាំបាច់ដោះស្រាយបញ្ហានេះទេគឺគ្រាន់តែមើលពីរបៀបនៃការគិតចម្លើយរបស់អ្នកគឺត្រឹមត្រូវ ដោយគ្មានការគណនាប្រូបាប។

បញ្ហា ទី 1 [ងាយស្រួល]: ទស្សន៍ទាយ

អ្នកគឺជាវិនិយោគិនហើយ អ្នកគិតអំពីថាតើគួរតែវិនិយោគនៅក្នុងក្រុមហ៊ុនA ឬ ក្រុមហ៊ុនB ទោះជាយ៉ាងណាក៏អ្នកមិនមានគំនិតទេ ដូចនេះអ្នកបានសម្រេចចិត្តទស្សន៍ទាយដើម្បីមើលពីសំណាងដូចខាងក្រោមដោយសួរនាងពីក្រុមហ៊ុនA ឬ B ដែលអ្នកគួរតែវិនិយោគ។

(ក) អ្នកគ្រូទាយ X ទាយបាន៖ 70 % នៃការផ្តល់យោបល់របស់នាងបានក្លាយជាការពិត។ ចំណាយ 100 ដុល្លារ

(ខ) អ្នកគ្រូទាយ Y ទាយបាន៖ 65 % នៃការផ្តល់យោបល់ របស់នាងបានក្លាយជាការពិត។ ចំណាយអស់ 50 ដុល្លារ

(គ) អ្នកគ្រូទាយ Z ទាយបាន៖ 20 % នៃការផ្តល់យោបល់របស់នាងបានក្លាយជាការពិត។ ចំណាយអស់ 20 ដុល្លារ

តើអ្នកគ្រូទាយមួយណាដែលអ្នកនឹងពិគ្រោះយោបល់ជាមួយ?

បញ្ហា ទី 2 [ធម្មតា]: ផ្សងសំណាង

មានការលក់សន្លឹកឆ្នោត ចំនួន 10សន្លឹកនៅក្នុងប្រអប់មួយដែលមានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 1សន្លឹក និងសន្លឹកឆ្នោតទទេ 9 សន្លឹក អ្នកអាចចាប់សន្លឹកឆ្នោតចំនួន10 ដង។ប្រសិនបើអ្នកចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតទទេនោះអ្នកត្រូវដាក់ចូលក្នុងប្រអប់នេះវិញ។តើអ្នកគិតថាប្រូបាបដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ក្នុងពេលចាប់ 10 ដងស្មើនឹងប៉ុន្មានភាគរយ?

(ក) វានឹងត្រូវបាន 30-40 %

(ខ) វានឹងត្រូវបាន 60-70 %

(គ) វានឹងត្រូវបាន 90-100 % ។

បញ្ហា ទី 3 [លំបាក]: បញ្ហាថ្ងៃខែកំណើត

ឧបមាថាមានថ្ងៃកំណើត 365 អាចទំនងជាកើតឡើងស្មើភាពគ្នា។

មានសិស្ស 23 នាក់ នៅក្នុងបន្ទប់រៀនមួយ។ តើអ្នកគិតថាប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់មានសិស្សមួយគូដែលមានថ្ងៃកំណើតដូចគ្នាស្មើនឹងប៉ុន្មានភាគរយ?

(ក) វានឹងមានតិចជាង 10 %

(ខ) វានឹងមានប្រមាណជា 30 %

(គ) វានឹងមានប្រមាណជា 50 % ។

[ដំណោះស្រាយនិងការពន្យល់]

បញ្ហា ទី 1 [ងាយស្រួល]: ទស្សន៍ទាយ

អ្នកគ្រូទាយណាមួយដែលអ្នកជ្រើសរើស? មនុស្សជាច្រើនអាចនឹងជ្រើសយក X ព្រោះថានាងហាក់ដូចជាគួរឱ្យទុកចិត្តបំផុត។ មនុស្សខ្លះអាចជ្រើសយក Y ដែលមានតុល្យភាពដ៏ល្អរវាងតម្លៃ និងភាពទុកចិត្ត។ ប៉ុន្តែជាការពិត Z គឺអាចទុកចិត្តបាននិង តម្លៃថោកបំផុត។ ប្រសិនបើអ្នកគ្រូទាយ Z ជ្រើសរើសក្រុមហ៊ុន A អ្នកគួរតែវិនិយោគនៅក្នុងក្រុមហ៊ុន B នោះអ្នកនឹងទទួលបានជោគជ័យនៅក្នុងប្រូបាប 80 % (= 100% – 20 %) ។

បញ្ហា ទី 2 [ធម្មតា]: ផ្សងសំណាង

តើអ្វីទៅជាចម្លើយរបស់អ្នក? នៅក្នុងបញ្ហានេះមនុស្សជាច្រើនមានទំនោរជ្រើសជម្រើស (គ) 90-100 % ។

យើងគិតលើបញ្ហានេះតាមវិធីដូចខាងក្រោម។ តាង W ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់ក្នុងពេលចាប់ 10 ដង។នោះW គឺជាព្រឹត្តិការណ៍៖

- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី 1 ឬ
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី 2 ឬ
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី 3 ឬ

  ....
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី ៩ ឬ
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី10។

  ដូចនេះព្រឹត្តិការណ៍បំពេញរបស់វាគឺ :
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតទទេនៅលើកទី 1 និង
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី 2 និង
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី 3 និង

  ....
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី ៩ , និង
- ដែលចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នៅលើកទី 10 ។
- ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នេះគឺ ៩ /10 ដូចនេះប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាគឺ៖

$$\underbrace{\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}}_{10 \text{ ដងនៃ } \frac{9}{10}} = \frac{9^{10}}{10^{10}} \approx 0.35 \text{ ឬ } 35\%$$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃ W គឺ 1 – 0.35 = 0.65 ឬ 65 % ។ ចម្លើយទៅនឹងបញ្ហានេះគឺ (ខ) 60 - 70 % ។

ចម្លើយនេះមានន័យថាការចាប់សន្លឹកឆ្នោត 10 ដងនៃមិនធានាថាចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់នោះទេ។ អ្នកអាចទទួលបានសន្លឹកឆ្នោតរង្វាន់ប៉ុន្តែមិនសង្ឃឹមច្រើនពេកទេដោយសារមាន 35 % ជាប្រូបាបនៃការចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតទទេចំនួន 10 ដង។

បញ្ហា ទី 3 [លំបាក]: បញ្ហាថ្ងៃកំណើត

នៅក្នុងបញ្ហានេះមនុស្សជាច្រើនជ្រើសជម្រើស (A) (តិចជាង 10 %) ដោយសារតែសមាមាត្រ 23 / 365 = 0,06 គឺមានតិចជាង10% ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏បញ្ហានេះត្រូវបានដោះស្រាយដូចដែលបានបង្ហាញជាថ្មីម្តងទៀតនូវការប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាដូចខាងក្រោម៖

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលថាក្នុងចំណោមសិស្ស 23នាក់គឺមានយ៉ាងហោចណាស់មនុស្សមួយគូមានថ្ងៃកំណើតដូចគ្នា។ ព្រឹត្តិការណ៍ បំពេញនៃ B គឺថាមិនមានសិស្សមួយគូណាសោះដែលមានថ្ងៃកំណើតដូចគ្នា ។

[សិស្សទី 1]

អ្នកអាចជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស 23នាក់។ គ្មានសិស្សណាម្នាក់ត្រូវបានគេរិភាគមុនគាត់ដូចនេះថ្ងៃកំណើតរបស់គាត់ អាចជាថ្ងៃណាមួយនៅក្នុងមួយឆ្នាំ ឬ ណាមួយនៃ 365 ករណី។

ប្រូបាបជានៃថ្ងៃកំណើតរបស់គាត់គឺខុសពីមនុស្សមុនគឺ

$$\frac{365}{365}=1 \text{។}$$

[សិស្សទី 2]

អ្នកអាចជ្រើសសិស្សមួយនាក់ក្នុងចំណោមសិស្សដែលនៅសល់ 22នាក់។ ថ្ងៃកំណើតរបស់គាត់គឺត្រូវតែមានខុសគ្នាពី សិស្សទី 1 ដូចនេះមាន 365 – 1 = 364 ករណី ដែលអាចធ្វើបានក្នុងមួយឆ្នាំ។ ដូចនេះប្រូបាបដែលថាថ្ងៃកំណើតសិស្ស 2 នាក់នេះខុសគ្នាគឺ

$$\frac{365}{365}\times\frac{364}{365}$$

[សិស្សទី 3]

អ្នកអាចជ្រើសសិស្សមួយនាក់ក្នុងចំណោមសិស្សដែលនៅសល់ 21នាក់។ ថ្ងៃកំណើតរបស់គាត់គឺត្រូវតែមានខុសគ្នាពី សិស្សទី 1 និង សិស្សទី 2 ដូចនេះមាន 365 – 2 = 363 ករណី ដែលអាចធ្វើបានក្នុងមួយឆ្នាំ។ ដូចនេះប្រូបាបដែលថាថ្ងៃកំណើតសិស្ស 3 នាក់នេះខុសគ្នាគឺ $\frac{365}{365}\times\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}$

ដោយបន្តដំណើរការរបៀបនេះរហូតដល់ទៅសិស្ស 23នាក់ យើងនឹងទទួលបានការគណនាដូចខាងក្រោម

$$\frac{365}{365}\times\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}\times\ldots\ldots\times\frac{345}{365}\times\frac{344}{365}\times\frac{343}{365}\approx 0.493 \text{ ឬ } 49.3\%$$

ខាងលើនេះបង្ហាញថាជាប្រូបាបដែលគ្មានសិស្សមួយគូណាសោះដែលមានថ្ងៃកំណើតដូចគ្នា។
ដូចនេះប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់មានសិស្សមួយគូដែលមានថ្ងៃកំណើតដូចគ្នាគឺ 1 – 0.493 = 0.507 ឬ 50.7%។
%ចម្លើយដែលត្រូវជ្រើសរើសគឺ ជម្រើស (គ) ប្រូបាប 50 %

ករណីផ្សេងទៀត

តើប្រូបាបនឹងស្មើប៉ុន្មាន បើចំនួនមនុស្សកាន់តែកើន? ការផ្លាស់ប្តូរប្រូបាបបង្ហាញដូចខាងក្រោម៖

32 នាក់ → 75.3%, 41 នាក់ → 90.3% , 70 នាក់ → 99.9%

ដូចនេះ បើមានមនុស្ស 70 នាក់ វាទំនងជាយ៉ាងហោចណាស់ក៏មានមនុស្សមួយគូដែលមានថ្ងៃកំណើតដូចគ្នា

សំណួរខ្លីសម្រាប់ប្រូបាប (1 ម៉ោង 100 ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. តើព្រឹត្តិការណ៍ណាមួយជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ នៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមនេះ? (10 ពិន្ទុ)

"នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយចំនួន 5 ដងយើងបានកាក់ចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្តង"។

(ក) យើងបានកាក់ចេញខាងរូបច្រើនជាងពីរដង

(ខ) យើងបានកាក់ចេញខាងលេខ 5 ដង

(គ) យើងបានកាក់ចេញខាងរូបទាំងអស់ 5 ដង។

2. នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 1 ពណ៌លឿង 2 ពណ៌ខៀវ 3 ពណ៌បៃតង 4 និង ពណ៌ស 5។ នៅពេលដែលយើងចាប់យកបាល់ 1 ពីក្នុងថង់ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖ (10 ពិន្ទុ * 3 = 30 ពិន្ទុ)

(ក) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខៀវមួយ ឬ ពណ៌បៃតងមួយ ឬ ពណ៌សមួយ

(ខ) ប្រូបាបដែលចាប់មិនបានបាល់ពណ៌ខៀវ

(គ) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខ្មៅ។

3. យើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង។ រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខ 1 យ៉ាងហោចណាស់ម្តង។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) $\frac{1}{36}$ (ខ) $\frac{5}{36}$ (គ) $\frac{11}{36}$ (ឃ) $\frac{25}{36}$

4. នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយ 5 ដង។ រកប្រូបាបដែលបោះបានខាងរូបទាំងប្រាំដង ។

(10 ពិន្ទុ)

(ក) $\frac{1}{32}$ (ខ) $\frac{1}{10}$ (គ) $\frac{5}{32}$ (ឃ) $\frac{31}{32}$

5. មានបុគ្គលិកបុរស 3នាក់ និងបុគ្គលិកស្ត្រី 2នាក់នៅក្នុងការិយាល័យមួយ។ គេត្រូវការជ្រើសរើសតំណាងការិយាល័យ 2នាក់ពីក្នុងចំណោមពួកគេ។ រកប្រូបាបដែលជ្រើសបានបុគ្គលិកជាស្ត្រីយ៉ាងហោចណាស់ 1នាក់។ (20 ពិន្ទុ)

6. យើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង។ រកប្រូបាបដែលចេញពីលេខពី 1 ដល់ 5 យ៉ាងហោចណាស់ ម្តង។(20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. តើព្រឹត្តិការណ៍ណាមួយជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ នៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមនេះ? (10 ពិន្ទុ)

"នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយចំនួន 5 ដងយើងបានកាក់ចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្តង"។

(ក) យើងបានកាក់ចេញខាងរូបច្រើនជាងពីរដង

(ខ) យើងបានកាក់ចេញខាងលេខ 5 ដង

(គ) យើងបានកាក់ចេញខាងរូបទាំងអស់ 5 ដង។

ចម្លើយ (ខ)

[កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ]

ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ " ការចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្តង " គឺ " ការចេញខាងរូប 0 រាល់លើក "។ នេះវាស្មើនឹង " ការចេញខាងលេខទាំងប្រាំដង" ។

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

---

2. នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 1 ពណ៌លឿង 2 ពណ៌ខៀវ 3 ពណ៌បៃតង 4 និង ពណ៌ស 5។ នៅពេលដែលយើងចាប់យកបាល់ 1 គ្រាប់ពីក្នុងថង់រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖ (10 ពិន្ទុ 3 = 30 ពិន្ទុ)

(ក) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខៀវមួយឬ ពណ៌បៃតងមួយ ឬ ពណ៌សមួយ។

(ខ) ប្រូបាបដែលចាប់មិនបានបាល់ពណ៌ខៀវ។

(គ) ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ខ្មៅ។

ចម្លើយ

មានបាល់សរុបចំនួន 15

(1) $\frac{3+4+5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

(2) $\frac{1+2+4+5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ ឬ $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ (* "មិនខៀវ " គឺជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ " ពណ៌ខៀវ " ។)

(3) $\frac{0}{15} = 0$ (មិនមានគ្រាប់បាល់ពណ៌ខ្មៅគឺ។)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងគណនាសបានត្រឹមត្រូវ។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ និងគណនាសបានត្រឹមត្រូវ។

3. យើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង។ រកប្រូបាបដែលបោះបានលេខ 1 យ៉ាងហោចណាស់ម្តង។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) $\frac{1}{36}$ (ខ) $\frac{5}{36}$ (គ) $\frac{11}{36}$ (ឃ) $\frac{25}{36}$

ចម្លើយ (គ)

[កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ]

ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ " ការចេញលេខ 1 យ៉ាងហោចណាស់ម្តង " គឺ " ការចេញលេខ 1 សូន្យដង " ។ វាស្មើទៅនឹង " ការទទួលបានលេខ ពី 2 ដល់ 6 ពីរដង "។ ប្រូបាបនៃការចេញពីលេខ ពី 2 ដល់ 6 ចំនួនពីរដងគឺ $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6} = \frac{25}{36}$។

ដូចនេះ ប្រូបាប P ដែលបោះបានលេខ 1 យ៉ាងហោចណាស់ម្តងគឺ $1-\frac{25}{36} = \frac{11}{36}$។

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

4. នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយ 5 ដង។ រកប្រូបាបដែលបោះបានខាងរូបទាំងប្រាំដង ។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) $\frac{1}{32}$ (ខ) $\frac{1}{10}$ (គ) $\frac{5}{32}$ (ឃ) $\frac{31}{32}$

ចម្លើយ (ក)

[កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ]

នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយ។ ប្រូបាបនៃការចេញខាងរូបក្នុងពិសោធទោលគឺ 1/2។ ប្រសិនបើយើងបោះកាក់មួយ 5 ដង ប្រូបាបដែលចេញខាងរូបទាំងប្រាំដ $\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ការដាក់ពិន្ទុ

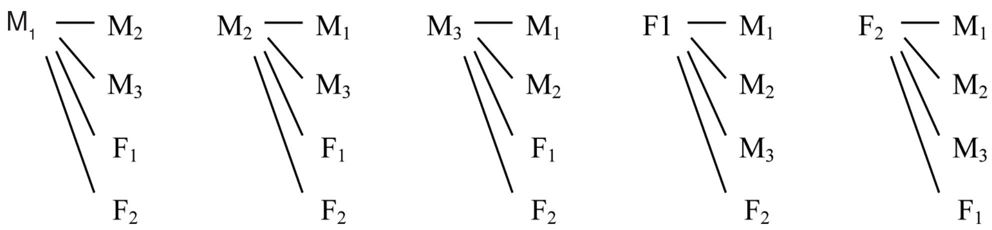
10 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

5. មានបុគ្គលិកបុរស 3នាក់ និងបុគ្គលិកស្ត្រី 2នាក់នៅក្នុងការិយាល័យមួយ។ គេត្រូវការជ្រើសរើសតំណាងការិយាល័យ 2នាក់ ពីក្នុងចំណោមពួកគេ។ រកប្រូបាបដែលជ្រើសបានបុគ្គលិកជាស្ត្រីយ៉ាងហោចណាស់ 1នាក់។ (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង M_1, M_2, M_3 ជាបុគ្គលិកបុរស និង F_1និង F_2 តាងបុគ្គលិកស្ត្រី ។ ពេលយើងជ្រើសរើសមនុស្ស 2 នាក់ពីពួកគេ នោះលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺ៖



មាន 5 x 4 = 20 ករណី

ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ " ការជ្រើសរើសបុគ្គលិកជាស្ត្រីយ៉ាងហោចណាស់ម្នាក់" គឺ "ការជ្រើសរើសបុគ្គលិកមិនមែនជាស្ត្រីទេ"។ ក្នុងចំណោមទាំង 20 គូខាងលើគូដែលមិនមានបុគ្គលិកជាស្ត្រីមាន 6 ករណីដូចខាងក្រោម៖

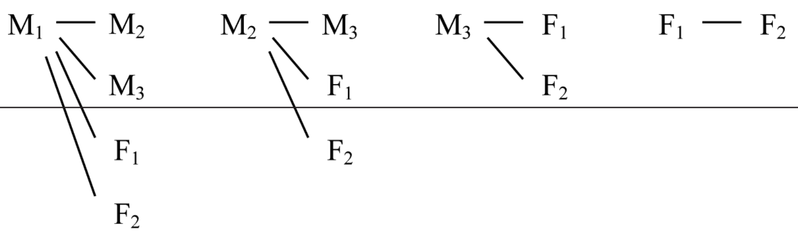
M_1M_2, M_1M_3, M_2M_1, M_2M_3, M_3M_1, M_3M_2

ប្រូបាបដែលជ្រើសបានបុគ្គលិកជាស្ត្រីយ៉ាងហោចណាស់ 1នាក់គឺ៖ $\frac{20-6}{20}= \frac{7}{10}$

ចម្លើយ៖ $\frac{7}{10}$

ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀត

- បញ្ហានេះអាចត្រូវបានដោះស្រាយដោយមិនប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា។ យើងរាប់ចំនួន 14 គូ ដែលរួមមាន (i) បុគ្គលិកស្ត្រី 1នាក់ = 12 គូ និង (ii) បុគ្គលិកស្ត្រី 2នាក់ = 2 គូ ។
- យើងអាចគូរដ្យាក្រាមមែកដោយមិនរាប់បញ្ចូលករណីដែលជាន់គ្នាដូចដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម



ប្រសិនបើយើងគូសដ្យាក្រាមមែកនៅក្នុងវិធីនេះចំនួនករណីដែលអាចកើតឡើងគឺ 10ករណី និងចំនួនគូ ដែលរួមមាន បុគ្គលិកជាស្ត្រី យ៉ាងហោចណាស់ 1 គឺ 7 ករណី។ ដូចនេះប្រូបាបរបស់វាគឺ $\frac{7}{10}$ ។

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយបានត្រឹមត្រូវ។

(ដោយមិនគិតអំពីការគូសដ្យាក្រាមមែក)

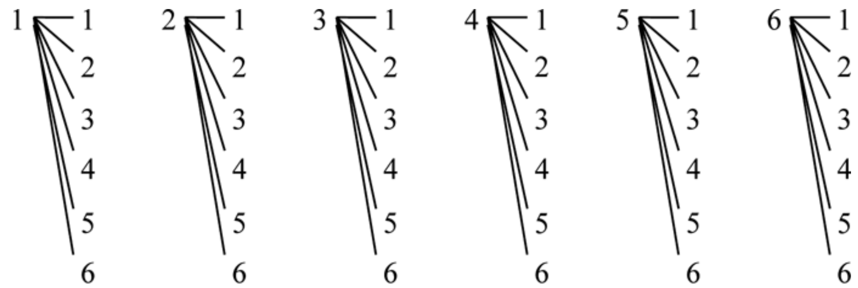
10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។
0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

6. យើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង។ រកប្រូបាបដែលចេញពីលេខពី 1 ដល់ 5 យ៉ាងហោចណាស់ ម្តង។

(20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

ពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង នោះមាន 36 ករណីដែលអាចកើតឡើង



ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ " ការចេញលេខពី 1 ដល់ 5 យ៉ាងហោចណាស់ម្តង " ការចេញលេខ 6 ទាំងពីរលើក។ ប្រូបាប នៃព្រឹត្តិការណ៍ បំពេញនេះគឺ $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ ដូចនេះប្រូបាបដែលចេញពីលេខពី 1 ដល់ 5 យ៉ាងហោចណាស់ម្តងគឺ

$$1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

<u>ចម្លើយ</u> $\frac{35}{36}$

ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀត

- បញ្ហានេះអាចត្រូវបានដោះស្រាយដោយមិនប្រើព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ។ យើងរាប់ចំនួន 35 ករណីនៅក្នុងដ្យាក្រាមមែក ខាងលើ។

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយបានត្រឹមត្រូវ។ (ដោយមិនគិតអំពីការគូសដ្យាក្រាមមែក)
10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះត្រូវតែរំលឹកឡើងវិញនូវខ្លឹមសារនៅថ្នាក់មុន ដូចជាវិធីដើម្បីគណនាប្រូបាបដែលពាក់ព័ន្ធនឹងវិញ្ញាសាទោល។ ការប្រើប្រាស់វត្ថុមួយចំនួន នឹងជួយសិស្សទាំងនេះបានយល់ពីវិធីនៃការរាប់ដែលអាចកើតឡើង។
30 – 60	សិស្សទាំងនេះយល់អំពីគោលគំនិតមូលដ្ឋាន និងមានជំនាញមូលដ្ឋានគ្រឹះនៅលើប្រូបាបដែលពាក់ព័ន្ធនឹងវិញ្ញាសាទោល។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ពួកគេទំនងជាមានបញ្ហានៅក្នុងការយល់ដឹងពីព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ និងការប្រើប្រាស់ដ្យាក្រាមមែកក៏ដូចជានៅក្នុងការពិសោធមិនទាក់ទងគ្នា (ឧ ការបោះកាក់ ឬ ការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ជាច្រើនដង)។ ពួកគេត្រូវការការអនុវត្តន៍បន្ថែមទៀតនៃការគូរដ្យាក្រាមមែកត្រឹមត្រូវ និងការប្រើប្រាស់វាដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាជាមូលដ្ឋានដូចមាននៅក្នុង សៀវភៅ និងនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូថ្នាក់មុនៗ។
70 – 90	សិស្សទាំងនេះអាចមានចំណេះដឹង និងជំនាញនៃប្រូបាបនៅកម្រិតថ្នាក់ទី ៩ ប៉ុន្តែប្រហែលជាមានការលំបាកក្នុងការប្រើប្រាស់ព្រឹត្តិការណ៍ បំពេញ ជាពិសេសនៅក្នុងការកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ " យ៉ាងហោចណាស់ ... " ។ ពួកគេត្រូវការអនុវត្តន៍បន្ថែមទៀតនៅលើប្រូបាបដោយ ការគូរដ្យាក្រាមមែក និងប្រើប្រាស់វាដើម្បីរកព្រឹត្តការណ៍បន្ថែម។ ពួកគេក៏ត្រូវការ យកចិត្តទុកដាក់បន្ថែមទៀតលើដំណើរការដោះស្រាយបញ្ហាដើម្បីជៀសវាងច្រឡំ និងកំហុស។
100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិត ចំណេះដឹង និងជំនាញគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហាអំពីប្រូបាប។ គ្រូគួរតែរៀបចំនិងផ្តល់ឱ្យនូវ លំហាត់ដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាងមុនបន្ថែមទៀតដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់ពួកគេកាន់តែស៊ីជម្រៅ។

មេរៀនទី 10 សមីការបន្ទាត់

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី10 សមីការបន្ទាត់នេះមាន4ចំណុចដូចខាងក្រោមៈ

- សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = ax + b$ បានត្រឹមត្រូវ
- សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាម 2 ចំណុចបានត្រឹមត្រូវ
- សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលស្រប ឬកែងទៅនឹងបន្ទាត់ដែលគេឱ្យបានត្រឹមត្រូវ
  ប្រើប្រាស់សមីការបន្ទាត់បានត្រឹមត្រូវ។

ខណៈពេលដែលថ្នាក់ទី ៨ មានមេរៀនស្រដៀងគ្នា "មេរៀនទី ៩: ប្លង់កូអរដោនេ និងក្រាប" តែសិស្សមិនបានរៀនខ្លឹមសារមូលដ្ឋានអំពីសមាមាត្រដោយផ្ទាល់ឬ $y = ax$ ដូចជាអ្វីដែលចំនួនថេរ a បានបង្ហាញពីរូបរាងរបស់ក្រាប $y = ax$ ផ្លាស់ប្ដូរទៅតាមតម្លៃ a និងរបៀបដែលយើងអនុវត្តគំនិតនៃសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។ ដូចនេះ មេរៀនក្នុងថ្នាក់ទី ៩ នេះដំបូងត្រូវផ្ដល់ឱ្យសិស្សនូវចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាន និងជំនាញដែលទាក់ទងទៅនឹង $y = ax$ បន្ទាប់មកពង្រីកវាទៅជាទម្រង់ទូទៅនៃ $y = ax + b$ ដូចនេះសិស្សអាចរៀនមេរៀននេះជាជំហានៗ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងមេរៀនទី10 សមីការបន្ទាត់ត្រូវបង្រៀនដោយប្រើរយៈពេល14ម៉ោង។ សៀវភៅណែនាំគ្រូនេះបានបែងចែករយៈពេល 14ម៉ោង ដូចតារាងទី 1 ខាងក្រោម ដែលក្នុងនោះរយៈពេល 10ម៉ោង គឺសម្រាប់ការបង្រៀន និង 4ម៉ោងសម្រាប់ធ្វើលំហាត់ ។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀននៃសមីការបន្ទាត់

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនសមីការបន្ទាត់	ទំព័រ
3	1. ការសង់បន្ទាត់	
(2)	1.1. ការសង់បន្ទាត់តាមតារាងតម្លៃលេខ	105-108
(1)	1.2. ការសង់បន្ទាត់កាត់តាម 2 ចំណុច	109-110
5	2. សមីការនៃបន្ទាត់	
(1)	2.1. សមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម 2 ចំណុច	111
(2)	2.2. លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់ស្រប	111-113
(2)	2.3. លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់កែង	114-115
2	3. អនុវត្តន៍	115-117
4	លំហាត់	118-120

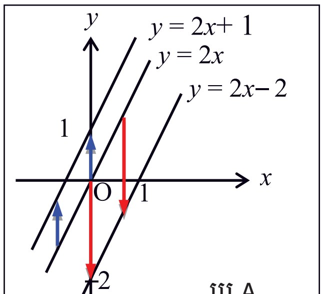
សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

ក្នុងតារាងទី២ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានគេសន្មតថាធ្វើសកម្មភាព និងវាយតម្លៃដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្ដល់ឱ្យក្នុងតារាងនេះ។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងខ្វាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1-2	សង់ក្រាបបន្ទាត់នៃ សមីការ $y = ax + b$	● សិស្សពិនិត្យឡើងវិញនូវសមីការ និងក្រាប នៃ $y = ax$ ● សិស្សសិក្សាពីទំនាក់ទំនងរវាងសមីការ $y = ax$ និងសមីការ $y = ax + b$ ● សិស្សពិនិត្យមើលក្រាបពេលដែល $a> 0$, $a < 0$ និង $a = 0$។	● សិស្សសង់ក្រាបនៃបន្ទាត់ $y = ax$ ចំពោះគ្រប់ a បានត្រឹមត្រូវ។ ● សិស្សអាចពន្យល់ពីអត្ថន័យនៃចំនួនថេរa និង b ក្នុងសមីការ $y = ax + b$ បានត្រឹមត្រូវ។
3	សង់ក្រាបបន្ទាត់នៃ សមីការ $y = ax + b$	● សិស្សរៀនពីរបៀបរកចំណុចប្រសព្វ អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេនៃបន្ទាត់ដែលឱ្យ ● សិស្សរៀនពីរបៀបសង់ក្រាបបន្ទាត់ដោយប្រើ 2 ចំណុចដែលរកបានពីសមីការ ។	សិស្សសង់ក្រាបនៃបន្ទាត់បើគេឱ្យសមីការរបស់វាបានត្រឹមត្រូវ។
4	សរសេរសមីការបន្ទាត់ កាត់តាម 2 ចំណុច ដែលឱ្យ	● សិស្សរៀនពីវិធីដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់ កាត់តាម 2 ចំណុចដែលឱ្យ ● សិស្សប្រតិបត្តិម្តងហើយម្តងទៀតនូវវិធីខាងលើ។	សិស្សសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ កាត់តាម 2 ចំណុចដែលឱ្យបាន។
5-6	សរសេរសមីការបន្ទាត់ កាត់តាម 1 ចំណុច ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ ដែលឱ្យមួយ	សិស្សសិក្សាពីលក្ខខណ្ឌដែលបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា និងប្រើវាដើម្បីរកសមីការបន្ទាត់ដែលស្របទៅនឹងបន្ទាត់ដែលបានផ្តល់ឱ្យមួយ។	សិស្សសរសេរសមីការ និងសង់បន្ទាត់កាត់តាម 1 ចំណុចហើយស្របនឹងបន្ទាត់ដែលឱ្យមួយបានត្រឹមត្រូវ។
7-8	សរសេរសមីការបន្ទាត់ កាត់តាម 1 ចំណុច ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ ដែលឱ្យមួយ	សិស្សសិក្សាពីលក្ខខណ្ឌដែលបន្ទាត់ពីរកែងគ្នា និងការប្រើវាដើម្បីរកសមីការបន្ទាត់ដែលកែងទៅនឹងបន្ទាត់ដែលបានផ្តល់ឱ្យមួយ។	សិស្សសរសេរសមីការ និងសង់បន្ទាត់កាត់តាម 1 ចំណុចហើយកែងនឹងបន្ទាត់ដែលឱ្យមួយបានត្រឹមត្រូវ។
9-10	ប្រើប្រាស់សមីការ បន្ទាត់	សិស្សមិនត្រឹមតែអនុវត្តនៅក្នុងសៀវភៅសិក្សាប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែពួកគេមានគំនិតអនុវត្តក្នុងធរណីមាត្រ និងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃផងដែរ។	សិស្សប្រើសមីការ និងក្រាបនៃបន្ទាត់ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់បានត្រឹមត្រូវ។
11-14	ដោះស្រាយលំហាត់	សិស្សដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 118-120 ។	សិស្សដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗដោយប្រើសមីការបន្ទាត់បានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន



រូប A

សៀវភៅសម្រាប់ណែនាំគ្រូនេះបានបន្ថែមគំនិតណែនាំសំខាន់ៗសម្រាប់គ្រូបង្រៀនយកទៅអនុវត្ត ក្នុងគោលបំណងដើម្បីជួយដល់សិស្សឱ្យយល់អំពីសមីការនៃបន្ទាត់ $y = ax + b$ ដោយប្រើបំលែងកិលស្របនៃសមីការ $y = ax$។ ដូចនេះ អ្វីដែលយើងគួរតែត្រូវណែនាំ៖

ទី1: ក្រាប នៃបន្ទាត់ $y = ax$ ដូចជា៖

-ក្រាបនៃបន្ទាត់ $y = ax$ ត្រូវតែកាត់តាមគល់តម្រុយ $O(0, 0)$

-បើតម្លៃនៃ x កើន នោះតម្លៃនៃ y កើន ពេលដែល $a > 0$ និងបើតម្លៃនៃ x កើន នោះតម្លៃនៃ y ថយចុះពេលដែល $a < 0$។

ទី2: សិស្សនឹងយល់ថាក្រាបនៃបន្ទាត់ $y = ax + b$ បានមកពីការរំកិលក្រាបនៃបន្ទាត់ $y = ax$ ឡើងទៅលើប្រសិនបើ $b > 0$ ឬរំកិលចុះក្រោមប្រសិនបើ $b < 0$។ ឧទាហរណ៍ក្នុងរូបភាព A ក្រាបនៃបន្ទាត់ $y = 2x + 1$ បានមកពីការរំកិល $y = 2x$ ឡើងលើ 1ឯកតា និង $y = 2x - 2$ បានមកពីការរំកិល $y = 2x$ ចុះក្រោម 2 ឯកតា។

ទី3: គ្រូបង្រៀនគួរតែបង្ហាញពីវិធីដែលមានភាពងាយស្រួលយល់ក្នុងការរកសមីការនៃបន្ទាត់តាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ។ ឧទាហរណ៍ជាញឹកញាប់សៀវភៅសិក្សាគោលប្រើវិធីសាស្ត្រដូចខាងក្រោមដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាម 2 ចំណុច។

យើងបាន $\frac{y-3}{x-4} = \frac{1}{2}$, $2(y-3) = x-4$, $2y-6 = x-4$, $2y = x+2$, $y = \frac{x}{2}+1$

លំហាត់គំរូ : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(-1, 1)$, $B(3, 7)$ ។

ចម្លើយ : តាង $M(x, y)$ ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ AB

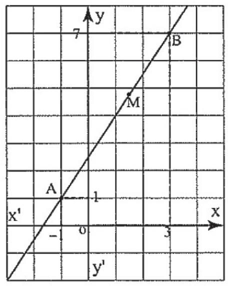
បន្ទាត់ AB និង AM មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A}$$

$$\frac{7-1}{3-(-1)} = \frac{y-1}{x-(-1)}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{y-1}{x+1}$$

$4(y-1) = 6(x+1)$, $4y-4 = 6x+6$, $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$



ឧទាហរណ៍ A

ទោះជាយ៉ាងណាក៏វិធីសាស្ត្រនេះហាក់ដូចជាមានការលំបាកសម្រាប់សិស្សដោយសារតែ

- សិស្សត្រូវយកចំណុចថ្មី $M(x,)$មួយដែលមិនស្គាល់នៅលើបន្ទាត់។
- វិធីសាស្ត្រនេះមិនអាចអនុវត្តបានទេនៅក្នុងសំណួរផ្សេងទៀតដូចជាសំណួរទៅលើបន្ទាត់ស្រប ឬបន្ទាត់កែង។

ដូចនេះ សៀវភៅសម្រាប់ណែនាំគ្រូនេះ ណែនាំវិធីសាស្ត្រមួយងាយស្រួលដល់ការយល់ដឹងនិងការអនុវត្តយ៉ាងទូលំទូលាយ ដើម្បីរកសមីការនៃបន្ទាត់។ ជាដំបូងតាងសមីការបន្ទាត់ជាទម្រង់ $y = ax + b$ បន្ទាប់មករកតម្លៃនៃ a និង b។

ដូចក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើនោះយើងអាចរកសមីការបន្ទាត់ដោយប្រើវិធីដូចខាងក្រោម៖

(i). រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដោយប្រើកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ដែលឱ្យ។ បើ $a = \frac{7-1}{3-(-1)} = \frac{3}{2}$

(ii). យក $a = \frac{3}{2}$ ជំនួសក្នុង $y = ax + b$។ នាំឱ្យ $y = \frac{3}{2}x + b$

(iii).យក $A(-1, 1)$ ជំនួសក្នុង $y = \frac{3}{2}x + b$។ $1 = \frac{3}{2} \times (-1) + b \Rightarrow b = \frac{5}{2}$

(iv).យក $b = \frac{5}{2}$ ជំនួសក្នុង $y = \frac{3}{2}x + b$។ $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

យើងអាចអនុវត្តវិធីសាស្ត្រនេះសម្រាប់លំហាត់ទាំងអស់នៅក្នុងមេរៀនទី 10 នេះដូចជា៖

[ករណី 1] បើគេឱ្យកូអរដោនេនៃចំណុចពីរនៅលើបន្ទាត់ $y = ax + b$

[ករណី 2] បើគេឱ្យចំណុចមួយនៅលើបន្ទាត់ $y = ax + b$ និងមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់

[ករណី 3] បើគេឱ្យចំណុចមួយនៅលើ $y = ax + b$ និងចំណុចប្រសព្វអ័ក្សអរដោនេ។ (មិនមាននៅក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោល)

[ករណី 4] បើគេឱ្យចំណុចមួយនៅលើ $y = ax + b$ និងស្របនឹងបន្ទាត់មួយទៀតដែលឱ្យ

[ករណី 5] បើគេឱ្យចំណុចមួយនៅលើ $y = ax + b$ និងកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀតដែលឱ្យ

សៀវភៅសម្រាប់ណែនាំគ្រូនេះបានផ្តល់អនុសាសន៍ដល់គ្រូក្នុងការបង្រៀនសិស្សឱ្យចេះដោះស្រាយលំហាត់ទាំងអស់តាមវិធីខាងលើ។ ហើយវិធីក្នុងសៀវភៅនេះជាជំនួយក្នុងការបង្រៀនសិស្សកម្រិតខ្ពស់ផងដែរ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យសិស្សមានចំណេះដឹងមូលដ្ឋានអំពីប្លង់កូអរដោនេ និងសមីការបន្ទាត់ដែលគេបានរៀននៅក្នុងថ្នាក់ទី ៨ "មេរៀនទី ៩: ប្លង់កូអរដោនេ និងក្រាប" ដូចខាងក្រោម៖

- ចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋានអំពីពាក្យ ប្លង់កូអរដោនេដែលមានអ័ក្សអាប់ស៊ីស អ័ក្សអរដោនេ និងសមីការនៃបន្ទាត់
- ជំនាញមូលដ្ឋានដើម្បីសង់ក្រាបនៃបន្ទាត់មួយតាមសមីការរបស់វា។

សមីការបន្ទាត់

1st Period

មេរៀនទី

10 សមីការនៃបន្ទាត់

វត្ថុបំណង

- ❑ សង់បន្ទាត់នៃសមីការ $y = ax+b$ ។
- ❑ រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច ។
- ❑ រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលស្រប ឬកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀត ។
- ❑ អនុវត្តសមីការនៃបន្ទាត់ ។

1. ការសង់បន្ទាត់

1.1. ការសង់បន្ទាត់តាមតារាងតម្លៃលេខ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : សមីការ $y = 2x+1$ ជាសមីការដែលមានពីរអញ្ញាត

បើគេជំនួស $x = 0$, $y = 1$ ក្នុងសមីការនោះ $1 = 2\times0+1$ គេបាន $1 = 1$

គេថា $(0 ; 1)$ ជាគូចម្លើយនៃសមីការ

ដូចគ្នានេះដែរ ចំពោះ $x = 1$, $y = 3$ $3 = 2\times1+1$ គេបាន $3 = 3$

តាមវិធីនេះ ឃើញថាសមីការមានគូចម្លើយរាប់មិនអស់

គូចម្លើយបកស្រាយដោយតារាងតម្លៃលេខ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-3	-1	1	3	5	7

តាមតារាងតម្លៃលេខនេះគេសំគាល់ឃើញថាតម្លៃ y ប្រែប្រួលទៅតាមតម្លៃ x

បម្រែបម្រួលនៃ x $3-2 = 2-1 = 1-0 = 0-(-1) = 1$

បម្រែបម្រួលនៃ y $7-5 = 5-3 = 3-1 = 1-(-1) = 2$

មានន័យថាបើ x កើន 1 ឯកតា នោះ y កើន 2 ឯកតាជានិច្ច

105

បើសិនជាសិស្សមានការលំបាកក្នុងការធ្វើកិច្ចការខាងលើនេះគ្រូគួរតែអនុញ្ញាតឱ្យពួកគេពិនិត្យឡើងវិញនូវមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃ"សមាមាត្រផ្ទាល់"។ សូមមើលប្រអប់ខាងក្រោម និងទំព័របន្ថែម។

វត្ថុបំណងមេរៀន

ដើម្បីសម្រេចបាននូវវត្ថុបំណងទាំង 4 នៃមេរៀនទី ១០ នេះគ្រូត្រូវផ្សារភ្ជាប់សមីការបន្ទាត់ទៅនឹងក្រាបរបស់វា ហើយត្រូវតែសង់ក្រាបឱ្យបានត្រឹមត្រូវដើម្បីឱ្យសិស្សកំណត់ទំនាក់ទំនងរវាងជម្រាលនៃបន្ទាត់ និងមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់នៃសមីការ $y = ax + b$ បានត្រឹមត្រូវ។

អ្វីដែលសិស្សនឹងអាចធ្វើបានបន្ទាប់ពីការសិក្សាផ្នែកទី 1?

សិស្សនឹងអាចសង់ក្រាបនៃសមីការបន្ទាត់ដែលបានផ្តល់ឱ្យ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

តាមតារាងខាងក្រោមគ្រូឱ្យសិស្សគណនាតម្លៃ y ត្រូវគ្នានឹងតម្លៃ x ដែលឱ្យ។

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

ជួយសម្រួលដល់សិស្សឱ្យពិភាក្សា និងរបៀបរកតម្លៃប្រែប្រួលនៃ y នៅពេលដែលតម្លៃ x ប្រែប្រួល រួចប្រាប់សិស្សឱ្យជំនួសក្នុងតារាង។

លំហាត់មូលដ្ឋាននៅលើសមាមាត្រផ្ទាល់ $y = ax$

បើបរិមាណ x មួយសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងបរិមាណ y មួយទៀត នោះទំនាក់ទំនងនៃ x និង y ត្រូវបានបង្ហាញដោយ $y = ax$។ ទំនាក់ទំនងនេះគឺជាចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋានបំផុតសម្រាប់ការរៀនសមីការនៃបន្ទាត់ $y = ax + b$ នៅក្នុងមេរៀនថ្នាក់ទី 9 នេះ។ ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងប្រអប់ខាងស្តាំ $y = ax$ មានមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់គឺ a ហើយកាត់គល់ O ជានិច្ច។ ប្រសិនបើសិស្សលំបាកក្នុងការយល់ពីទំនាក់ទំនង $y = ax + b$ គ្រូអាចចាប់ផ្តើមពី $y = ax$ ដើម្បីជួយសម្រួលដល់ការសិក្សារបស់ពួកគេនៅលើ $y = ax + b$ ។

[ឧទាហរណ៍ណែនាំ]

ពិនិត្យទំនាក់ទំនង $y = 2x$ ។

(1) បំពេញចន្លោះនៅក្នុងតារាង។

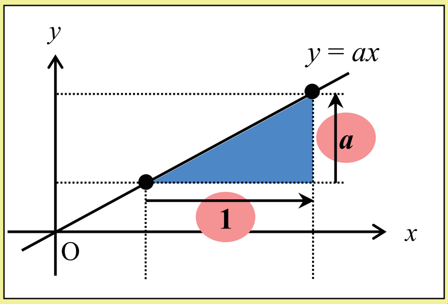
(2) សង់ក្រាបនៃបន្ទាត់ $y = 2x$។

$y = 2x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

$$y = ax$$

ចំនួនថេរ a គឺជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់។ តម្លៃ y កើននៅពេលដែលតម្លៃ x កើន។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

គូតម្លៃនៃ x និង y ទាំងនេះគឺជាចម្លើយរបស់ $y = 2x + 1$ ជាការពិត គូទាំងអស់នៃ (x, y) ដែលបំពេញឱ្យសមីការនេះគឺជាចម្លើយ។ ដូចនេះ វាមានចម្លើយជាច្រើនរាប់មិនអស់សម្រាប់សមីការនេះ។ សមីការដែលចម្លើយមិនអាចត្រូវបានកំណត់តែមួយគត់ត្រូវបានគេហៅថា "សមីការមិនជាក់លាក់" ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

បន្ទាប់ពីបញ្ចប់ឧទាហរណ៍ទី 1 ត្រូវសួរសិស្ស៖

- តើអ្វីជាទំនាក់ទំនងរវាងក្រាបនៃ $y = 2x$ និង $y = 2x + 1$?

ឱ្យពួកគេសង់ក្រាបទាំងពីរ និងជួយពួកគេឱ្យរកឃើញថាយើងអាចទទួលបានក្រាបនៃ $y = 2x + 1$ ប្រសិនបើយើងរំកិលក្រាបនៃ $y = 2x$ ឡើងទៅលើ 1 ឯកតាស្របអ័ក្ស y។ បន្ទាប់មកសួរពួកគេមួយសំណួរបន្ថែមទៀតសម្រាប់ការពិភាក្សា៖

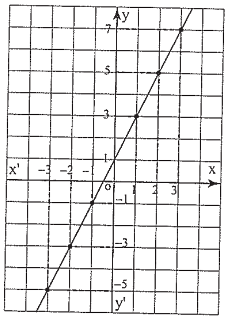
- តើក្រាបនៃ $y = 2x - 1$ ខុសគ្នាពីក្រាបនៃ $y = 2x$ ដូចម្ដេច?

ឱ្យពួកគេគិតនៅលើសំណួរនេះដោយមិនប្រើការសង់ក្រាប។

គេអាចបកស្រាយគូចម្លើយនៃសមីការដោយបន្ទាត់

គេដៅចំណុច $(-3, -5)$, $(-2, -3)$, $(-1, -1)$, $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 5)$, $(3, 7)$ ។

នៅក្នុងប្លង់នៃប្រព័ន្ធកូអរដោនេ ចម្លើយនៃសមីការជាបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចទាំងនេះ ។



ហើយផលធៀប $\dfrac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x} = \dfrac{2}{1}$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $y = 2x + 1$

- សញ្ញាវិជ្ជមាននៃមេគុណប្រាប់ទិសឱ្យដឹងថាតម្លៃ y កើន កាលណាតម្លៃ x កើន
- ចំនួន $\frac{2}{1}$ ឱ្យដឹងថា បើ x កើន 1 ឯកតានោះ y នឹងកើន 2 ឯកតា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : សង់ក្រាបនៃសមីការ $y = -3x + 1$

ដោយឱ្យតម្លៃលេខនៃ x យកពី -2 , -1 , 0 , 1 , 2

គេបានតារាងខាងក្រោម ។

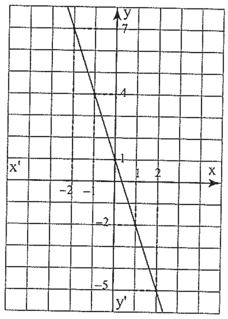
x	-2	-1	0	1	2
y	7	4	1	-2	-5

បម្រែបម្រួលនៃ x ស្មើនឹង 1

បម្រែបម្រួលនៃ y ស្មើនឹង -3

មានន័យថាបើ x កើន 1 ឯកតា

នោះ y នឹងថយចុះ 3 ឯកតា



$\dfrac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x} = \dfrac{-3}{1}$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $y = -3x + 1$

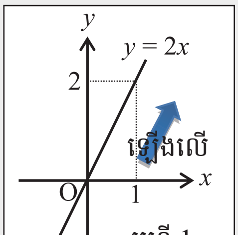
- សញ្ញាអវិជ្ជមាននៃមេគុណប្រាប់ទិសឱ្យដឹងថា តម្លៃ y ចុះ កាលណាតម្លៃ x កើន
- ចំនួន $-\frac{3}{1}$ ឱ្យដឹងថា បើ x កើន 1 ឯកតានោះ y នឹងថយចុះ 3 ឯកតា ។

106

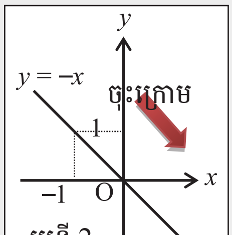
ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសេចក្ដីណែនាំ

ទំនាក់ទំនងរវាង $y = ax$ និង $y = ax + b$

ទំនាក់ទំនងមួយរវាង x និង y ដែលបង្ហាញដោយ $y = ax$ (ដែល a ជាចំនួនថេរ) ត្រូវបានគេហៅថាសមាមាត្រផ្ទាល់។ ក្រាបរបស់វាជាបន្ទាត់ដែលកាត់តាមគល់ O ជានិច្ច។ បើចំនួនថេរ a ជាចំនួនវិជ្ជមាននោះជម្រាលបន្ទាត់ឡើងលើពីឆ្វេងទៅស្ដាំ ហើយបើចំនួនថេរ a ជាចំនួនអវិជ្ជមានជម្រាលបន្ទាត់ចុះក្រោមពីឆ្វេងទៅស្ដាំដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបទី 1 និងរូបទី 2។

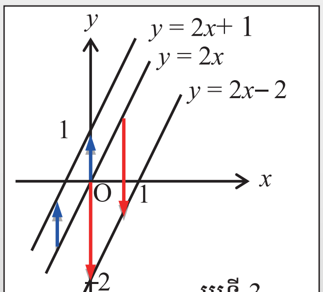


រូបទី 1



រូបទី 2

ក្រាបនៃ $y = ax + b$ គឺជាបំលែងស្របគ្នានៃក្រាប $y = ax$។ បើសិនជា b វិជ្ជមាននោះក្រាបនៃ $y = ax + b$ បានមកពីការរំកិលក្រាបនៃ $y = ax$ ឡើងលើ b ឯកតា និងបើ b អវិជ្ជមាននោះក្រាបនៃ $y = ax + b$ បានមកពីការរំកិលក្រាបនៃ $y = ax$ ចុះក្រោម b ឯកតា។ ឧទាហរណ៍ក្រាបនៃ $y = 2x + 1$ បានមកពីការរំកិលក្រាបនៃ $y = 2x$ ឡើងលើ 1 ឯកតា និងក្រាបនៃ $y = 2x - 2$ បានមកពីការរំកិលក្រាបនៃ $y = 2x$ ចុះក្រោម 2 ឯកតាដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបទី 3។



រូបទី 3

2nd Period

ឧទាហរណ៍ទី 3 : រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2\ ,\ 1)$, $B(3\ ,\ 4)$

ក្នុងករណីនេះគេគណនាបម្រែបម្រួលនៃ x និង y

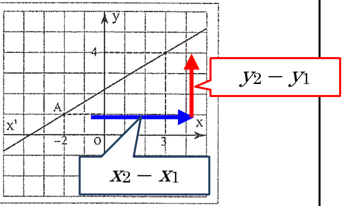
បម្រែបម្រួលនៃ x គឺ $x_B - x_A = 3-(-2) = 5$

បម្រែបម្រួលនៃ y គឺ $y_B - y_A = 4-1 = 3$

$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3}{5}$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB ។

ជាទូទៅ :

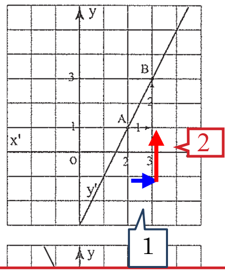
- បន្ទាត់មានសមីការ $y = ax+b$ ដែល a ជាមេគុណប្រាប់ទិស
- មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(x_1\ y_1)$, $B(x_2\ y_2)$ កំណត់ដោយ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2\ ,\ 1)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 ។

ចម្លើយ : ដំបូងគេសង់ចំណុច $A(2\ ,\ 1)$

បន្ទាត់មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 មានន័យថា បើ x កើន 1ឯកតា នោះ y នឹងកើន 2ឯកតា ។ គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox បន្ទាប់មកគូសឡើងលើ 2ឯកតាតាមទិស oy ។ គេបានចំណុចមួយ B បន្ទាត់ដែលត្រូវសង់កាត់តាមចំណុច A និង B ។



លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\ ,\ 3)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស $-\frac{1}{2}$

ចម្លើយ : ដំបូងគេសង់ចំណុច $A(0\ ,\ 3)$

មេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-\frac{1}{2}$ មានន័យថាបើ x កើន 1 ឯកតា នោះ y នឹងថយចុះ 2ឯកតា ។

កែតម្រូវ ៖ y ចុះ 1 ឯកតាបើ x កើន 2 ឯកតា ឬ y កើន 1 ឯកតាបើ x ចុះ 2 ឯកតា។

គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox បន្ទាប់មកគូសចុះក្រោម 2ឯកតាតាមទិស oy' ។

គេបានចំណុច B បន្ទាត់ដែលត្រូវសង់កាត់តាមចំណុច A និង B ។

107

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ពាក្យ "មេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់" គឺជាការលំបាកសម្រាប់សិស្សក្នុងការស្រមៃថាវាជាអ្វី។ គ្រូអាចប្រើ "ជម្រាល" ដើម្បីពន្យល់អំពីវាដូចនៅក្នុងភាសាអង់គ្លេស។ សូមមើលការពន្យល់លម្អិតក្នុងប្រអប់ខាងក្រោមនៃទំព័រនេះ។

បន្ថែមព័ត៌មានលើរូបដើម្បីឱ្យសិស្សយល់ពី "$y_2 - y_1$" និង " $x_2 - x_1$"។

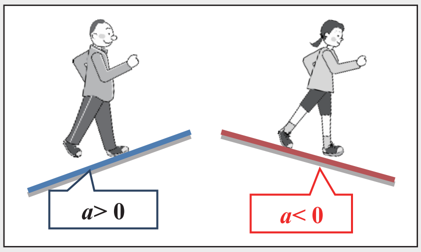
សំណួរសម្រាប់សិស្ស

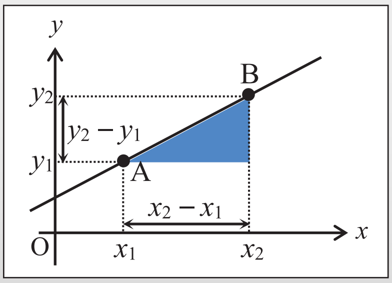
បន្ទាប់ពីការអានប្រយោគសំណួរនៅក្នុងលំហាត់ទី1 ត្រូវសួរសិស្សអំពី "មេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង2"។ បន្ទាប់មកជួយសម្របសម្រួលសិស្សឱ្យដឹង ពីអត្ថន័យ "តម្លៃនៃ y កើនឡើង 2 ឯកតា ប្រសិនបើតម្លៃនៃ x កើនឡើង 1 ឯកតា"។

នៅក្នុងលំហាត់ទី 2 គ្រូអាចសួរសំណួរដូចគ្នា។ បន្ទាប់មកជួយសម្របសម្រួលសិស្សឱ្យដឹងពីអត្ថន័យ "តម្លៃនៃ y ចុះ 1ឯកតា ប្រសិនបើតម្លៃនៃ x កើនឡើង 2ឯកតា"។ ហើយក៏មានន័យថា y ថយចុះ 1ឯកតាបើ x កើនឡើង 2 ឯកតា។ (កែតម្រូវនៅក្នុងសៀវភៅសិក្សានេះ)

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសេចក្ដីណែនាំ ជម្រាលនៃក្រាប $y=ax+b$

ការប្រើពាក្យ "មេគុណប្រាប់ទិស" ជាការលំបាកសម្រាប់សិស្សក្នុងការយល់អត្ថន័យរបស់វា។ តែផ្ទុយទៅវិញវាជាការងាយស្រួលសម្រាប់សិស្សបើគេប្រើវាជាជម្រាលនៃបន្ទាត់។ អ្នកអាចមើលរូបភាពដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំជម្រាលនៃបន្ទាត់មួយដែលត្រូវបានកំណត់ដោយ (បម្រែបម្រួល y) / (បម្រែបម្រួល x) ។ ប្រសិនបើគេមានពីរចំណុច $A(x_1, y_1)$ និង $B(x_2, y_2)$ ដូចនៅក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ: ជម្រាលនៃបន្ទាត់មួយត្រូវបានផ្ដល់ឱ្យដោយ $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$។



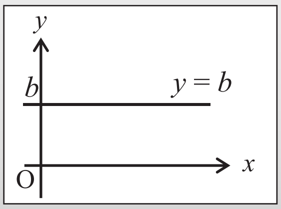


[សំណួរ] តើយើងអាចសង់បន្ទាត់មួយបានយ៉ាងដូចម្ដេច $a = 0$?

បើ $a = 0$ នោះសមីការនៃបន្ទាត់គឺ៖

$y = 0\times x + b = b$

ដូចនេះ៖ $y = b$ ចំពោះគ្រប់ x។ ក្រាប $y = b$ គឺជាបន្ទាត់ស្របអ័ក្ស អាប់ស៊ីស។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ពេលខ្លះរូបមន្តមេគុណប្រាប់ទិសគឺ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, វាអាចប្តូរលំដាប់ទៅជា $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ $\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-(y_1-y_2)}{-(x_1-x_2)}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\right)$

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូរកំណត់មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុចដូចខាងក្រោម

ក. ពីរចំណុច $A(-4\ ,\ -1)\ ,\ B(0\ ,\ -5)$

ខ. ពីរចំណុច $C(7\ ,\ 8)\ ,\ D(-2\ ,\ 5)$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{(-5)-(-1)}{0-(-4)}=\frac{-5+1}{4}=\frac{-4}{4}=-1$

ខ. $\frac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\frac{5-8}{-2-7}=\frac{-3}{-9}=\frac{1}{3}$ ។

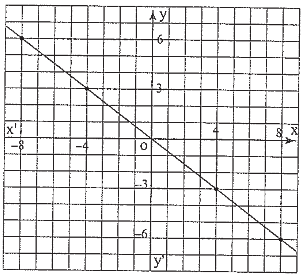
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅក្នុងលំហាត់គំរូទី 4 ផ្នែកខាងក្រោយនៃសំណួរនេះគឺមិនមានន័យទេ ព្រោះថាសមីការ $y=-\frac{3}{4}x$ ដែលបានផ្តល់ឱ្យនោះយើងស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស $-\frac{3}{4}$ រួចទៅហើយ។ ផ្ទុយទៅវិញគ្រូគួរតែយកចិត្តទុកដាក់ដោយផ្ទាល់តាមករណីដូចខាងក្រោម៖

- សមីការបន្ទាត់ $y=-\frac{3}{4}x$ បង្ហាញពីសមាមាត្រផ្ទាល់
- បន្ទាត់ដែលកាត់តាមគល់ $O(0, 0)$
- មេគុណប្រាប់ទិស$=-\frac{3}{4}$ មានន័យថា y ចុះ 3ឯកតា បើ x កើន 4 ឯកតា ឬច្រាសមកវិញ។

នោះសិស្សអាចសង់ក្រាបដោយប្រើចំណុចពីរគឺ $O(0, 0)$ និង $(4, -3)$។

លំហាត់គំរូទី 4 : ចូរសង់តារាងតម្លៃលេខនិងតាងក្រាបនៃទំនាក់ទំនង $y=-\frac{3}{4}x$ រួចបកស្រាយមេគុណប្រាប់ទិស ។



ចម្លើយ : ឱ្យ x យកតម្លៃ

$-8\ ,\ -4\ ,\ 0\ ,\ 4\ ,\ 8$ រួចរកតម្លៃ ។

x	-8	-4	0	4	8
y	-6	3	0	-3	-6

តាមតារាងតម្លៃលេខខាងលើ

បម្រែបម្រួលនៃ x ស្មើ $8-4=4$

បម្រែបម្រួលនៃ y ស្មើ $-6-(-3)=-3$

$\frac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}=\frac{-3}{4}<0$

មានន័យថាបើ x កើន 4ឯកតា នោះ y នឹងថយចុះ 3ឯកតា ឬ x ថយ 4ឯកតា នោះ y នឹងកើន 3ឯកតា ។

ប្រតិបត្តិ :

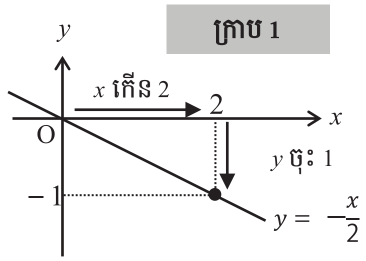
1. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=-\frac{x}{2}$
2. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\ ,\ 1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{1}{3}$
3. ចូរគណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2\ ,\ 0)$ និង $B(-1\ ,\ 4)$ ។

108

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

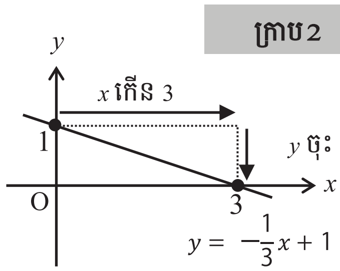
1. ដោយសារតែសមីការ $y=-\frac{x}{2}=-\frac{1}{2}x$ បានបង្ហាញសមាមាត្រដោយផ្ទាល់ ហើយក្រាបរបស់វាកាត់តាមគល់ $(0,\ 0)$។ មេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាគឺ $-\frac{1}{2}$ ដែលមានន័យថា y ថយចុះ 1ឯកតានៅពេលដែល x កើនឡើង 2ឯកតា ឬច្រាសមកវិញ។ ដូច ក្រាបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ (ក្រាប 1)។

ក្រាប 1



2. មេគុណប្រាប់ទិស= $-\frac{1}{3}$ មានន័យថា y ថយចុះ 1ឯកតានៅពេលដែល x កើនឡើង 3ឯកតា ឬច្រាសមកវិញ។ ដោយបន្ទាត់កាត់ចំណុច $A(0, 1)$ ហើយវាក៏កាត់ចំណុច $(3, 0)$ ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងក្រាប (ក្រាប 2)

ក្រាប2



3. $\frac{4-0}{-1-(-2)}=\frac{4}{1}=4$

ដូចនេះ មេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់គឺ 4 ។

3rd Period

1.2. ការសង់បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច

គេដឹងថាបន្ទាត់មួយកាត់តាមពីរចំណុច ដើម្បីងាយដៅចំណុចគេកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចដែលបន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $\boxed{y = -2x+4}$ ។ បន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ចំណុច

កែតម្រូវ៖ $y=2x+4$

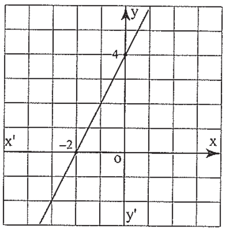
ឱ្យ $x = 0$, $y = 2\times0+4 = 4$, $(0 , 4)$

បន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ចំណុច

ឱ្យ $y = 0$, $2x+4 = 0$, $x = -2$, $(-2 , 0)$

គេបានតារាងតម្លៃលេខ

x	0	-2
y	4	0



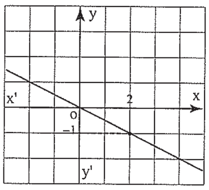
ឧទាហរណ៍ទី 2 : សង់បន្ទាត់ដែលមាន-សមីការ $y = \frac{-x}{2}$ ។

បើ $x = 0$, $y = 0$ បន្ទាត់កាត់តាមគល់ 0

ក្នុងករណីនេះគេដៅយកតែចំណុចមួយទៀតដោយឱ្យ $x = 2$, $y = -1$

គេបានតារាងតម្លៃលេខ

x	0	2
y	0	-1



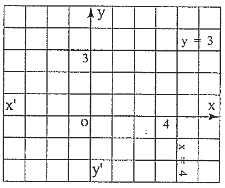
ជាទូទៅ :

- បន្ទាត់មានសមីការ $y = ax+b$ កាត់អ័ក្ស $y'y$ និង $x'x$
- បន្ទាត់មានសមីការ $y = ax$ កាត់តាមគល់ 0

គេក៏មានបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $x = 4$ និង $y = 3$

$x = 4$ ជាបន្ទាត់ដែលស្របនឹងអ័ក្ស $y'y$ ហៅថាបន្ទាត់ឈរ ។

$y = 3$ ជាបន្ទាត់ដែលស្របនឹងអ័ក្ស $x'x$ ហៅថាបន្ទាត់ដេក ។



109

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលដោះស្រាយឧទាហរណ៍ទី 1 ត្រូវសួរសិស្សពីរបៀបរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង $y = 2x + 4$ និង

(i) អ័ក្សអាប់ស៊ីស (អ័ក្ស $x'x$)

(ii) អ័ក្សអរដោនេ (អ័ក្ស $y'y$)

បើសិនជាសិស្សមិនអាចឆ្លើយបានគ្រូត្រូវជួយពួកគេដោយប្រើក្រាប និងសួររកតម្លៃអរដោនេនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងសួររកតម្លៃអាប់ស៊ីសនៅលើអ័ក្សអរដោនេ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 2 ត្រូវបង្រៀនជាជំហានៗ

(i) បើ $x = 0$ នោះ $y = \frac{-1\times0}{2} = 0$

(ii)បើ $x = 2$ នោះ $y = \frac{-1\times2}{2} = -1$

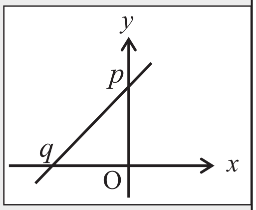
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

បន្ទាត់ $y = ax + b$ កាត់អ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ ពេល $a \neq 0$។ បើ $a = 0$ នោះបន្ទាត់ $y = b$ ស្របអ័ក្ស $x'x$។

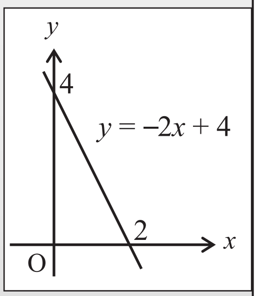
បន្ថែមការចងចាំដល់សិស្សសមីការ $x = 4$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ y និង $y = 3$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x។ បន្ទាប់មកឱ្យលំហាត់ដែលមានលក្ខណៈប្រហាក់ប្រហែល។

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងលំហាត់ ចំណុចប្រសព្វអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងចំណុចប្រសព្វអ័ក្សអរដោនេ

នៅពេលដែលបន្ទាត់ប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $(0, p)$ នោះតម្លៃ p ហៅថាអរដោនេចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ នៃបន្ទាត់នេះ។ ដូចគ្នានេះដែរបើវាប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ $(q, 0)$ នោះតម្លៃ q ហៅថាអាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ នៃបន្ទាត់នេះ។ ក្នុងករណីជាច្រើនដែលយើងអាចគូរក្រាបនៃបន្ទាត់មួយដោយប្រើចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ និងចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ ។



ឧទាហរណ៍សមីការនៃបន្ទាត់ $y = -2x + 4$ ។ ដោយចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ ជាតម្លៃនៃ y ពេលដែល $x = 0$ យើងបាន $y = (-2)(0)+ 4= 4$ ។ ដូចនេះចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ គឺ $(0, 4)$។ ហើយចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ ជាតម្លៃនៃ x ពេលដែល $y = 0$ យើងបាន $0 = -2x + 4$ នាំឱ្យ $x = 2$ ។ ដូចនេះចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ គឺ $(2, 0)$។



សំណួរទី 1 រកចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ នៃបន្ទាត់ $y = 3x - 3$

ចម្លើយ ចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ គឺ $(1, 0)$ និងចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ គឺ $(0, -3)$

សំណួរទី2 រកចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ នៃបន្ទាត់ $y = 3$ និង $x = 4$? ចម្លើយ: $y = 3$ ចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ គឺ $(0, 3)$ និងមិនមានចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ ទេ។ $x = 4$ ចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ គឺ $(4, 0)$ និងមិនមានចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ ទេ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

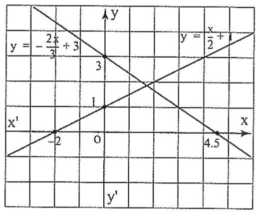
ក្នុងសៀវភៅនេះនៅទំព័រមុនអ័ក្សត្រូវបានសរសេរជា " អ័ក្ស$x'x$ " ហើយនៅលើទំព័រនេះសរសេរ " អ័ក្សOx" ការសរសេរផ្លាស់ប្តូរនាំឱ្យសិស្សមានការយល់ច្រឡំ។ យើងអាចជៀសវាងពីការយល់ច្រឡំបែបនេះបើយើងប្រើ " អ័ក្ស $x'x$ " និង" អ័ក្ស $y'y$ " នៅក្នុងមេរៀននេះទាំងមូល។

ជាទូទៅ : $x = h$ ជាបន្ទាត់ឈរ (បន្ទាត់ស្របអ័ក្ស oy ហើយកាត់អ័ក្ស ox ត្រង់ $x = h$) ។

$y = k$ ជាបន្ទាត់ដេក (បន្ទាត់ស្របអ័ក្ស ox ហើយកាត់អ័ក្ស oy ត្រង់ $y = k$) ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរសង់បន្ទាត់ $y = \frac{x}{2}+1$ និង $y = \frac{-2x}{3}+3$ ក្នុងប្លង់តែមួយ ។

ចម្លើយ :



សង់តារាងតម្លៃលេខនៃ $y = \frac{x}{2}+1$

x	0	-2
y	1	0

ឬ

x	0	2
y	1	2

សង់តារាងតម្លៃលេខនៃ $y = \frac{-2x}{3}+3$

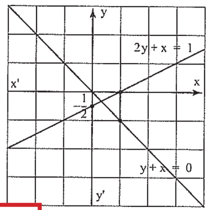
x	0	4.5
y	3	0

ឬ

x	0	3
y	3	1

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរសង់បន្ទាត់ $2y+x = 1$ និង $y+x = 0$ ក្នុងប្លង់តែមួយ ។

ចម្លើយ :



ចំពោះសមីការ $3y+x = 1$

ឱ្យ $x = 0$, $y = -\frac{1}{2}$

ឱ្យ $y = 0$, $x = 1$

x	0	1
y	$-\frac{1}{2}$	0

កែតម្រូវ ៖
$-2y+x=1$

ចំពោះសមីការ $y+x = 0$

ឱ្យ $x = 0$, $y = 0$

ឱ្យ $x = 1$, $y = -1$

x	0	1
y	0	-1

ប្រតិបត្តិ : ចូរសង់បន្ទាត់ $y = \frac{-x+4}{2}$, $y = 2$ និង $x = 4$ ក្នុងប្លង់តែមួយ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលខណ្ឌដោយបន្ទាត់ទាំងបីនេះ ។

110

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

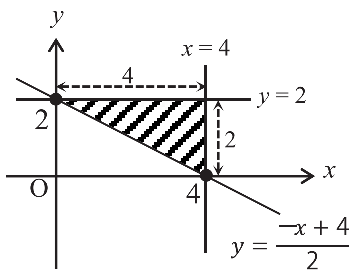
វិធីសាមញ្ញបំផុតក្នុងការរកពីរចំណុចនៅលើបន្ទាត់គឺប្រើចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងអ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ ។ ប៉ុន្តែបើសមីការនៃបន្ទាត់មួយដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសជាប្រភាគវិញនោះយើងអាចយកតម្លៃ x ស្មើភាគបែងដើម្បីឱ្យងាយក្នុងការគណនា។ ឧទាហរណ៍ $y = \frac{x}{2}+1$ បើយើងយក $x = 2$ នោះ $y = \frac{2}{2}+1 = 2$។ ចំពោះ $y = -\frac{2}{3}x+3$ បើយក $x = 3$ នោះ $y = -\frac{2}{3}\times3+3 = 1$ រាល់ពេលគណនាគ្រូត្រូវឱ្យសិស្សគិតយ៉ាងណាដើម្បីឱ្យពួកគេអាចសម្រួលចេញជាលេខគត់បានព្រោះថាវាអាចកាត់បន្ថយកំហុស។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

បន្ទាត់ $y = \frac{-x+4}{2}$ កាត់អ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ចំណុចខាងក្រោម៖.

[អ័ក្ស $x'x$] ចំពោះ $y = 0$ យើងបាន $0 = \frac{-x+4}{2}$ ។ ដូចនេះបន្ទាត់កាត់ចំណុច $(4, 0)$។

[អ័ក្ស $y'y$] ចំពោះ $x = 0$ យើងបាន $y = \frac{-0+4}{2} = 2$ ។ ដូចនេះបន្ទាត់កាត់ចំណុច $(0, 2)$។



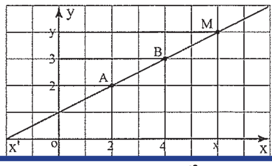
បន្ទាត់ទាំងបី $y = \frac{-x+4}{2}$ $x = 4$ និង$y = 2$ កាត់គ្នាបង្កើតបានជាត្រីកោណកែងដូចរូបខាងស្តាំដែលមានបាតស្មើ 4 និងកម្ពស់ស្មើ 2។ ដូចនេះផ្ទៃក្រឡារបស់វាគឺ

$$4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ ឯកតាផ្ទៃ}$$

4th Period

2. សមីការនៃបន្ទាត់

2.1. សមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច



ឧទាហរណ៍ : សង់ពីរចំណុច $A(2\ ,\ 2)$, $B(4\ ,\ 3)$ រួចកំណត់រកសមីការនៃបន្ទាត់នោះ ។

បើ $M(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចមួយនៃបន្ទាត់ AB នោះ បន្ទាត់ AB និង BM មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ AB : $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{3-2}{4-2}=\frac{1}{2}$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ BM : $\frac{y-3}{x-4}$

យើងបាន $\frac{y-3}{x-4}=\frac{1}{2}$, $2(y-3)=x-4$, $2y-6=x-4$, $2y=x+2$, $y=\frac{x}{2}+1$

ក្នុងកន្សោមនេះ x_A នឹង y_A មានន័យថា អាប់ស៊ីស នឹង អរដេនានៃចំនុចA។ (ដូចគ្នាដែលចំពោះ x_B នឹង y_B)

លំហាត់គំរូ : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(-1\ ,\ 1)$, $B(3\ ,\ 7)$ ។

ចម្លើយ : តាង $M(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ AB

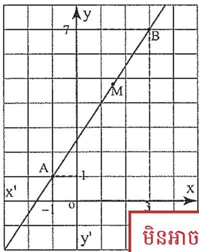
បន្ទាត់ AB និង AM មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$$\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{y_M-y_A}{x_M-x_A}$$

$$\frac{7-1}{3-(-1)}=\frac{y-1}{x-(-1)}$$

$$\frac{6}{4}=\frac{y-1}{x+1}$$

$4(y-1)=6(x+1)$, $4y-4=6x+6$, $y=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$



ប្រតិបត្តិ : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(-2\ ,\ 7)$, $(-2\ ,\ 7)$ ។

មិនអាចស្រាយបាន៖ ចំណុចតែមួយ!

5th Period

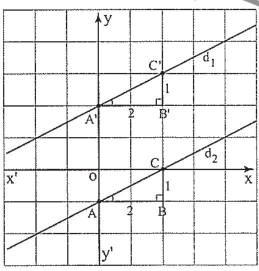
2.2. លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់ស្រប

ឧទាហរណ៍ : សង់បន្ទាត់ពីរដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$d_1 : y=\frac{x}{2}+2$ និង $d_2 : y=\frac{x}{2}-1$

តារាងតម្លៃលេខនៃ d_1

x	0	–4
y	2	0



111

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

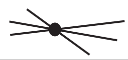
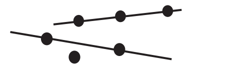
"យើងសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុចដែលឱ្យ។ តើយើងអាចសង់បានបន្ទាត់ចំនួនប៉ុន្មាន?"

ចម្លើយ៖ មានតែ 1 បន្ទាត់គត់។

សម្គាល់

(i) តាមមួយចំណុចដែលឱ្យគេអាចសង់បានបន្ទាត់ច្រើនរាប់មិនអស់។

(ii) តាមបីចំណុចដែលឱ្យ បន្ទាត់មួយកាត់ចំណុចទាំងបីមិនអាចសង់ជាទូទៅទេ។

តាម 1 ចំណុច អាចសង់បន្ទាត់ជាច្រើនរាប់មិនអស់។ 	តាម 3 ចំណុច អាចសង់បានបើចំណុចទាំងបីរត់ត្រង់គ្នា ឬមិនអាចសង់បានបើចំណុចទាំងបីរត់មិនត្រង់គ្នា។ 

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

បើអ្នកចង់ឱ្យសិស្សធ្វើលំហាត់នេះអ្នកត្រូវផ្លាស់ប្តូរកូអរដោនេនៃចំណុចទី2 ជា៖ $A(-2, 7)$, $B(2, -1)$។ សមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច A និង B គឺ៖ $y=-2x+3$។ មើលដំណោះស្រាយផ្សេងៗក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់ការបង្រៀនឱ្យកាន់តែប្រសើរ៖ វិធីរកសមីការនៃបន្ទាត់

ឧទាហរណ៍ខាងលើប្រើប្រាស់លក្ខណៈរបស់បន្ទាត់ត្រង់មួយដែលមានជម្រាលនៃបន្ទាត់តែងតែដូចគ្នាទៅនឹងអង្កត់ ដូចនេះយើងមាន ជម្រាលនៃ AB = ជម្រាលនៃ BM ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏វិធីសាស្ត្រនេះអាចជាការលំបាកសម្រាប់សិស្សខ្លះដោយសារតែពួកគេត្រូវការយកចំណុចដែលមិនស្គាល់ $M(x, y)$។

វិធីសាស្ត្រក្នុងការរកសមីការនេះគឺត្រូវតាងសមីការបន្ទាត់ដោយ $y = ax + b$ រួចរកតម្លៃ a និង b។ a គឺជាមេគុណប្រាប់ ចំណាំទិស និង b គឺជាចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $y'y$ នឹងបន្ទាត់។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើនេះយើងអាចរកសមីការបន្ទាត់តាមវិធីដូចខាងក្រោម៖

(i) យើងរក មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់មួយពីកូអរដោនេនៃ A និងB នាំឱ្យ $a=\frac{3-2}{4-2}=\frac{1}{2}$

(ii) យើងជំនួស $a=\frac{1}{2}$ ក្នុង $y=ax+b$ នាំឱ្យ $y=\frac{1}{2}x+b$

(iii) យើងជំនួសកូអរដោនេ A(2, 2) ដែលជា x និង y ក្នុង $y=\frac{1}{2}x+b$ នាំឱ្យ $2=\frac{1}{2}\times 2+b \Rightarrow b=1$

(iv) យើងជំនួស $b=1$ ក្នុង $y=\frac{1}{2}x+b$ នាំឱ្យ $y=\frac{1}{2}x+1$ ។

[ប្រតិបត្តិ] ប្រើវិធីសាស្ត្រនេះដើម្បីរកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច A(–2, 7) និង B(2, –1)។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ក្នុងឧទាហរណ៍នេះបញ្ជាក់ថាបើ $a = a'$ នោះ $d_1 \,//\, d_2$។ ហើយច្រាសមកវិញបើ $d_1 \,//\, d_2$ នោះ $a = a'$

ចម្លើយ

បើ $d_1 \,//\, d_2$, នោះ $a = a'$

ព្រោះថា $d_1 \,//\, d_2$, $\angle C'A'y = \angle CAy$

នាំឱ្យ $\angle C'A'B' = \angle CAB$

នាំឱ្យ $\Delta C'A'B'$ និង ΔCAB ប៉ុនគ្នា

ដូចនេះជម្រាលនៃបន្ទាត់ទាំងពីរប៉ុនគ្នា។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

គ្រូអាចផ្តល់ឱ្យសិស្សនូវកិច្ចការបន្ថែមទៀតដើម្បីរកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច A និង B។

តាងសមីការបន្ទាត់ AB ដោយ $y = ax + b$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់នេះគឺ $\frac{4-1}{1-(-1)} = \frac{3}{2}$

ជំនួស $a = \frac{3}{2}$ ក្នុងសមីការ យើងបាន $\boxed{y = \frac{3}{2}x + b}$។ ហើយជំនួស $A(-1, 1)$ ក្នុងសមីការ យើងបាន៖

$1 = \frac{3}{2}(-1) + b$ នាំឱ្យ $b = \frac{5}{2}$

ដូចនេះ $(AB): y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ ។

តារាងតម្លៃលេខនៃ d_2

x	0	2
y	-1	0

ដោយមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ដូចគ្នា

មានន័យថាកាលណា x កើន 2 នោះ y និងកើន 1 ។

ត្រីកោណកែង ABC និង $A'B'C'$ ប៉ុនគ្នា

វិបាក : $\angle C'A'y = \angle CAy$ នាំឱ្យ $d_1 \,//\, d_2$

ហេតុនេះ បន្ទាត់ d_1 និង d_2 មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នាជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

សិស្សខ្លះមានការច្រឡំក្នុងការពិភាក្សានេះ។ វាគួរតែសរសេរដូចខាងក្រោម

$\Delta C'A'B'$ និង ΔCAB ប៉ុនគ្នា

$\Rightarrow \angle C'A'B' = \angle CAB$

$\Rightarrow \angle C'A'y = 90° - \angle C'A'B'$

$= 90° - \angle CAB = \angle CAy$

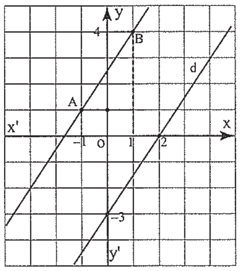
ដូចនេះ $\angle C'A'y = \angle CAy$

ជាទូទៅ : $d_1 : y = ax + b$, $d_2 : y = a'x + b'$

$d_1 \,//\, d_2$ លុះត្រាតែ $a = a'$

លំហាត់គំរូទី 1 : $d : y = \frac{3}{2}x - 3$ និងដៅពីរចំណុច $A(-1\ ,\ 1)$ និង $B(1\ ,\ 4)$ ។

ចូរបញ្ជាក់ថា $d \,//\, AB$ ។



ចម្លើយ : តារាងចំណុចនៃ d

ឱ្យ $x = 0$, $y = -3$

$y = 0$, $\frac{3}{2}x = 3$, $x = 2$

x	0	2
y	-3	0

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ AB

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-1}{1-(-1)} = \frac{3}{2}$$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB ស្មើនឹងមេគុណប្រាប់ទិសនៃ d នាំឱ្យ $AB \,//\, d$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេឱ្យបួនចំណុច $A(-1\ ,\ 0)$, $B(0\ ,\ 2)$, $C(3\ ,\ 2)$, $D(4\ ,\ 4)$

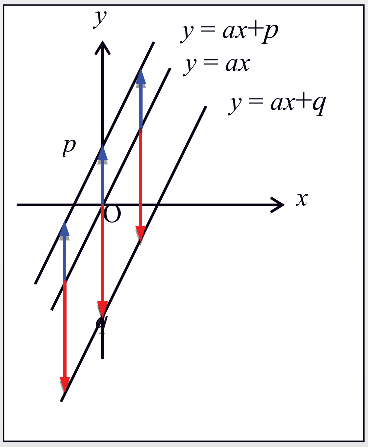
ចូរគណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB និង CD ហើយបញ្ជាក់ថាវាជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

112

6th Period

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងលំហាត់ បន្ទាត់ស្រប

សៀវភៅនេះបកស្រាយពីភាពស្មើគ្នានៃមេគុណប្រាប់ទិសរបស់ "ពីរបន្ទាត់ស្រប" ដោយប្រើត្រីកោណប៉ុនគ្នា។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏យើងអាចយល់បានងាយស្រួលជាងនេះប្រសិនបើយើងគិតអំពីលក្ខខណ្ឌបន្ទាត់ស្រប។



បន្ទាត់ $y = ax$ គឺជាបន្ទាត់កាត់តាមគល់ $(0,\ 0)$ ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបនេះ។ ប្រសិនបើ p វិជ្ជមាននោះបន្ទាត់ស្រប $y = ax + p$ បានមកពីការរំកិល $y = ax$ ឡើងលើ p ឯកតា។ ប្រសិនបើ q អវិជ្ជមាននោះបន្ទាត់ស្របមួយទៀត $y = ax + q$ បានមកពីការរំកិល $y = ax$ ចុះក្រោម q ឯកតា។

សំណួរ រកសមីការបន្ទាត់ដែលស្របនឹង $y = 2x + 3$ ហើយកាត់ចំណុច $A(2, -1)$។

ចម្លើយ ដោយវាស្របនឹង $y = 2x + 3$ នោះយើងយកសមីការបន្ទាត់នេះគឺ $y = 2x + b$។ ដោយបន្ទាត់នេះកាត់ $A(2,\ 1)$ យើងបាន

$-1 = 2 \times 2 + b \Rightarrow b = -5$ ។

ដូចនេះ $y = 2x - 5$ ។

ចម្លើយ :

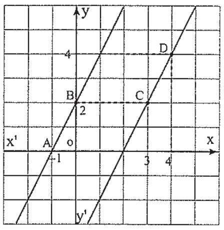
បើ a ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-0}{0-(-1)} = \frac{2}{1} = 2$$

បើ a' ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ CD

$$a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{4-2}{4-3} = \frac{2}{1} = 2$$

$a = a' = 2$ បញ្ជាក់ថា $AB \parallel CD$ ។



លំហាត់គំរូទី 3 : ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $A(2\ ,\ 5)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $d: y = 3x+4$ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងពីរនេះ ។

ចម្លើយ : តាង $M(x\ \ y)$ ឋិតនៅលើបន្ទាត់ដែលកាត់តាម A

បើ $d \parallel AM$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$\frac{y-5}{x-2} = 3$, $y - 5 = 3(x-2)$, $y = 3x - 1$

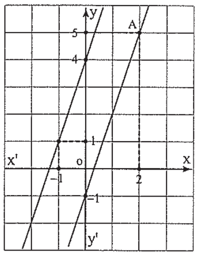
ការសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ :

បន្ទាត់ $d: y = 3x+4$ កាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $x = 0$, $y = 4$

គេអាចសង់ចំណុចមួយទៀតដោយឱ្យ $x = -1$, $y = 1$

ព្រោះចំណុចកាត់អ័ក្ស $x'x$ ជាប្រភាគ $-\frac{4}{3}$

ចំពោះបន្ទាត់ $AM: y = 3x-1$ វាកាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $x = 0$, $y = -1$ ។



ប្រតិបត្តិ : ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់មួយទៀត ។

ក. កាត់តាមចំណុច $(0\ ,\ 0)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y = 3x - 1$

ខ. កាត់តាមចំណុច $(6\ ,\ 3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x - 3y = 9$ ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

តាមការបង្ហាញវិធីសាស្ត្រមុននេះ តាង $M(x, y)$ ក្នុងលំហាត់គំរូទី 3 នេះ គឺជាការលំបាកណាស់សម្រាប់សិស្ស។ ក្នុងគោលបំណងដោះស្រាយលំហាត់នេះឱ្យបានងាយស្រួលយើងត្រូវតាងសមីការបន្ទាត់ដោយ $y = ax + b$ ហើយឱ្យសិស្សរកតម្លៃនៃ a និង b ។

ក្នុងលំហាត់នេះ ដោយបន្ទាត់ស្របទៅនឹងបន្ទាត់ d នោះវាមានសមីការ $y = 3x + b$ ហើយវាកាត់ចំណុច $A(2, 5)$

យើងបាន $5 = 3\times 2 + b \Rightarrow b = -1$

ដូចនេះ $y = 3x - 1$ ។

ចម្លើយនៃប្រតិបត្តិ

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក

ក) វាស្របនឹង $y = 3x - 1$ យើងបាន

$$y = 3x + b$$

ដោយវាកាត់ចំណុច $(0, 0)$ យើងបាន

$$0 = 3\times 0 + b$$

$$b = 0$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកគឺ

$$y = 3x$$

ខ) វាស្របនឹង $x - 3y = 9$

$$\text{ឬ } y = \frac{1}{3}x - 3$$

យើងបាន $y = \frac{1}{3}x + b$

ដោយវាកាត់ចំណុច $(6, 3)$ យើងបាន

$$3 = \frac{1}{3}\times 6 + b$$

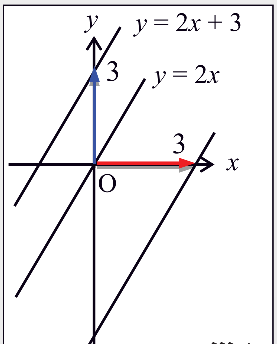
$$b = 1$$

ដូចនេះ សមីការដែលបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ

$$y = \frac{1}{3}x + 1 \text{ ។}$$

ចំណេះដឹងបន្ថែម បំលែងកិលស្រប

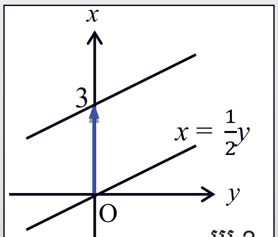
យើងដឹងហើយថា បើយើងរំកិលបន្ទាត់ $y = 2x$ តាមអ័ក្ស $y'y$ ឡើងលើ 3ឯកតា យើងបានបន្ទាត់ $y = 2x + 3$។ ប៉ុន្តែបើយើងរំកិល $y = 2x$ តាមអ័ក្ស $x'x$ ពីឆ្វេងទៅស្តាំ 3ឯកតា។ តើយើងបានបន្ទាត់មានសមីការដូចម្តេច? (រូប 1)



រូប 1

[វិធីទី 1] បន្ទាត់នេះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 នោះ: យើងតាងសមីការនេះដោយ $y = 2x + b$។ ហើយបន្ទាត់នេះកាត់តាមចំណុច $(3, 0)$ តាមរូប (1)។ យើងបាន $0 = 2\times 3 + b$ ឬ $b = -6$។ ដូចនេះសមីការ ដូចនេះសមីកាបន្ទាត់នេះគឺ $y = 2x - 6$

[វិធីទី 2] បើយើងសរសេរ $y = 2x$ ជា $x = \frac{1}{2}y$ នោះ: យើងបានក្រាបបង្ហាញក្នុងរូប (2)។ បើសិនជាយើងរំកិលបន្ទាត់នេះតាមអ័ក្ស $x'x$ 3ឯកតា នោះចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស $x'x$ ស្មើ 3។ ដូចនេះសមីការបន្ទាត់គឺ $x = \frac{1}{2}y + 3$ បើយើងប្តូរវាទៅជាទម្រង់ “$y =$” នោះ:



រូប 2

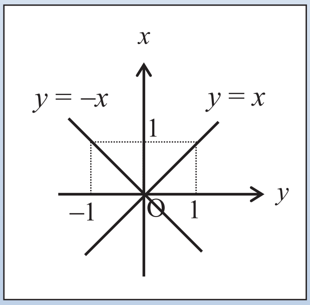
$$\boxed{x = \frac{1}{2}y + 3 \Rightarrow 2x = y + 6 \Rightarrow y = 2x - 6}$$

សមីការបន្ទាត់នេះដូចទៅនឹងសមីការនៅក្នុងវិធីទី 1 ខាងលើ។

7th Period

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលចាប់ផ្តើមផ្នែក 2.3 ឱ្យសិស្សពិនិត្យក្រាបនៃ $y = x$ និង $y = -x$។

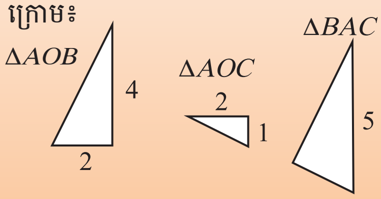


[សំណួរ 1]
តើមុំផ្គុំរវាងពីរបន្ទាត់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
(ចម្លើយ 90°)

[សំណួរ 2]
គណនាផលគុណរវាងមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ
(ចម្លើយ $1 \times (-1) = -1$)

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

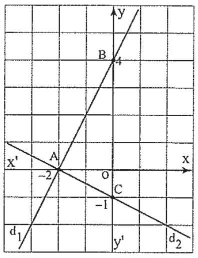
ជួយសិស្សឱ្យគិតពីសំណង់រូបខាងក្រោម៖



2.3. លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់កែង

ឧទាហរណ៍ : សង់បន្ទាត់ $d_1 : y = 2x+4$

និង $d_2 : y = -\frac{1}{2}x-1$ ហើយបញ្ជាក់ថាវាជាបន្ទាត់កែងគ្នា ។



ចំពោះបន្ទាត់ d_1

x	0	-2
y	4	0

ចំពោះបន្ទាត់ d_2

x	0	-2
y	-1	0

បន្ទាត់ d_1 កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ A ហើយកាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ B

បន្ទាត់ d_2 កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ A ហើយកាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ C

ដើម្បីបញ្ជាក់ថា $d_1 \perp d_2$ នោះគេត្រូវមាន $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$AC^2 = 1^2+2^2 = 5$, $AB^2 = 2^2+4^2 = 5+16 = 20$

$BC^2 = 5^2 = 25$, $25 = 20+5$ បញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $d_1 \perp d_2$

គេអាចសំគាល់លើមេគុណប្រាប់ទិសរបស់បន្ទាត់ d_1 និង d_2

បន្ទាត់ $d_1 : y = 2x+4$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a = 2$

បន្ទាត់ $d_2 : y = -\frac{1}{2}x-1$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a' = -\frac{1}{2}$

ផលគុណមេគុណប្រាប់ទិស $a' \times a = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ ។

ជាទូទៅ : បន្ទាត់ពីរ $y = ax+b$ និង $y = a'x+b'$ កែងគ្នាកាលណា $aa' = -1$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូររកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y = ax+3$ និង $y-2x = 1$ កែងគ្នា ។

ចម្លើយ : បន្ទាត់ $y-2x = 1$ អាចសរសេរ $y = 2x+1$ វាកែងនឹងបន្ទាត់ $y = ax+3$

លុះត្រាតែផលគុណនៃមេគុណប្រាប់ទិសទាំងពីរស្មើនឹង -1

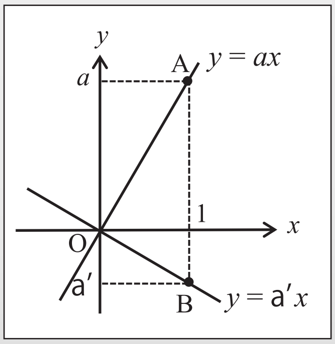
$2 \times a = -1$, $a = -\frac{1}{2}$ ។

114

ចំណេះដឹងបន្ថែមនិងលំហាត់៖ បន្ទាត់កែង

បើពីរបន្ទាត់ $y = ax + b$ និង $y = a'x + b'$ កែងគ្នានោះ $aa' = -1$។ ច្រាសមកវិញបើ $aa' = -1$ នោះ $y = ax + b$ និង $y = a'x + b'$ កែងគ្នា។ ទ្រឹស្តីនេះពិតចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ b និង b'។

យើងពិនិត្យករណីទូទៅ។ ឧបមាថា $y = ax$ និង $y = a'x$ កែងគ្នា ក្នុងករណី $a > 0$ និង $a' < 0$។បើយើងយកចំណុច $A(1, a)$ នៅលើ $y = ax$ និង $B(1, a')$ នៅលើ $y = a'x$ នោះ ΔAOB ជាត្រីកោណកែង ដែល $\angle AOB = 90°$។



នោះ៖ $AO^2 + BO^2 = AB^2$

$(1^2 + a^2) + (1^2 + a'^2) = (a - a')^2$

$2 + a^2 + a'^2 = a^2 - 2aa' + a'^2$

$2 = -2aa'$ ដូចនេះ $aa' = -1$

ច្រាសមកវិញបើ $aa' = -1$ នោះសមីការ $AO^2 + BO^2 = AB^2$ ពិត។ ដូចនេះ ΔAOB គឺជាត្រីកោណកែង ដែលមានន័យថា $y = ax$ និង $y = a'x$ កែងគ្នា។

8th Period

សរសេរ A (–1,2) មិនមែន “ ; ”

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(-1\ ;\ 2)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 3x$ ។

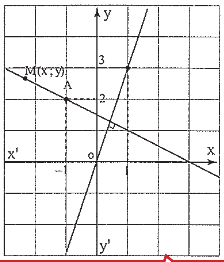
ចម្លើយ : $M(x\ \ y)$ ជាចំណុចមួយនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 3x$

បន្ទាត់ពីរកែងគ្នាកាលណាផលគុណនៃមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -1 ។

$$\frac{y-2}{x+1}\times 3 = -1 \quad , \quad \frac{3(y-2)}{x+1} = -1$$

$$3(y-2) = -x-1 \quad , \quad 3y-6 = -x-1$$

$$y = \frac{-x}{3}+\frac{5}{3} \text{ ។}$$



ក្រាបនេះមិនត្រឹមត្រូវទេ។បន្ទាត់ទាំងពីរនេះត្រូវកែងគ្នា។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេឱ្យបីចំណុច $A(0\ ,\ 3)$, $B(2\ ,\ 0)$ និង $C\left(4\ ,\ \frac{17}{3}\right)$ ។

ចូរបញ្ជាក់ថា $AB\perp AC$ ។

ចម្លើយ : AB មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{-3}{2}$

AC មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A} = \frac{\frac{17}{3}-3}{4-0} = \frac{2}{3}$

$\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = -1$ នាំឱ្យ $AB\perp AC$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀត

ក. កាត់តាម $A(2\ ,\ -1)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $2y-x-1 = 0$

ខ. កាត់តាម $A\left(\frac{-1}{2}\ ,\ 0\right)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 2x$ ។

9th Period

3. អនុវត្តន៍

ក្នុងជីវភាពរស់នៅគេនិយមប្រើសមីការបន្ទាត់ដើម្បីប៉ាន់ស្មាននូវចំណូលនិងចំណាយក្នុងជំនួញ ឬបម្រែបម្រួលនៃបាតុភូតអ្វីមួយ ។

ឧទាហរណ៍ : ចាប់ពីឆ្នាំ 1994 ដល់ 1999 ការចំណាយរបស់សាលាក្រុងបានកើនពី 2.3 ពាន់លាន ដល់ 4.8 ពាន់លានរៀល ។ គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យខាងលើជាសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងប្រាក់ចំណាយតាមឆ្នាំនីមួយៗ ។

- គេប្រើ x តាងឱ្យឆ្នាំ 1994 1995 1996 1997 1998 1999 ដោយ 1994 ជាឆ្នាំចាប់ផ្តើម គេកំណត់ឆ្នាំ 1994 ជាឆ្នាំដែលត្រូវនឹង $x = 0$ ហើយឆ្នាំ 1999 ជាឆ្នាំដែល $x = 5$

115

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

វិធីសាស្ត្រនេះតាង M(x, y)ហាក់ដូចជាលំបាកសម្រាប់សិស្ស។ ផ្ទុយពីនេះ វានឹងងាយជាងនេះសម្រាប់សិស្សក្នុងការរក a និងb នៃ $y = ax + b$។

ឧទាហរណ៍ ក្នុងលំហាត់ 2 យើងអាចរកសមីការបន្ទាត់តាមវិធីខាងក្រោម៖

តាង $y = ax + b$ ជាបន្ទាត់កែងទៅនឹង $y = 3x$។

នោះ $3\times a = -1$ នាំឱ្យ $a = -\frac{1}{3}$

យើងបាន $y = \frac{1}{3}x + b$

ដោយបន្ទាត់កាត់ A$(-1, 2)$យើងបាន

$\boxed{2 = -\frac{1}{3}\times(-1) + b \text{ នាំឱ្យ } b = \frac{5}{3}}$

ដូចនេះ $\boxed{y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}}$

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលចាប់ផ្តើមផ្នែកនេះ គ្រូសួរសិស្ស៖ “តើចំនួនថេរ a និងb ក្នុងសមីការបន្ទាត់ $y = ax + b$ បង្ហាញពីអ្វី?”

a: មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺជាបម្រែបម្រួលនៃ y ពេល x កើន។

b: គឺជាអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងអ័ក្ស $y'y$។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក

ក) ដោយបន្ទាត់នេះកែងនឹង

$$2y-x-1 = 0 \text{ ឬ } y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

ដូចនេះ $a\times\frac{1}{2} = -1$ នាំឱ្យ $a = -2$ យើងបាន $y = -2x + b$

ដោយបន្ទាត់នេះកាត់ចំណុច A$(2, -1)$

យើងបាន $-1 = -2\times 2 + b$ នាំឱ្យ $b = 3$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់នេះគឺ $y = -2x + 3$

ខ) ដោយបន្ទាត់នេះកែងនឹង$y = 2x$ ដូចនេះ

$a\times 2 = -1$ នាំឱ្យ $a = -\frac{1}{2}$ យើងបាន $y = -\frac{1}{2}x + b$

ដោយបន្ទាត់នេះកាត់ចំណុច A$(\frac{-1}{2}, 0)$ យើងបាន៖

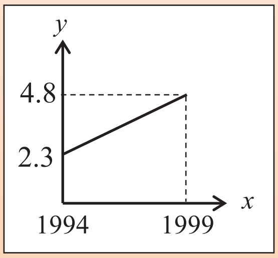
$$0 = -\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{2}\right) + b \text{ នាំឱ្យ } b = -\frac{1}{4}$$

ដូចនេះសមីការបន្ទាត់នេះគឺ៖

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់ក្នុងឧទាហរណ៍នេះជាដំបូង គ្រូត្រូវសង់ក្រាបដូចខាងក្រោមតាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ



ក្រាបនេះអាចជួយឱ្យសិស្សផ្លាស់ប្តូរការយល់។ ពួកគេអាចឆ្លើយពីមេគុណប្រាប់ទិស និងចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស y ជាងការគណនាក្នុងសៀវភៅនេះ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

បន្ទាប់ពីអានប្រយោគក្នុងលំហាត់គំរូ ចូរសួរសិស្ស

"តើចំនួន 9 700 បង្ហាញពីអ្វី?"

(ចម្លើយ ចំនួនថាសសរុបលក់បានសម្រាប់12 ខែ)

"តើថាសចំរៀងចំនួនប៉ុន្មានដែលត្រូវលក់បាននៅចុងខែវិច្ឆិកា?"

(ចម្លើយ 9 200)

- គេប្រើ y តាងប្រាក់ចំណាយ

  ឆ្នាំ 1994 ជាឆ្នាំដែលត្រូវនឹងប្រាក់ចំណាយ $y = 2.3$

  ឆ្នាំ 1999 ជាឆ្នាំដែលត្រូវនឹងប្រាក់ចំណាយ $y = 4.8$
- បម្រែបម្រួលនៃឆ្នាំនិងប្រាក់ចំណាយ

  ពីឆ្នាំ 1994 ដល់ 1999 ជាបម្រែបម្រួលនៃ x $5-0 = 5$

  ពី 2.3 ដល់ 4.8 ជាបម្រែបម្រួលនៃ y $4.8-2.3 = 2.5$

$\dfrac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x} = \dfrac{2.5}{5} = 0.5$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃសមីការ

- សមីការមានរាង $y = ax+b$ ដែល $a = 0.5$

  $y = 0.5x+b$ ដើម្បីកំណត់ b គេត្រូវឱ្យ $x = 0$

បើ ប្រាក់ចំណាយនៅឆ្នាំ 1994 គឺ $y = 2.3$ ដូចនេះ $2.3 = 0.5\times 0+b$, $b = 2.3$

សរុបមកគេបានសមីការ $y = 0.5x+2.3$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : បើ $x = 0$, $y = 2.3$ ត្រូវនឹងការចំណាយនៃឆ្នាំ 1994

បើ $x = 5$, $y = 0.5\times 5+2.3 = 4.8$ ត្រូវនឹងការចំណាយនៃឆ្នាំ 1999

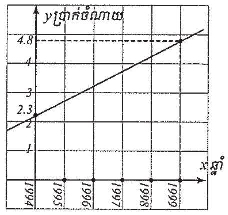
របៀបសង់ក្រាប

- ឆ្នាំតាងដោយអ័ក្ស $x'x$
- ប្រាក់ចំណាយតាងដោយអ័ក្ស $y'y$

នៅឆ្នាំ 1994 , $x = 0$, $y = 3.2$

នៅឆ្នាំ 1999 , $x = 5$, $y = 4.8$

បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុចខាងលើ ។



ប្រើលំហាត់បន្ថែមក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

លំហាត់គំរូ : ថាសចម្រៀងដ៏ល្បីមួយបានផ្តើមលក់ពីខែមករា បន្ទាប់ពីលក់បានច្រើននៅខែមករានោះមក ថាសនេះនៅតែលក់បានជាបន្តបន្ទាប់ទៅតាមខែនីមួយៗ ដោយអត្រា 500 ថាសក្នុងមួយខែរហូតដល់នៅដំណាច់ខែធ្នូឆ្នាំដដែល គេសរុបឃើញលក់បាន 9 700 ថាស ។

ក. ចូរសរសេរសមីការដែលតាងឱ្យការលក់ថាសតាមខែនីមួយៗ ។

ខ. ចូររកចំនួនថាសដែលលក់នៅខែមករា ។

គ. គិតត្រឹមខែសីហា គេលក់ជាក់ស្តែងបានតែថាសសរុប 7 600 តើចំនួនលក់ជាក់ស្តែងមានលំអៀងជាមួយចំនួនថាសដែលគណនាតាមសមីការប៉ុន្មាន ?

116

10th Period

លំហាត់បន្ថែម ការអនុវត្តសមីការបន្ទាត់ក្នុងជីវភាពរស់នៅ

មានរបៀបជាច្រើនទៀតក្នុងការប្រើប្រាស់សមីការបន្ទាត់ជាងការណែនាំក្នុងសៀវភៅនេះ។ សំណួរខាងក្រោមនេះមាន ទំនាក់ទំនងនឹងជីវភាពរស់នៅរបស់សិស្ស ដែលធ្វើឱ្យពួកគេមានការចាប់អារម្មណ៍។

សំណួរ 1

ក្នុងធុងមួយមានទឹក 20 លីត្រ ហើយគេប្រើអស់ 2 លីត្រក្នុងមួយនាទី។

(1)ឧបមាថាគេមានទឹក y លីត្របន្ទាប់ពីគេប្រើអស់រយៈពេល x នាទី។ ចូរសរសេរទំនាក់ទំនង x និង y។ (ចម្លើយ $y = 20 - 2x$)

(2) តើគេប្រើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានដើម្បីប្រើទឹកអស់? (ចម្លើយ 10 នាទី)

សំណួរ 2

ឥឡូវអ្នកមានប្រាក់ 10.000 រៀល នៅក្នុងធនាគារមួយដែលចាប់ផ្តើមសន្សំ 1000 រៀលក្នុងមួយសប្តាហ៍។

(1) ឧបមាថា x សប្តាហ៍បន្ទាប់នឹងមាន y រៀល។ ចូរសរសេរទំនាក់ទំនង x និង y។ (ចម្លើយ $y = 1000x + 10000$)

(2) តើរយៈពេលប៉ុន្មានសប្តាហ៍ទើបគេអាចសន្សំប្រាក់បាន 50.000 រៀល? (ចម្លើយ 40 សប្តាហ៍)

ចម្លើយ :

ក. សរសេរសមីការដែលមាន x និង y

- តាង x ជាខែ

  ខែមករាត្រូវនឹង $x = 0$ ហើយខែធ្នូត្រូវនឹង $x = 11$

- តាង y ជាចំនួនថាសដែលបានលក់

  $y = 9\ 700$ ត្រូវនឹង $x = 11$

- អត្រា 500 ថាសក្នុងមួយខែជាមេគុណប្រាប់ទិស
- សមីការ មានរាង $y = ax + b$, $y = 500x + b$ រកតម្លៃ b

ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

$x = 11$, $y = 9\ 700$, $9\ 700 = 500 \times 11 + b$, $b = 4\ 200$

ដូចនេះ សមីការសរសេរ $y = 500x + 4\ 200$ ។

ខ. ចំនួនលក់នៅខែមករា

ខែមករាត្រូវនឹង $x = 0$

$x = 0$, $y = 500 \times 0 + 4\ 200 = 4\ 200$ ។

គ. ប្រៀបធៀបការលក់ជាក់ស្តែងនិងការលក់តាមសមីការត្រឹមខែសីហា

ការលក់តាមសមីការ $x = 7$, $y = 500 \times 7 + 4\ 200 = 7\ 700$ (ខែសីហាជាខែដែលត្រូវនឹង $x = 7$)

ការលក់ជាក់ស្តែង $y = 7\ 600$

លំអៀង $7\ 700 - 7\ 600 = 100$ ថាស

មានន័យថាចំនួនថាសដែលប៉ាន់ស្មានដោយសមីការលើសពីការលក់ជាក់ស្តែង100ថាស ។

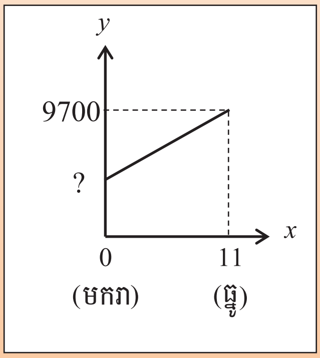
ប្រតិបត្តិ : នៅម៉ោង 12ថ្ងៃត្រង់កំដៅមានសីតុណ្ហភាព 40° ។ សីតុណ្ហភាពនេះនឹងចុះវិញក្នុងអត្រា 2° ក្នុងមួយម៉ោង ។ តើនៅម៉ោងប៉ុន្មានទើបមានសីតុណ្ហភាពស្មើនឹង 26° ។

ប្រើលំហាត់ បន្ថែមក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

117

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់ក្នុងលំហាត់គំរូនេះជាដំបូង គ្រូត្រូវសង់ក្រាបដូចខាងក្រោមតាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យដូចមុន



ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ឧបមាថាបន្ទាប់ពី x ម៉ោងចាប់ពីថ្ងៃត្រង់នៅសីតុណ្ហភាពមាន y °C ។

បើ $x = 0$ នោះយើងបាន $y = 40$ °C

សីតុណ្ហភាពចុះ 2 °C ក្នុងមួយម៉ោង។ នាំឱ្យមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់គឺ -2។

ដូចនេះ សមីការគឺ $y = -2x + 40$

ពេលដែល $y = 26$ យើងបាន $x = 7$

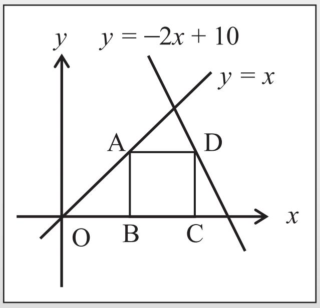
ដូចនេះ នៅម៉ោង $7pm$ ទើប សីតុណ្ហភាពស្មើនឹង 26 °C ។

លំហាត់បន្ថែម៖ ការអនុវត្តសមីការបន្ទាត់ក្នុងធរណីមាត្រ

យើងអាចអនុវត្តសមីការបន្ទាត់ទៅក្នុងធរណីមាត្រ។ វិធីនេះ វាមានន័យណាស់សម្រាប់សិស្សដើម្បីឱ្យមានចំណេះដឹងទូលាយលើសមីការនៃបន្ទាត់មួយ។

សំណួរ

ឧបមាថាចំណុច A នៅលើបន្ទាត់ $y = x$ និងចំណុច D នៅលើបន្ទាត់ $y = -2x + 10$ ហើយចំណុច B និង C ជាចំណុចនៅលើអ័ក្ស $x'x$ ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូប។ រកកូអរដោនេចំណុច D បើចតុកោណ $ABCD$ គឺជាការេ។



ចម្លើយ

បើកូអរដោនេចំណុច $A(a, a)$ នោះយើងបាន $B(a, 0)$, $C(2a, 0)$ និង $D(2a, a)$។

($BC = AB = a$ និង $OB = a$ យើងបាន $OC = OB + BC = a + a = 2a$)

ព្រោះថា $D(2a, a)$ នៅលើបន្ទាត់ $y = -2x + 10$ យើងបាន

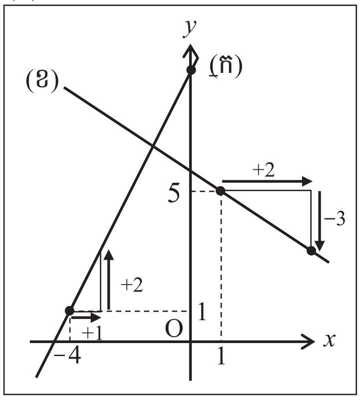
$a = -2 \times 2a + 10$ $\quad 5a = 10 \Rightarrow a = 2$

ដូចនេះកូអរដោនេចំណុច D គឺ $D(4, 2)$ ។

11th-14th Period

ចម្លើយលំហាត់

1. (ក)



(សមីការ (ក) $y = 2x + 9$ និង

(ខ) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{17}{3}$ ។

2. (ក) $\frac{4-1}{5-3} = \frac{3}{2}$ (ខ) $\frac{-6-0}{-3-3} = 1$

(គ) $\frac{-4-(-1)}{-4-(-2)} = \frac{3}{2}$ (ឃ) $\frac{-2-4}{4-1} = -2$

3. (ក) $y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$

(ខ) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ (គ) $y = 8x - 16$

(ឃ) $y = 5x + 17$ (ង) $y = -x + 1.5$

(ច) $y = -\frac{5}{6}x + 5$

4. បើយើងគិតថានៅឆ្នាំ 2000 ដោយ $x = 0$ នោះសមីការគឺ

$$y = -0.8x + 80$$

នៅឆ្នាំ 2008 ឬ $x = 8$ ។ តម្លៃនៃ y ចំពោះ $x = 8$ គឺ $y = -0.8 \times 8 + 80 = 73.6$

ចម្លើយ 73.6%

5. ឧបមាថានៅឆ្នាំ1992 និង 2007 គឺ $x = 0$ នឹង $x = 15$រៀងគ្នានោះសមីការនៃបន្ទាត់គឺ $y = -\frac{3}{2}x + 38$

លំហាត់

1. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមមួយចំណុចនិងមានមេគុណប្រាប់ទិស

ក. $a = 2$, $(-4\ ,\ 1)$ ខ. $a = -\frac{2}{3}$, $(1\ ,\ 5)$ ។

2. ចូររកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច

ក. $(3\ ,\ 1)$, $(5\ ,\ 4)$ ខ. $(3\ ,\ 0)$, $(-3\ ,\ -6)$

គ. $(-2\ ,\ -1)$, $(-4\ ,\ -4)$ ឃ. $(1\ ,\ 4)$, $(4\ ,\ -2)$ ។

3. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច

ក. $(-6\ ,\ 1)$, $(6\ ,\ -2)$ ខ. $(3\ ,\ -4)$, $(-9\ ,\ 2)$

គ. $(2\ ,\ 0)$, $(1\ ,\ -8)$ ឃ. $(-4.2\ ,\ -4)$, $(-2.2\ ,\ 6)$

ង. $(2.5\ ,\ -1)$, $(0.5\ ,\ 1)$ ច. $(0\ ;\ 5)$, $(3\ ,\ -2.5)$ ។

4. ការរីកចម្រើននៃផ្នែកឧស្សាហកម្មនិងសេវាកម្មនានាបានបណ្តាលឱ្យចំនួនកសិករថយចុះជាលំដាប់ទៅតាមអត្រា 0.8% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ បើកសិករមានចំនួន 80% នៅឆ្នាំ 2000 ចូររកសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងភាគរយនៃកសិករដែលបានថយចុះទៅតាមឆ្នាំ ។ ប្រើសមីការនេះដើម្បីប៉ាន់ស្មានរកចំនួនកសិករនៅឆ្នាំ 2008 ។

5. ការយល់ដឹងអំពីគ្រោះថ្នាក់នៃបារី បណ្តាលឱ្យចំនួនអ្នកជក់បានថយចុះចាប់ពីឆ្នាំ 1992 មក ។ បើអ្នកជក់មានចំនួន 38% នៅឆ្នាំ 1992 ហើយចំនួននេះបានថយចុះមកត្រឹម 15.5% នៅឆ្នាំ 2007 ។ ចូររកសមីការដែលទាក់ទងនឹងចំនួនអ្នកជក់និងចំនួនឆ្នាំ ។

6. សរសេរសមីការនិងសង់បន្ទាត់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិស m ហើយកាត់តាមចំណុច P រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងអ័ក្ស ។ អក្សx’x និង អក្សyy’

ក. $m = 1$, $P(0\ ,\ 2)$ ខ. $m = -1$, $P(1\ ,\ 0)$ គ. m

ឃ. $m = \frac{3}{5}$, $P(-1\ ,\ -4)$ ង. $m = 0$, $P(2\ ,\ 1)$ ច. $m = -\frac{3}{2}$, $P(0\ ,\ 3)$ ។

7. ក្នុងចំណោមបន្ទាត់បីខាងក្រោម តើមួយណាស្របគ្នា ?

ក. $2x + 3y = -11$ ខ. $4x + 8y - 1 = 0$ គ. $y = -\frac{2}{3}x + 1$ ។

118

6. (ក្រាបត្រូវបានលុបចោល)

(ក) $y = x + 2$ អ័ក្ស x $(-2, 0)$ អ័ក្ស y $(0, 2)$,

(ខ) $y = -x + 1$ អ័ក្ស x $(1, 0)$ អ័ក្ស y $(0, 1)$

(គ) $y = -2x + 5$ អ័ក្ស x $(\frac{5}{2}, 0)$ អ័ក្ស y $(0, 5)$

(ឃ) $y = \frac{3}{5}x - \frac{17}{5}$ អ័ក្ស x $(\frac{17}{3}, 0)$ អ័ក្ស y $(0, \frac{17}{5})$

(ង) $y = 1$ អ័ក្ស y $(0, 1)$, គ្មានចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស x

(ច) $y = -\frac{3}{2}x + 3$ អ័ក្ស x $(2, 0)$ អ័ក្ស y $(0, 3)$

7. មេគុណប្រាប់ទិសគឺ (ក) $-\frac{2}{3}$ (ខ) $-\frac{1}{2}$ (គ) $-\frac{2}{3}$ ។

ដូចនេះ បន្ទាត់ (ក) និង (គ) ស្របគ្នា។

8. ចូររកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់តាងសមីការខាងក្រោម រួចប្រាប់ថាតើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

ក. $y = x+4$, $x-y+5 = 0$ ខ. $y = 2x-3$, $x+2y+1 = 0$

គ. $3x-y+4 = 0$, $y-2 = 3(x+1)$ ឃ. $2y = 5x+6$, $5x+2y-1 = 0$ ។

9. តើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់កែងគ្នា ?

ក. $y = 3x+1$, $y = -\frac{1}{3}x$

ខ. $y = 2x+5$, $x-2y+6 = 0$

គ. $y = 5x-4$, $x+5y-1 = 0$ ។

10. ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលស្របនឹង

ក. $y = 3x-4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5 , 1)$

ខ. $3x-2y+5 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-2 , 4)$

គ. $2x+2y+9 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-\frac{5}{3} , 0\right)$

ឃ. $x-5y+6 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0 , 0)$ ។

11. ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់កែងនឹង

ក. $y = \frac{1}{2}x+4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5 , 0)$

ខ. $x-y+5 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0 , 0)$

គ. $8x+3y+1 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-1 , 4)$

ឃ. $y = -x+6$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-4 , -\frac{2}{3}\right)$ ។

12. ក. ចូរកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ d_1 កាត់តាមចំណុច $A(-3 , 5)$ ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -2 រួចសង់បន្ទាត់នេះ ។

ខ. គេមានសមីការបន្ទាត់ $d_2 : y = (m-1)x+2$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ d_2 ស្រប d_1 ។ តើមានតម្លៃ m ដែលឱ្យ d_2 កែងនឹង d_1 ឬទេ ? ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ត្រូវនឹងតម្លៃ m នីមួយៗ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងនោះ ។

គ. B ជាចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $(6 , 0)$ ។ ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាម A និង B រួចបញ្ជាក់ចំណុចជួបនឹងអ័ក្ស $y'y$ ។

119

ចម្លើយលំហាត់

8, មេគុណប្រាបទិស (ក) 1 និង 1

(ខ) 2 និង $-\frac{1}{2}$ (គ) 3 និង 3

(ឃ) $\frac{5}{2}$ និង $-\frac{5}{2}$

ចម្លើយៈ (ក) និង (គ)

9. ផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសគឺ

(ក) $3\times(-\frac{1}{3}) = -1$

(ខ) $2\times\frac{1}{2} = 1$

(គ) $5\times(-\frac{1}{5}) = -1$

ចម្លើយៈ (ក) និង (គ)

10. (ក) $y = 3x - 14$

(ខ) $y = \frac{3}{2}x + 7$ (គ) $y = -x - \frac{5}{3}$

(ឃ) $y = \frac{1}{5}x$

11. (ក) $y = -2x + 10$ (ខ) $y = -x$

(គ) $y = \frac{3}{8}x + \frac{35}{8}$ (ឃ) $y = x - \frac{10}{3}$

12. (ក្រាបត្រូវបានលុបចោល)

(ក) បន្ទាត់ d_1 មានមេគុណប្រាប់ទិស -2 ដូចនេះ សមីការកំណត់ដោយ $y = -2x + b$។ ដោយវាកាត់ចំណុច $A(-3, 5)$ យើងបាន $5 = -2\times(-3) + b$ ឬ $b = -1$។ ដូចនេះ សមីការនៃ d_1 គឺ $y = -2x - 1$។

(ខ) ពេល d_1 និង d_2 ស្របគ្នា នោះវាមានមេគុណប្រាប់ទិសដូចគ្នា។ យើងបាន $-2 = m - 1$ ឬ $m = -1$។ បើ d_1 និង d_2 កែងគ្នា នោះ $(m-1)\times(-2) = -1$ ឬ $m = \frac{3}{2}$

(គ) មេគុណប្រាប់ទិសកាត់តាម $A(-3, 5)$ និង $B(6, 0)$ គឺ $\frac{0-5}{6-(-3)} = -\frac{5}{9}$ ។ ដូចនេះ សមីការកំណត់ដោយ$y = -\frac{5}{9}x + b$។ ដោយវាកាត់ចំណុច $B(6, 0)$, យើងបាន $0 = -\frac{5}{9}\times 6 + b$ ឬ $b = \frac{10}{3}$ ។ ដូចនេះ សមីការគឺ$y = -\frac{5}{9}x + \frac{10}{3}$ ។ ចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងអ័ក្ស y គឺ $(0, \frac{10}{3})$ ។

ចម្លើយលំហាត់

13. (ក) បន្ទាត់ AB: $y = 2x + 6$,

បន្ទាត់ AC: $y = -x + 6$

(ខ) ន្ទាត់ D: $y = -\frac{1}{2}x + 3$

(គ) បន្ទាត់ D': $y = -x - 3$

14. (ក) បន្ទាត់ AB: $y = x - 4$

ចំណុចកណ្តាលនៃ AB គឺ $M(4, 0)$។

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការមេដ្យាទ័រនៃ AB។ នោះផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់ទាំងពីរស្មើនឹង -1។

ដូចនេះ $a\times 1 = -1$ នាំឱ្យ $a = -1$ ដោយ $y = -x + b$ កាត់ចំណុច M យើងបាន

$$0 = -4 + b \Rightarrow b = 4$$

ដូចនេះ $y = -x + 4$

(ខ) $AB^2 = (2-6)^2 + (-2-2)^2 = 32$

$BC^2 = (-2-2)^2 + [6-(-2)]^2 = 80$

$CA^2 = [6-(-2)]^2 + (2-6)^2 = 80$

ដូចនេះ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាតដែល $AC = BC$។

(គ) បន្ទាត់ C_2: $y = x + 8$

(ឃ) ជំនួសកូអរដោនេចំណុច $M(-5, 3)$ ក្នុងសមីការC_2 នាំឱ្យ $3 = -5 + 8$ ពិត។

ដូចនេះ ចំណុច M នៅលើបន្ទាត់ C_2។

15. (ក) AB: $y = 0$,

BC: $y = -3x + 18$, CA: $y = x + 6$

(ខ) រកសមីការមេដ្យាទ័រនៃBC តាងសមីការបន្ទាត់នេះដោយ $y = ax + b$ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC។នោះយើងបាន $M = \left(\frac{9}{2}, \frac{9}{2}\right)$ ហើយបន្ទាត់នេះកែងនឹង BC នោះយើងបាន $-3\times a = -1$

$a = \frac{1}{3}$ នោះ$y = \frac{1}{3}x + b$

ជំនួស M ក្នុងសមីការយើងបាន $b = 3$

ដូចនេះសមីការគឺ $y = \frac{1}{3}x + 3$

ស្រាយដូចគ្នាដែរចំពោះ

សមីការមេដ្យាទ័រនៃAB:$x = 0$

សមីការមេដ្យាទ័រនៃAC: $y = -x + 3$

13. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យបីចំណុច $A(0, 6)$, $B(-3, 0)$ និង $C(6, 0)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ AB និង AC ។

ខ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ D កាត់តាមចំណុច C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ AB ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ D' កាត់តាមចំណុច B ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ AC ។

14. ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ រកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(6, 2)$ និង $B(2, -2)$ ។ ចូររកសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ $|AB|$ ។

ខ. គេឱ្យចំណុច $C(-2, 6)$ ។ ចូរបង្ហាញថា CAB ជាត្រីកោណសមបាត ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ C_2 កាត់តាម C ហើយស្របនឹង AB ។

ឃ. ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ C_2 កាត់តាម $M(-5, 3)$ ។

15. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យចំណុច $A(-6, 0)$, $B(6, 0)$ និង $C(3, 9)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

ខ. ចូរសរសេរសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

មិនច្បាស់៖មេដ្យាទ័រនៃជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC

16. បើចំណុច $(a, 6)$ និង $(2, a)$ ឋិតនៅលើបន្ទាត់ $4x + 2y = b$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b រួចសង់បន្ទាត់នោះ ។

17. តាមការអង្កេតរោងចក្រនានាលើសកលលោកដែលប្រើថាមពលពីប្រេងបានថយចុះពីមួយឆ្នាំទៅមួយឆ្នាំ ។ នៅឆ្នាំ 1973 រោងចក្រដែលប្រើថាមពលពីប្រេងមានតែ 47% ហើយនៅឆ្នាំ 1990 ចំនួននេះបានថយមកត្រឹម 38% ។ ចូរកំណត់សមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងការប្រើថាមពលពីប្រេងទៅតាមឆ្នាំ x ។ គេកំណត់យក $x = 0$ ត្រូវនឹងឆ្នាំ 1970 ។

16. ចំណុច $(a, 6)$ និង $(2, a)$ នៅលើបន្ទាត់ $4x + 2y = b$ យើងបាន នាំឱ្យ $4a + 2\times 6 = b$ និង $4\times 2 + 2a = b$

$4a - b = -12$ និង $2a - b = -8$

$a = -2$ និង $b = 4$

ដូចនេះសមីការនៃបន្ទាត់គឺ $4x + 2y = 4$

17. នៅពេលដែលយើងចាត់ទុកកាលពីឆ្នាំ 1970 ដោយ $x = 0$ ហើយឆ្នាំ 1973 និង 1990 ដោយ $x = 3$ និង $x = 20$ រៀងគ្នា។ ដូចនេះ យើងត្រូវរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច $(3, 47)$ និង $(20, 38)$។

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការនៃបន្ទាត់ដែលត្រូវរក

នោះមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់គឺ $\frac{38-47}{20-3} = -\frac{9}{17}$

ដូចនេះ សមីការនេះគឺ $y = -\frac{9}{17}x + b$ ។ ដោយវាកាត់ចំណុច $(3, 47)$ យើងបាន

$$47 = -\frac{9}{17}\times 3 + b \Rightarrow b = 48\frac{10}{17} \text{ នាំឱ្យ } y = -\frac{9}{17}x + 48\frac{10}{17}$$

ចម្លើយ $y = -\frac{9}{17}x + 48\frac{10}{17}$

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

ការណែនាំស្ដីពីការរំលឹកនៃសមាមាត្រដោយផ្ទាល់ $y = ax$ និងក្រាបរបស់វា

មុនពេលរៀនក្រាបនៃ $y = ax + b$ គ្រូបង្រៀនគួរតែរំលឹកសមីការនៃសមាមាត្រដោយផ្ទាល់ $y = ax$ និងក្រាបរបស់វា។ ប្រធានបទនេះត្រូវបានដោះស្រាយបានយ៉ាងងាយនៅថ្នាក់ទី ៨ តែសិស្សទំនងជាមិនចងចាំលក្ខណៈនៃ $y = ax$ នោះទេ។ សិស្សអាចនឹងបរាជ័យក្នុងការយល់ដឹងអំពីខ្លឹមសារនៅក្នុងថ្នាក់ទី ៩ បើពួកគេមិនមានការយល់ដឹងពីសមាមាត្រដោយផ្ទាល់។

[ឧទាហរណ៍]

សូមពិចារណាសមាមាត្រដោយផ្ទាល់ $y = x$ និង $y = 3x$ ។

1) ឱ្យសិស្សបំពេញតារាងរបស់សមីការដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្ដាំនេះ។

$y = x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2) ជួយសម្រួលដល់ការពិភាក្សារបស់សិស្សអំពី៖

(i) តើតម្លៃ y ក្នុងតារាងផ្លាស់ប្ដូរដូចម្ដេច ពេលដែលតម្លៃនៃ x កើនឡើង?

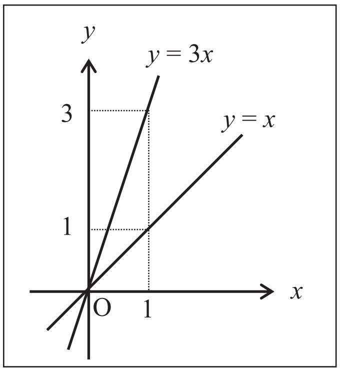
(ii) តើសមាមាត្រនៅក្នុងតារាងនីមួយៗស្មើនឹងប៉ុន្មាន? តើជាចំនួនថេរ ឬអថេរ?

$y = 3x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

3) ដោយផ្អែកលើតារាងខាងលើឱ្យសិស្សសង់ក្រាបរបស់សមីការទាំងនេះនៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ តែមួយ។ សូមណែនាំឱ្យពួកគេដឹងថា៖

- ដើម្បីសង់ក្រាបនៃបន្ទាត់មួយគេត្រូវការតែពីរចំណុចប៉ុណ្ណោះ។
- ក្រាបទាំងពីរនេះកាត់គល់ $(0, 0)$។



4) ប្រាប់សិស្សឱ្យប្រៀបធៀបក្រាបទាំងពីរនេះដោយផ្ដោតលើមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ ហើយតម្លៃនេះជាចំនួនថេរ (a =1 និង a =3) ។ សួរពី "ភាពខុសគ្នារវាងបន្ទាត់ទាំងពីរនៅពេលដែល a =1 និង a =3"

5) បន្ថែមសមីការបន្ទាត់ $y = \frac{1}{2}x$ មួយទៀត ហើយអនុវត្តដំណើរការដូចខាងលើ (1) ទៅ (3)។ បន្ទាប់មកប្រៀបធៀបក្រាបវា និងក្រាបពីរខាងលើ ដើម្បីឱ្យយល់ពីទំនាក់ទំនងរវាងមេគុណប្រាប់ទិសនៃក្រាប និងតម្លៃថេរ។

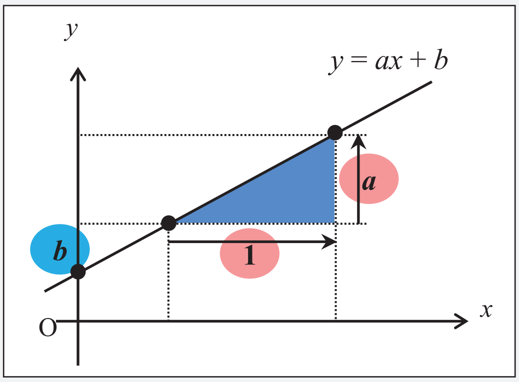
ចំណុចសំខាន់ៗក្នុងការបង្រៀនមេរៀននេះ

បញ្ហាដ៏សំខាន់បំផុតនៅក្នុងការណែនាំនៃមេរៀននេះគឺដើម្បីឱ្យសិស្សយល់ពីសមីការ $y = ax + b$ មានន័យដូចម្តេច?។ គ្រូបង្រៀនគួរតែពន្យល់ពីតារាងខាងក្រោមម្តងហើយម្តងទៀតនៅក្នុងដំណាក់កាលដំបូងដើម្បីឱ្យសិស្សអាចទាញទំនាក់ទំនងរវាងកន្សោម $y = ax + b$ និងក្រាបរបស់វា។ ចំណាំថាការពន្យល់ដោយប្រើរូបនេះជាញឹកញាប់អាចជួយសិស្សឱ្យយល់ពីខ្លឹមសារនេះ។

$$y = \underline{ax} + \underline{b}$$

ចំនួនថេរ a គឺជាជម្រាលនៃបន្ទាត់មួយ។ ការកើនឡើងតម្លៃ y នៅពេលដែល តម្លៃនៃ x កើនឡើងតាម (1)។

ចំនួនថេរ b គឺជាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស yý នឹងបន្ទាត់មួយ។ b ជាអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់និងអ័ក្ស y′y។



[សម្គាល់]
ឱ្យសិស្សចងចាំថាការកើនឡើងតាម –1មានន័យថាវាចុះតាម1˝ ។

បញ្ហាសំខាន់ផងដែរនោះគឺថាគ្រូតែងតែប្រើកន្សោមនេះក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងការសង់ក្រាប។ ជាឧទាហរណ៍ប្រសិនបើសមីការមួយត្រូវបានផ្តល់ឱ្យក្នុងទម្រង់ $ax + by + c = 0$។ គ្រូអាចជួយសិស្សឱ្យពួកគេអាចដឹងពីរូបរាងរបស់ក្រាបនេះបានយ៉ាងងាយស្រួលដោយធ្វើការផ្លាស់ប្តូរវាទៅក្នុងទម្រង់ “$y =$ ” នោះគឺ $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

លើសពីនេះទៅទៀតការប្រើទម្រង់នេះអាចជួយសិស្សក្នុងការរកសមីការបន្ទាត់មួយ។
[ករណី 1] ចំណុចពីរត្រូវបានផ្តល់ឱ្យ។

តាងសមីការបន្ទាត់ដោយ $y = ax + b$។ ជាដំបូងត្រូវរកមេគុណប្រាប់ទិស a ដោយ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ បន្ទាប់មកប្រើចំណុចដើម្បីរក b។

ឧទាហរណ៍ រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច A(3, 4) និង B (6, –2) ។

[ដំណោះស្រាយ]

ចូរតាងសមីការនៃបន្ទាត់ដោយ $y = ax + b$។ មេគុណប្រាប់ទិសគឺ $\frac{-2-4}{6-3} = -2$ ។ ដូចនេះសមីការគឺ $y = -2x + b$។

បន្ទាត់នេះកាត់ចំណុច A(3, 4) នាំឱ្យ $4 = -2 \times 3 + b$ នាំឱ្យ $b = 10$។

ដូចនេះ សមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y = -2x + 10$ ។

[ករណី 2] មេគុណប្រាប់ទិស និងចំណុចមួយត្រូវបានផ្ដល់ឱ្យ

តាងសមីការនៃបន្ទាត់ដោយ $y = ax + b$។ ជំនួស a ដោយមេគុណប្រាប់ទិសដែលឱ្យបន្ទាប់មកប្រើចំណុចដើម្បីរក b។

ឧទាហរណ៍ រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច A(–1, 2) និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 3។

[ដំណោះស្រាយ]

តាងសមីការនៃបន្ទាត់ដោយ $y = ax + b$។ ដោយមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 3 យើងបាន

$y = 3x + b$។ បន្ទាត់នេះកាត់ចំណុច A(–1, 2) នាំឱ្យ $2 = 3 \times (-1) + b$។

ដូចនេះ $b = 5$។

ដូចនេះសមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y = 3x + 5$។

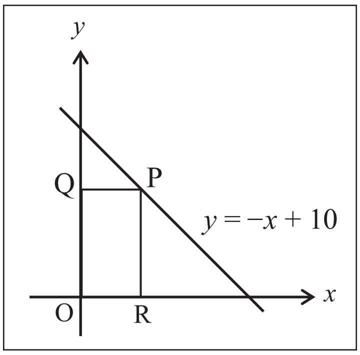
ចំណេះដឹងបន្ថែមនិងលំហាត់ ការអនុវត្តក្រាបនៃបន្ទាត់

វាមានភាពខុសគ្នានៃបញ្ហាដែលទាក់ទងទៅនឹងក្រាបនៃបន្ទាត់។

[ការអនុវត្តក្នុងធរណីមាត្រ]

សំណួរ 1

តាមរូបចំណុច $P(a, b)$ នៅលើបន្ទាត់ $y = -x + 10$ និងចតុកោណ $PQOR$ គឺជាចតុកោណកែង។ បង្ហាញថាបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង $PQOR$ គឺស្មើនឹង 20 ជានិច្ច



[ដំណោះស្រាយ]

អរដោនេចំណុច P គឺ $y = -a + 10$។ នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុច P គឺ $(a, 10 - a)$

នោះ

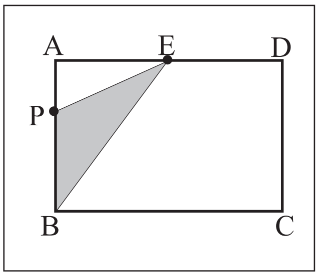
$PQ = OR = a$ និង $PR = QO = 10 - a$

ដូចនេះបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង PQOR គឺ

$PQ + OR + PR + OR = a + a + (10 - a) + (10 - a) = 20$

ដូចនេះបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង $PQOR$ គឺស្មើនឹង 20 ជានិច្ច ។

សំណួរ 2



នៅក្នុងរូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ ABCD គឺចតុកោណកែងមួយដែលមាន AB = 4cm និង AD = 6cm។ ចំណុច E គឺជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD និង ចំណុច P រត់នៅលើបរិវេណពីកំពូល A ទៅ C ដោយឆ្លងកាត់ B ដោយល្បឿន 1cm ក្នុងមួយវិនាទី(1cm/s)។ តាង y (cm^2) ជាផ្ទៃនៃត្រីកោណ EPB មួយនៅ x វិនាទី។ ឧទាហរណ៍ថានៅពេលដែល $x = 0$ ចំណុច P នៅលើកំពូលA។ ពេលដែល P នៅលើកំពូល B នោះ $y = 0$ (cm^2) ។

(1) រកតម្លៃនៃ y នៅពេលដែល $x = 2$

(2) សង់ក្រាបដែលបង្ហាញពីទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ពេល $0 \le x \le 10$

(3) តើនៅវិនាទីទីប៉ុន្មានដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ EPB អតិបរមា?

[ដំណោះស្រាយ]

ប្រវែងនៃ AE គឺស្មើនឹង 3 cm ព្រោះថា E គឺជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD

(1) ពេល $x = 2$ នោះចំណុច P រត់បាន 2 cm ពីកំពូល A។ នាំឱ្យ PB = 4 – 2 = 2 cm។ ផ្ទៃក្រឡានៃ EPB គឺ

$y = \frac{1}{2} \times PB \times AE = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ cm^2

(2) ពេល $x = 0$ នោះចំណុច P នៅលើកំពូល A។

នាំឱ្យ $y = \frac{1}{2} \times AB \times AE = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ cm^2

ពេលដែលតម្លៃ x កើនពី 0 ទៅ 4 នោះចំណុច P រត់ពីកំពូលA ទៅ B។

ពេល $x = 4$ នោះ $y = \frac{1}{2} \times PB \times AE = \frac{1}{2} \times 0 \times 3 = 0$ cm^2

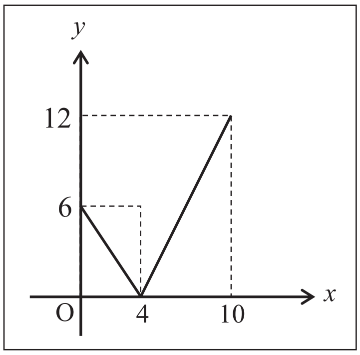
ពេលតម្លៃ x កើនពី 4 ទៅ10 នោះចំណុច P រត់ពីកំពូល B ទៅ C

ពេល $x = 10$ នោះចំណុច P នៅលើកំពូល C

ហើយ y នឹងទៅជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ EBC។

ដូចនេះ $y = \frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ cm^2

ដែលមានក្រាបដូចបានបង្ហាញខាងលើ



(3) ពីក្រាបខាងលើផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ EPB អតិបរមានៅពេលដែល $x = 10$វិនាទី។

[សម្គាល់] សំណួរជាច្រើនទៀតដែលអាចបង្កើតចេញពីបញ្ហាខាងលើនេះ ជាឧទាហរណ៍

សំណួរ តើរយៈពេលប៉ុន្មានវិនាទីទើបផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ EPB ស្មើនឹង 5 cm^2?

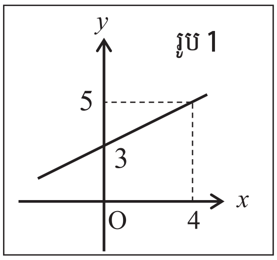
(ចម្លើយ៖ 0.5 វិនាទី និង 6.5 វិនាទី)

*បើ P រត់ច្រើនពីកំពូល C ទៅ D នោះបញ្ហាកាន់លំបាកស្មុគស្មាញ។ ចូរសិក្សាដោយខ្លួនអ្នកអំពីករណីនេះ និងសង់ក្រាបចំពោះ $10 \le x \le 14$ ។

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់សមីការបន្ទាត់ (1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

ក្នុងសមីការខាងក្រោមតើសមីការណាមួយជាសមីការបន្ទាត់ដែលបានបង្ហាញក្នុងរូប(1)? (10 ពិន្ទុ)



(a) $y = 2x + 3$ (b) $y = \frac{1}{2}x + 5$

(c) $y = \frac{1}{2}x + 3$ (d) $y = -4x + 3$

2. ក្នុងសមីការខាងក្រោមរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចពីរ A(2, 4) និង B(–1, –5)

(10 ពិន្ទុ)

(a) $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ (b) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$ (c) $y = -3x + 8$ (d) $y = 3x - 2$

3. ក្នុងសមីការខាងក្រោមរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច Q(4, -3)ហើយកែងនឹងបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច R(0, 5) និងS(–5, 0) ។ (10 ពិន្ទុ)

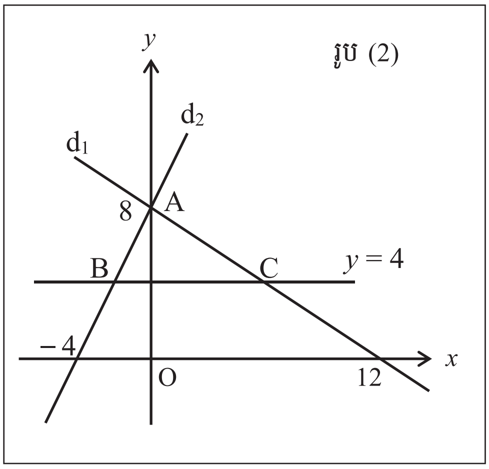
(a) $y = -x - 1$ (b) $y = x + 7$ (c) $y = -x + 5$ (d) $y = x - 5$

4. (a) រកសមីការបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច P(3, –3) ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y = 2x + 1$។

(b) សង់ក្រាបបន្ទាត់ d ដោយប្រើសមីការដែលរកឃើញ។

(10 ពិន្ទុ)

5. ចូរមើលក្រាប d_1, d_2 និង $y = 4$ ក្នុងរូប (2) រួចឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖

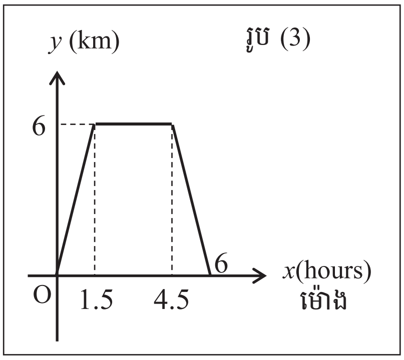


(1) រកសមីការបន្ទាត់ d_1 និង d_2។

(10 ពិន្ទុ)

(2) រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ដែលបង្កើតឡើងដោយ បន្ទាត់ទាំង 3 នេះ។ (20 ពិន្ទុ)

6. ថ្ងៃមួយវាសនាបានចាកចេញពីផ្ទះរបស់គាត់នៅម៉ោង 12 យប់ដើម្បីទៅកាន់ផ្ទះរបស់សាច់ញាតិមួយ ។ គាត់បានស្នាក់នៅទីនោះរយៈពេលជាច្រើនម៉ោង រួចហើយបានត្រឡប់មកផ្ទះវិញដោយថ្មើរជើងដែរ។ នៅក្នុងរូបភាពទី 3, អ័ក្ស $x'x$ បង្ហាញពេលវេលា (ម៉ោង) និងអ័ក្ស $y'y$ បង្ហាញពីចម្ងាយ (គីឡូម៉ែត្រ) ពីផ្ទះ។ ឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោម៖



(1) តើគាត់ស្នាក់នៅផ្ទះរបស់សាច់ញាតិគាត់ចំនួនប៉ុន្មានម៉ោង?

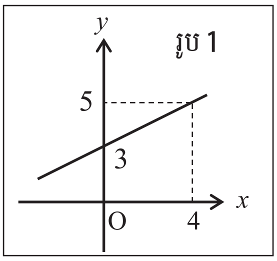
(5 ពិន្ទុ)

(2) តើគាត់ដើរបានប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រក្នុងមួយម៉ោង? (5 ពិន្ទុ)

(3) តើគាត់នៅកន្លែងណានៅម៉ោង 5 pm? (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយការដាក់ពិន្ទុនិងការវិនិច្ឆ័យ

1. ក្នុងសមីការខាងក្រោមតើសមីការណាមួយជាសមីការបន្ទាត់ដែលបានបង្ហាញក្នុងរូប(1)? (10 ពិន្ទុ)



(a) $y = 2x + 3$ (b) $y = \frac{1}{2}x + 5$

(c) $y = \frac{1}{2}x + 3$ (d) $y = -4x + 3$

ចម្លើយ

ពេលដែលតម្លៃ x កើនពី 0 ទៅ 4 នោះតម្លៃនៃ y កើនពី 3 ទៅ 5 ។ ដូចនេះ មេគុណប្រាប់ទិសគឺ $\frac{5-3}{4-0} = \frac{1}{2}$។ អរដោនេចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស y ស្មើនឹង 3។ ដូចនេះ សមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y = \frac{1}{2}x + 3$។ ចម្លើយ៖ (c)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

2. ក្នុងសមីការខាងក្រោមរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីចំណុច A(2, 4) និង B(–1, –5) (10 ពិន្ទុ)

(a) $y = \frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ (b) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$ (c) $y = -3x + 8$ (d) $y = 3x - 2$

ចម្លើយ

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក។ ដោយបន្ទាត់នេះកាត់ចំណុច A និង B មេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាគឺ $a = \frac{-5-4}{-1-2} = 3$។ ដូចនេះសមីការគឺ $y = 3x + b$។ ដោយជំនួសកូអរដោនេចំណុច A ក្នុងសមីការ យើងបាន $4 = 3 \times 2 + b$ ឬ $b = -2$។ ដូចនេះ សមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y = 3x - 2$។ ចម្លើយ៖ (d)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

3. ក្នុងសមីការខាងក្រោមរកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច Q $(-4, 3)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច R$(0, 5)$ និងS$(-5, 0)$ ។ (10 ពិន្ទុ)

(a) $y = -x - 1$ (b) $y = x + 7$ (c) $y = -x + 5$ (d) $y = x - 5$

ចម្លើយ

បន្ទាត់ RS មេគុណប្រាប់ទិស $\frac{0-5}{-5-0} = 1$ និងអរដោនេចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស yy' ស្មើនឹង 5។ ដូចនេះសមីការគឺ (RS): $y = x + 5$ តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក។ ដោយបន្ទាត់នេះកែងនឹង $y = x + 5$, យើងបាន $a\times(1) = 1$ ឬ $a = 1$។ ដូចនេះ សមីការគឺ $y = -x + b$។ ដោយជំនួសកូអរដោនេចំណុច Q ក្នុងសមីការ យើងបាន $3=(-1)(-4)+b$ ឬ $b = -1$ ។ ដូចនេះ សមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y=-x-1$ **ចម្លើយ៖** (a)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

4. (1) រកសមីការបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច P$(3, -3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y = 2x + 1$។

(2) សង់ក្រាបបន្ទាត់ d ដោយប្រើសមីការដែលរកឃើញ។ (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

(1) រកសមីការបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច P$(3, -3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y = 2x + 1$។

តាង d: $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក។ ដោយបន្ទាត់នេះស្របនឹង $y = 2x + 1$យើងបាន $a = 2$។

ដូចនេះសមីការគឺ $y = 2x + b$ ។ ដោយជំនួសកូអរដោនេចំណុច P ក្នុងសមីការ យើងបាន $-3 = 2\times 3 + b$ ឬ $b = -9$។ ដូចនេះសមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y = 2x-9$ ។

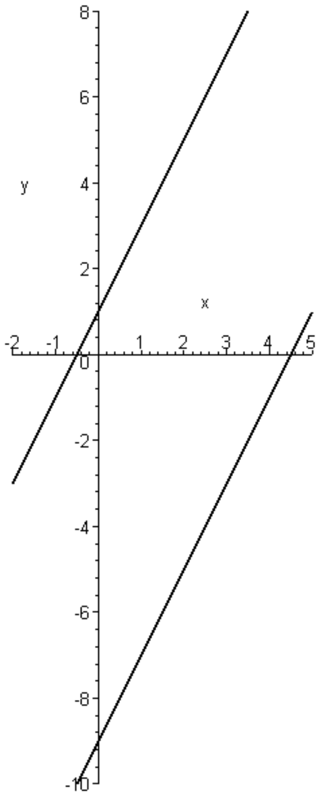
(2) សង់ក្រាបបន្ទាត់ទាំងពីរដោយប្រើសមីការ។

$y = 2x + 1$

x	0	$-\frac{1}{2}$
y	1	0

$y = 2x - 9$

x	0	$\frac{9}{2}$
y	-9	0



ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយមិនត្រឹមត្រូវ

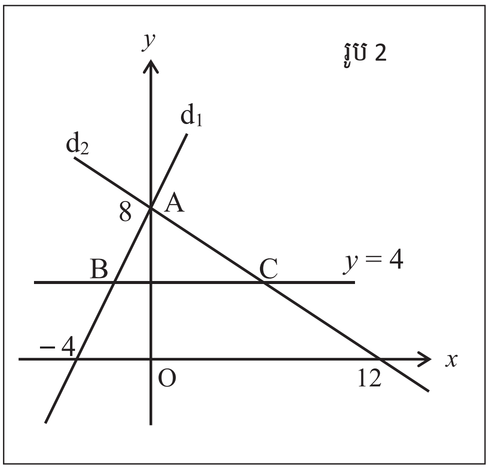
(2) 5 ពិន្ទុ = សរសេរតារាងតម្លៃលេខត្រឹមត្រូវ និងសង់ក្រាបត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរតារាងតម្លៃលេខមិនត្រឹមត្រូវ ឬសង់ក្រាបមិនត្រឹមត្រូវ

5. ចូរមើលក្រាប d_1, d_2 និង $y = 4$ ក្នុងរូប 2 រួចឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖

(1) រកសមីការបន្ទាត់ d_1 និង d_2។ (10 ពិន្ទុ)

(2) រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ដែលបង្កើតឡើងដោយបន្ទាត់ទាំង3នោះ។ (20 ពិន្ទុ)



ចម្លើយ

(1) តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ d_1 និង $y = px + q$ ជាសមីការបន្ទាត់ d_2។

ដោយបន្ទាត់d_1 កាត់ចំណុច $(-4, 0)$និង $(0, 8)$នោះមេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាគឺ $a = \frac{8-0}{0-(-4)} = 2$ និងអរដោនេ

ចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស y ស្មើនឹង 8 នោះសមីការគឺ$y = 2x + 8$ ។

ដោយបន្ទាត់ d_2កាត់ចំណុច $(12, 0)$ និង $(0, 8)$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាគឺ $p = \frac{8-0}{0-12} = -\frac{2}{3}$ និងអរដោនេ

ចំណុចប្រសព្វអ័ក្ស y ស្មើនឹង 8 នោះសមីការគឺ $y = -\frac{2}{3}x + 8$។

ចម្លើយ៖ d_1: $y = 2x + 8$, d_2: $y = -\frac{2}{3}x + 8$

(2) ចំណុច B គឺជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ d_1 និងបន្ទាត់ $y = 4$

នោះយើងបាន $4 = 2x + 8$ ឬ $x = -2$។ ដូចនេះ $B(-2, 4)$។

ចំណុច C គឺជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ d_2 និងបន្ទាត់ $y = 4$ នោះយើងបាន

$4 = -\frac{2}{3}x + 8$, $x = 6$ ដូចនេះ $C(6, 4)$។

ក្នុងត្រីកោណ ABC យើងមានបាត $BC = 6 - (-2) = 8$ និង កម្ពស់ស្មើនឹង $8 - 4 = 4$។ ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃ

ត្រីកោណ ABC គឺ $\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$។ **ចម្លើយ៖ 16**

[ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀតសម្រាប់ (2)]

តាងចំណុច P និង Q ដោយ $P(-,0)$ និង $Q(12,0)$។ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC គឺ

$\frac{1}{4} \times \Delta APQ = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times (12 - (-4)) \times 8 = 16$ ។ **ចម្លើយ៖ 16**

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយ d_1 ឬ d_2 ត្រឹមត្រូវ។

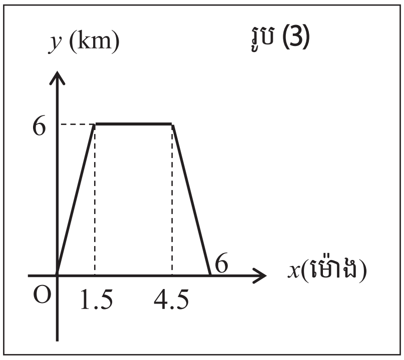
0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយមិនត្រឹមត្រូវ។

(2) 10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយមិនត្រឹមត្រូវផ្នែកខ្លះ។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើការនៃដំណោះស្រាយមិនត្រឹមត្រូវ។

6. ថ្ងៃមួយវាសនាបានចាកចេញពីផ្ទះរបស់គាត់នៅម៉ោង 12 យប់ដើម្បីទៅកាន់ផ្ទះរបស់សាច់ញាតិមួយ។ គាត់បានស្នាក់នៅទីនោះរយៈពេលជាច្រើនម៉ោង រួចហើយបានត្រឡប់មកផ្ទះវិញដោយថ្មើរជើងដែរ។ នៅក្នុងរូបភាពទី(3), អ័ក្ស $x'x$ បង្ហាញពេលវេលា (ម៉ោង) និងអ័ក្ស yy' បង្ហាញពីចម្ងាយ (គីឡូម៉ែត្រ) ពីផ្ទះ។ ឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោម៖



(1) តើគាត់ស្នាក់នៅផ្ទះរបស់សាច់ញាតិគាត់ចំនួនប៉ុន្មានម៉ោង? (5 ពិន្ទុ)

(2) គាត់ដើរបានប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រក្នុងមួយម៉ោង? (5 ពិន្ទុ)

(3) តើគាត់នៅកន្លែងណានៅម៉ោង 5 pm? (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

(1) គាត់ស្នាក់នៅផ្ទះរបស់សាច់ញាតិគាត់ពី $x = 1.5$ ទៅ 4.5 ដូចនេះគាត់ស្នាក់នៅរយៈពេល 3 ម៉ោង។

ចម្លើយ៖ 3 ម៉ោង

(2) តាមក្រាប គាត់ដើរបាន 6 km ក្នុងរយៈពេល 1.5 ម៉ោង។ ដូចនេះ គាត់ដើរបាន 4 km ក្នុងមួយ ម៉ោង

ចម្លើយ៖ 4 km/h

(3) ដោយគាត់ចាកចេញពីផ្ទះនៅម៉ោង 12 យប់ នោះ 5 pm មានន័យថា $x = 5$។ ពេល $x = 5$ គាត់ត្រឡប់មកផ្ទះ៖

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ចាប់ពី $x = 4.5$ ទៅ 6។ ដោយបន្ទាត់នេះកាត់ចំណុច (4.5, 6) និង (6, 0)

នោះមេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាគឺ $a = \frac{0-6}{6-4.5} = -4$ ដូចនេះសមីការគឺ $y = -4x + b$ ដោយជំនួសកូអរដោនេចំណុច (6, 0) ក្នុងសមីការ យើងបាន $0 = -4\times 6 + b$ ឬ $b = 24$។ ដូចនេះសមីការនៃបន្ទាត់នេះគឺ $y = -4x + 24$ ពេល $x = 5$ យើងបាន $y = 4$។

ចម្លើយ៖ 4 km ពីផ្ទះ

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ

(3) 20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការនៃដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ

10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការនៃដំណោះស្រាយមិនត្រឹមត្រូវផ្នែកខ្លះ

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែមិនមានពណ៌នាដំណើរការនៃដំណោះស្រាយ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ មិនមានពណ៌នាដំណើរការនៃដំណោះស្រាយ

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះត្រូវតែពិនិត្យឡើងវិញនូវមេរៀននៃថ្នាក់មុន និងត្រូវការអនុវត្តបន្ថែមទៀតលើការសង់ក្រាបព្រមទាំងរបៀបរកសមីការបន្ទាត់ផងដែរ។
30 – 50	សិស្សទាំងនេះបានយល់ពីមូលដ្ឋានគ្រឹះ និងមានជំនាញមូលដ្ឋានស្តីពីសមីការនៃបន្ទាត់។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ពួកគេទំនងជាធ្វើឱ្យមានកំហុសក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់មូលដ្ឋាន។ ពួកគេត្រូវធ្វើការអនុវត្តម្តងហើយម្តងទៀតនូវនៅក្នុងលំហាត់មូលដ្ឋានសៀវភៅនេះ។
50– 80	សិស្សទាំងនេះអាចមានកម្រិតស្តង់ដារនៃចំនេះដឹងនិងជំនាញនៅកម្រិតថ្នាក់ទី ៦ ហើយប៉ុន្តែប្រហែលជាពួកគេមានការលំបាកក្នុងការអនុវត្តសមីការ និងក្រាបនៃបន្ទាត់ក្នុងធរណីមាត្រ និងការអនុវត្តដែលទាក់ទងទៅនឹងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ។ ពួកគេត្រូវការធ្វើលំហាត់ជាច្រើន និងយកចិត្តទុកដាក់គ្រប់គ្រាន់ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ដើម្បីជៀសវាងកំហុស។
80–100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិតចំណេះដឹង ជំនាញគ្រប់គ្រាន់ និងដោះស្រាយលំហាត់។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំផ្តល់លំហាត់ដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាងនេះបន្ថែមទៀតដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់ពួកគេកាន់តែស៊ីជម្រៅថែមទៀត។

មេរៀនទី 13 រង្វង់ និងបន្ទាត់

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 13 "រង្វង់ និងបន្ទាត់" ត្រូវបានបង្ហាញដូចខាងក្រោមៈ

- បង្ហាញពីលក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូបានត្រឹមត្រូវ
- បង្ហាញពីលក្ខណៈនៃបន្ទាត់រង្វង់បានត្រឹមត្រូវ
- អនុវត្តលក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ និងជ្រុងឈមចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ
- រកអង្កត់ផ្ចិត និងជាកាំរង្វង់ដោយប្រើប្រាស់លក្ខណៈទីតាំងនៃរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ។

រង្វង់គឺជាលើកដំបូង និងជាខ្សែកោងដឺក្រេទី2សាមញ្ញបំផុតក្នុងប្រវត្តិសាស្ត្រដែលមនុស្សជាតិបានជួបប្រទះនៅក្នុងជីវភាពរស់នៅជាក់ស្តែង។ វាគឺជារូបភាពពេញនិយមយ៉ាងខ្លាំងមួយដែលយើងអាចរកឃើញនៅគ្រប់ទីកន្លែងហើយយើងបានប្រើប្រាស់រង្វង់នៅក្នុងវិធីផ្សេងគ្នានៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។ នៅពេលដូចគ្នានេះដែរ រង្វង់គឺជាវត្ថុដែលគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍ខ្លាំងណាស់ពីទស្សនៈរបស់គណិតវិទូ។ វាបានទាក់ទាញការចាប់អារម្មណ៍របស់គណិតវិទូជាច្រើនហើយយើងមានច្រើន អំពីចំ ណេះលើរង្វង់ក្នុងប្រវត្តិគណិតវិទ្យារយៈពេលយ៉ាងវែង។ **ឧទាហរណ៍**: ធរណីមាត្រអឺគ្លីដត្រូវបានសាងសង់ដោយប្រើតែបន្ទាត់ និងរង្វ ង់។ ដូចនេះវាសំខាន់ណាស់សម្រាប់សិស្សក្នុងការយល់ដឹងពីលក្ខណៈនៃរង្វង់ក្នុងគោលបំណងដើម្បីឱ្យយល់ពីរូបធរណី មាត្រ។ លក្ខណៈជាច្រើនអំពីទំនាក់ទំនងរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់ត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងមេរៀននេះ។ ពួកគេអាចត្រូវបានយល់យ៉ាងងាយស្រួលដោយការសង់រូប ខណៈពេលដែលការបង្ហាញពីលក្ខណៈ និងអ្វីដែលសិស្សគួរតែអាចបកស្រាយបាន។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ មេរៀនទី13 "រង្វង់ និងបន្ទាត់" នេះប្រើរយៈពេលបង្រៀនចំនួន 14 ម៉ោង ដែលក្នុងនោះ 3 ម៉ោងសម្រាប់លំហាត់ដូចមានក្នុងតារាងទី 1 ខាងក្រោម។ ទោះយ៉ាងណាគ្រូអាចបត់បែន ផ្លាស់ប្តូរចំនួនម៉ោងក្នុងការបង្រៀនតាមកម្រិតនៃការយល់ដឹងរបស់សិស្ស និងផែនការបង្រៀនប្រចាំឆ្នាំរបស់សាលា។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀនមេរៀនរង្វង់ និងបន្ទាត់

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀន	ទំព័រ
3	1. លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ	143-147
(2)	1.1. បន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ	143-145
(1)	1.2. អង្កត់ធ្នូស្មើគ្នា	145-147
1	2. បន្ទាត់ប៉ះ	147-148
2	3. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ	148-150
1	4. អនុវត្តលក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ និងជ្រុងឈមចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់	151-152
2	5. ទីតាំងនៃរង្វង់	152-153
2	6. បន្ទាត់ប៉ះរួម	154-155
3	លំហាត់	156-158

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

តារាងទី 2 ខាងក្រោមនឹងបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូត្រូវបង្រៀននិងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាង។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1-2	កំណត់លក្ខណៈបន្ទាត់កែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ	● សង់អង្កត់ធ្នូ និងបន្ទាត់កែងគូសចេញពីផ្ចិតទៅអង្កត់ធ្នូ ● សម្រាយបញ្ជាក់លក្ខណៈបន្ទាត់កែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ។	សិស្សអាចពន្យល់ និងសម្រាយបញ្ជាក់លក្ខណៈបន្ទាត់កែងដែលគូសចេញពីផ្ចិតទៅនឹងអង្កត់ធ្នូបានត្រឹមត្រូវ។
3	កំណត់លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូដែលមានប្រវែងស្មើគ្នា	សម្រាយបញ្ជាក់ថាអង្កត់ធ្នូពីរដែលមានប្រវែងស្មើនោះមានចម្ងាយស្មើពីផ្ចិត	សិស្សអាចពន្យល់ពីលក្ខណៈអង្កត់ធ្នូពីរដែលមានប្រវែងស្មើគ្នាបានត្រឹមត្រូវ។
4	កំណត់និយមន័យបន្ទាត់ប៉ះ	● ពន្យល់ថាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់គឺត្រូវតែកែងនឹងកាំ ● កំណត់ចម្ងាយដែលទាក់ទងទៅនឹងបន្ទាត់ប៉ះ។	សិស្សអាចប្រើប្រាស់ទ្រឹស្តីបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់គឺត្រូវតែកែងនឹងកាំបានត្រឹមត្រូវ។
5-6	កំណត់លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ	● ពន្យល់ថាបន្ទាត់ប៉ះស្របនឹងអង្កត់ធ្នូនោះចំណុចប៉ះចែកអ័ក្សជាពីរស្មើគ្នា ● ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ប៉ះពីរដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយនៅក្រៅរង្វង់មានចម្ងាយស្មើគ្នា។	សិស្សអាចពន្យល់ និងស្រាយបញ្ជាក់ពីលក្ខណបន្ទាត់ប៉ះបានត្រឹមត្រូវ។
7	កំណត់លក្ខណៈនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់	ពន្យល់លក្ខណៈនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ដោយប្រើលក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះ។	សិស្សអាចស្រាយបញ្ជាក់លក្ខណៈនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ។
8-9	កំណត់ទីតាំងនៃរង្វង់ពីរ	ពន្យល់ករណីទាំង៥នៃទីតាំងរង្វង់ពីរដែលទាក់ទងទៅនឹងកាំ និងចម្ងាយ។	សិស្សអាចកំណត់ទីតាំងរង្វង់ពីរដែលទាក់ទងទៅនឹងកាំ និងចម្ងាយបានត្រឹមត្រូវ។
10-11	កំណត់ចំនួននៃបន្ទាត់ប៉ះរួម	ពន្យល់ពីចំនួនបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ពីរក្នុងករណីទាំង៥នៃទិតាំង។	សិស្សអាចពន្យល់ពីចំនួនបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃ ង្វង់ពីរបានត្រឹមត្រូវ។
12-14	ដោះស្រាយលំហាត់លើរង្វង់ និងបន្ទាត់	ដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 156-158។	សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

- មានទំនាក់ទំនងបីប្រភេទរវាងរង្វង់មួយ និងបន្ទាត់មួយ។ ប្រសិនបើបន្ទាត់កាត់នឹងរង្វង់បានអង្កត់មួយ នាំឱ្យអង្កត់នោះក្លាយជាអង្កត់ធ្នូ។ ប្រសិនបើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់មួយត្រង់ចំណុចមួយនេះវាបានក្លាយទៅជាបន្ទាត់ប៉ះមួយ។ ហើយយើងមានករណីផ្សេងទៀតនៅពេលដែលបន្ទាត់មួយ និងរង្វង់មិនកាត់ មិនប៉ះគ្នានោះរង្វង់និងបន្ទាត់គ្មានចំណុចរួម។ សិស្សត្រូវតែអាចគណនារង្វាស់ប្រវែង និងរង្វាស់មុំនានាដែលពាក់ព័ន្ធនឹងករណីទាំងនេះ។
- មានទំនាក់ទំនង 5 ផងដែររវាងរង្វង់ពីរ។ បន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ពីរអាចនឹងត្រូវបានគូរជាច្រើនរបៀបអាស្រ័យលើទីតាំងនៃរង្វង់ទាំងពីរ។ សិស្សត្រូវតែកំណត់ទីតាំងនៃរង្វង់ទាំងពីរ ចម្ងាយ និងកាំរង្វង់ទាំងពីរ។
- សិស្សអាចយល់ពីខ្លឹមសារនៃមេរៀននេះល្អប្រសើរជាងមុនដោយប្រើការគូររូប។ ត្រូវប្រាកដថាគ្រូបានឱ្យសិស្សគូររូបទាំងនោះដោយដៃដើម្បីយល់ពីសំណើ។

- លំហាត់ដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលនេះតិចតួចពេក ហើយមានភាពងាយស្រួលពេក ព្រមទាំខ្វះខាតបើប្រៀបធៀបនឹងមាតិកា និងខ្លឹមសារមេរៀននេះ។ សៀវភៅណែនាំគ្រូមានបន្ថែមលំហាត់ជាច្រើនទៀត ដែលរំពឹងថាគ្រូប្រើប្រាស់វាឱ្យបានគ្រប់គ្រាន់នៅក្នុងថ្នាក់រៀន។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យសិស្សមានចំណេះដឹង និងជំនាញដូចខាងក្រោម។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរំលឹកឡើងវិញនូវជំនាញទាំងនេះមុនពេលប្រើវា។

- លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា (ជ.ម.ជ) (ម.ជ.ម) និង (ជ.ជ.ជ)
- លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា(អ.ជ) និង (អ.ម)
- មានចំណេះដឹង និងអនុវត្តជំនាញក្នុងការប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករ

1st Period

មេរៀនទី

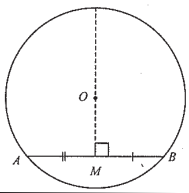
13 រង្វង់និងបន្ទាត់

វត្ថុបំណង

- បង្ហាញពីលក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ ។
- បង្ហាញពីលក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ ។
- អនុវត្តលក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ទៅនឹងជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ។
- រកអង្កត់ផ្ចិតនិងកាំរង្វង់ដោយប្រើលក្ខណៈទីតាំងនៃរង្វង់ ។

1. លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ

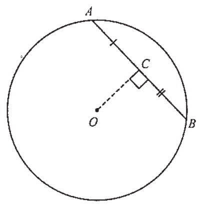
1.1. បន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ



ឧទាហរណ៍ : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេគូសបន្ទាត់មួយចេញពីផ្ចិត O កែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ AB ត្រង់ចំណុច M (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។ បើគេបត់រង្វង់នេះតាមបន្ទាត់ OM គេសង្កេតឃើញថារង្វង់នេះផ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ OM ហើយចំណុច A ត្រួតស៊ីគ្នានឹង B ។ ដូចនេះ M ជា ចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ AB ។

ជាទូទៅ :

- បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយកែង នឹង អង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់ចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ ។
- បន្ទាត់ដែលកែងទៅនឹងចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និងអង្កត់ធ្នូ $AB = 10cm$ (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។ បើ OC កែងទៅនឹង AB ចូរគណនាប្រវែង AC ។

ចម្លើយ : ដោយ OC គូសចេញពីផ្ចិត O នៃរង្វង់និងកែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ AB

គេបាន $AC = BC$

143

ខ្ទង់ និងបន្ទាត់

វត្ថុបំណងទាំងនេះអាចសម្រេចបានយ៉ាងងាយស្រួលដោយប្រើការគូររូប។ វាសំខាន់ណាស់ក្នុងការគូររូបច្បាស់លាស់មុនពេលសម្រាយបញ្ជាក់ និងធ្វើលំហាត់។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?
ពន្យល់លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូរង្វង់មួយ។

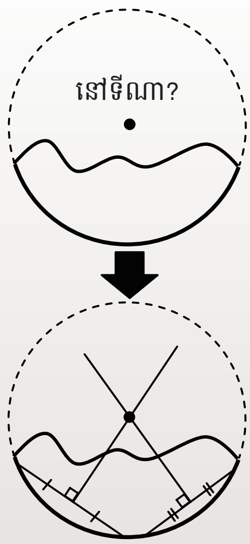
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ
ទោះបីជាការសន្និដ្ឋាននេះត្រូវបានពន្យល់ដោយប្រើចំណុចឆ្លុះ តែវានឹងល្អប្រសើរជាងនេះបើយើងស្រាយបញ្ជាក់ពិតដោយប្រើលក្ខខណ្ឌត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។ ក្នុងករណីនេះដោយ $OA = OB$ (កាំរង្វង់តែមួយ) និងជ្រុងរួម យើងបាន $\Delta OAM \cong \Delta OBM$ តាមករណី (អ.ជ) នៃត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា។
គ្រូបង្រៀនគួរតែរំលឹកពីលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ) និង (អ.ម) នៅថ្នាក់ទី ៨ មុនពេលរៀនមេរៀននេះ។

ការពិភាក្សាបន្ថែម:តើយើងអាចរកឃើញផ្ចិតនៃរង្វង់មិនគ្រប់លក្ខណៈបានឬទេ ?

លំហាត់ ឧបមាថាយើងមានផ្នែកមួយនៃចានបែក និងចង់រករង្វង់ដើមវិញ។ ដើម្បីធ្វើដូចនេះបានយើងត្រូវតែកំណត់ទីតាំងផ្ចិតនៃរង្វង់ដើមដោយពឹងផ្អែកលើធ្នូដែលនៅសល់។ តើយើងអាចរកផ្ចិតរង្វង់នេះតាមរបៀបណា?

ចម្លើយ យើងមានសំណើដែលថាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ធ្នូកាត់ផ្ចិតនៃរង្វង់។ បើយើងគូរមេដ្យាទ័រពីរ នោះយើងអាចរកផ្ចិតដែលជាចំនុចប្រសព្វនៃមេដ្យាទ័រទាំងពីរនេះ។

វិធីសាស្ត្រនេះមានដូចខាងក្រោម៖



- គូរអង្កត់ធ្នូពីរដាច់ដោយឡែកពីគ្នានៅលើធ្នូដែលនៅសល់។
- គូរមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ធ្នូទាំងពីរនេះ។
- ចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យាទ័រទាំពីរគឺជាផ្ចិតដែលយើងចង់បាន។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លើសពីនេះទៀតការពិតទាំងពីរដែលបានបង្ហាញនៅលើទំព័រមុនយើងអាចស្រាយបញ្ជាក់សំណើផ្សេងទៀត។ បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីចំណុចផ្ចិតនៃរង្វង់ទៅចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ នោះវាកាត់កែងទៅអង្កត់ធ្នូនោះ។ ជាលទ្ធផលវាគឺជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ធ្នូនោះ។

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់សិស្ស:

សំណើនៃមេរៀននេះបានបង្ហាញពីទំនាក់ទំនងនៃ

r = កាំនៃរង្វង់មួយ

$2l$ = ប្រវែងនៃអង្កត់ធ្នូ

d = ចម្ងាយពីផ្ចិតទៅអង្កត់ធ្នូ។

ទាំងបីនេះត្រូវផ្សាភ្ជាប់ទៅនឹងទ្រឹស្ដីបទពីតាក

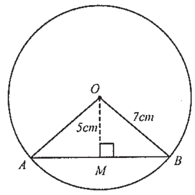
$$r^2 = l^2 + d^2$$

ហើយបើយើងស្គាល់ពីរក្នុងចំណោមបីនេះ យើងអាចរកមួយទៀតបាន។

នាំឱ្យ $AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\times 10 = 5cm$

ដូចនេះ $AC = 5cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ធ្នូ AB ។



ចម្លើយ : OMB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ M

តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រគេបាន

$$OM^2 + MB^2 = OB^2$$

$$5^2 + MB^2 = 7^2$$

$$MB^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

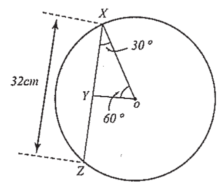
$$MB = \sqrt{24}$$

ដោយ OM គូសចេញពីផ្ចិត O ហើយកែងនឹង AB នាំឱ្យ OM កែងចំកណ្ដាលនៃ AB ។

គេបាន $MB = MA$

$$AB = 2MB = 2\sqrt{24} \cong 2\times 4.899 = 9.80cm$$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមាន $\angle OXY = 30°$, $\angle XOY = 60°$ និង $XZ = 32cm$ ។ ចូររករង្វាស់ XY ។



ចម្លើយ : ក្នុង ΔOXY គេមាន

$\angle OYX + \angle OXY + \angle XOY = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ) ។

នាំឱ្យ $\angle OYX = 180° - \angle OXY - \angle XOY$

$= 180° - 30° - 60° = 90°$

ដោយ $\angle OYX = 90°$ និង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ នោះ OY ជាបន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្ដាលនៃ XZ ។

នាំឱ្យ $YX = \frac{1}{2}\times XZ$

$= \frac{1}{2}\times 32 = 16$

ដូចនេះ $XY = 16cm$ ។

144

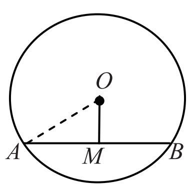
លំហាត់បន្ថែមកាំ ប្រវែងអង្កត់ធ្នូ និងចម្ងាយ

លំហាត់ប្រតិបត្តិខាងលើនេះគឺដើម្បីរកប្រវែងនៃអង្កត់ធ្នូ បើគេស្គាល់ កាំ និងចម្ងាយ។ ប៉ុន្តែយើងអាចដោះស្រាយលំហាត់ប្រភេទផ្សេងៗទៀត។

លំហាត់ អង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់មួយមានប្រវែង 8cm និងប្រវែងនៃបន្ទាត់កាត់កែងពីផ្ចិតទៅអង្កត់ធ្នូគឺ 2cm ។ ចូររកកាំនៃរង្វង់នេះ?

ចម្លើយ៖ $AM = 4$ (ពាក់កណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ) និង $OM = 2$ (សម្មតិកម្ម)។ តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគរ យើងបាន $OA^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

ដូចនេះ: $OA = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

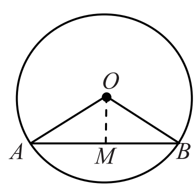


លំហាត់ កាំនៃរង្វង់មួយមានប្រវែង 7cm និងមានអង្កត់ធ្នូដែលមានប្រវែង 10cm។ រកប្រវែងនៃបន្ទាត់កាត់កែងពីផ្ចិតទៅអង្កត់ធ្នូ?

ចម្លើយ៖ $OA = 7$ (កាំ) និង $AM = 5$ (ពាក់កណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ) ។តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគរ យើងបាន

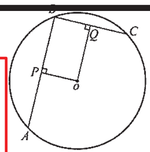
$OM^2 = 7^2 - 5^2 = 24$

ដូចនេះ: $OM = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$



3rd Period

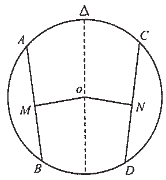
ប្រតិបត្តិ : គេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់និង $AB = 25cm$ និង $BQ = 6.5cm$ ដូចរូបខាងស្ដាំនេះ ។ ចូរគណនាប្រវែង AP និង BC ។



ប្រយ័ត្ន:មិនមានការពន្យល់អំពីរបៀបគូΔ

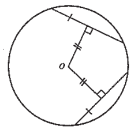
1.2. អង្កត់ធ្នូស្មើគ្នា

ឧទាហរណ៍ : គូសរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $4cm$ ។ គូសអង្កត់ធ្នូ AB និង CD ឱ្យមានប្រវែងស្មើគ្នា ។ ភ្ជាប់ O ទៅ M ចំណុចកណ្ដាលនៃ AB និងភ្ជាប់ពី O ទៅ N ចំណុចកណ្ដាលនៃ CD ។ បើយើងបត់រង្វង់តាមបន្ទាត់ Δ នោះយើងសង្កេតឃើញថា AB ត្រួតស៊ីគ្នានិង CD ហើយ OM ស្ថិតនៅលើ ON នាំឱ្យ $OM = ON$ ។ OM , ON ហៅថាចម្ងាយរៀងគ្នាពីផ្ចិត O ទៅអង្កត់ធ្នូ AB និង CD ។



ប្រយ័ត្ន:អង្កត់ធ្នូមិនមែន អង្កត់ផ្ចិតទេ

អង្កត់ធ្នូពីរមានប្រវែងស្មើគ្នានៅក្នុងរង្វង់មួយ ត្រូវមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់នោះ ។



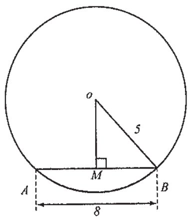
ច្រាសមកវិញ : អង្កត់ធ្នូក្នុងរង្វង់មួយដែលមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់ជាអង្កត់ធ្នូប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $5cm$ និងអង្កត់ផ្ចិតប្រវែង $8cm$ ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ ចូររកចម្ងាយពីផ្ចិតនៃរង្វង់ទៅអង្កត់ធ្នូ ។

ចម្លើយ : គេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់និង M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ AB

ដោយ $AM = MB = 4cm$

ក្នុង ΔOBM តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រ



ប្រយ័ត្ន:
វាត្រូវបង្ហាញថា$OM \perp AB$មុន
ពេលប្រើទ្រឹស្ដីបទពីតាគរ

145

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

P និង Q គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AB និង AC រៀងគ្នា។ ដូចនេះ

$$AP = \frac{AB}{2} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ cm}$$

$$BC = 2BQ = 2 \times 6.5 = 13\text{cm}$$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

វាងាយស្រួលក្នុងការបង្ហាញថា $OM = ON$ តាមលក្ខខណ្ឌត្រីកោណកែងប៉ុនគ្នា សម្រាយ $\angle OMA = \angle ONC = 90°$។ $OA = OC$(កាំរង្វង់តែមួយ) និង $AM = CN$ ពី $AB = CD$ ។ នាំឱ្យយើងបាន $\Delta OAM \cong \Delta OCN$ តាមលក្ខខណ្ឌ(អ.ជ)។ដូចនេះ:$OM = ON$ យើងបាន $\Delta OAB \cong \Delta OCD$ តាមលក្ខខណ្ឌ(ជ.ជ.ជ)

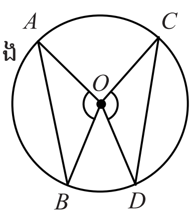
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

យើងអាចបង្ហាញថា $\Delta OAM \cong \Delta OCN$ តាមលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ) ពី $OA = OC$ (កាំរង្វង់តែមួយ) និង $OM = ON$។ ដូចនេះ: $AM = CN$។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ លក្ខខណ្ឌអង្កត់ធ្នូពីរប៉ុនគ្នា

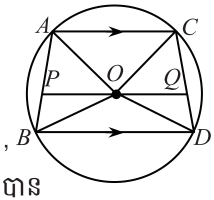
វាត្រូវបានបង្ហាញនៅខាងលើនោះអង្កត់ធ្នូពីរដែលមានប្រវែងដូចគ្នានៅពេលដែលវាមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិត។ ខាងក្រោមនេះគឺជាលក្ខខណ្ឌពីរផ្សេងទៀតសម្រាប់អង្កត់ធ្នូពីរប៉ុនគ្នា។

- បើ $\angle AOB = \angle COD$ នោះ $AB = CD$



[សម្រាយបញ្ជាក់] ដោយ $OA = OC$ និង $OB = OD$ (កាំរង្វង់តែមួយ) និងបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\angle AOB = \angle COD$ យើងបាន $\Delta OAB \cong \Delta OCD$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) ដូចនេ $AB = CD$។

- បើ $AC \parallel BD$ នោះ $AB = CD$



[សម្រាយបញ្ជាក់] សងបន្ទាត់ស្របនឹង AC ហើយកាត់ផ្ចិត O។ តាង P, Q ជាចំណុចប្រសព្វនឹង AB , B និងCDរៀងគ្នា។ តាមមុំឆ្លាស់ក្នុងយើងបាន $\angle AOP = \angle OAC = \angle OCA = \angle COQ$ និងធ្វើដូចគ្នានេះដែរយើងបាន $\angle BOP = \angle DOQ$។ ដូចនេះ: $\angle AOB = \angle COD$ និង $AB = CD$ តាមការបង្ហាញខាងឆ្វេង។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់ប្រតិបត្តិទី 1 មិនមានអ្វីដែលត្រូវធ្វើជាមួយនឹងសំណើរនៅក្នុងផ្នែកនេះទេ។ ជាការពិតណាស់លំហាត់នេះទាក់ទងនឹងកាំ អង្កត់ធ្នូ និងចម្ងាយដូចនេះវាគួរតែជាលំហាត់នៃផ្នែកមុននេះ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

វាមិនគ្រប់គ្រាន់ទេក្នុងការសរសេរ "$OC = OD = 6$ cm" ថាដូចនេះ។

យើងមិនដឹងថា $OD = 6$ cm ទេពីដំបូង។ អ្វីដែលយើងដឹងពីដំបូងគឺថា $OC = 6$ cm។

តាមលក្ខខណ្ឌ $PR = QS$ យើងបាន $OC = OD$ នាំឱ្យ $OC = 6$ cm យើងសន្និដ្ឋានថា $OD = 6$ cm។ សម្រាយបញ្ជាក់ត្រូវតែពណ៌នាតាមវិធីនេះ៖ យើងគួរតែសរសេរ

"$OD = OC = 6$ cm" តាមលំដាប់បែបនេះ។

គេបាន $OM^2 + 4^2 = 5^2$

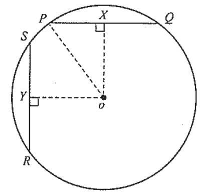
$OM^2 + 16 = 25$

$OM^2 = 25 - 16 = 9$

$OM = \sqrt{9} = 3cm$

ដូចនេះ ចម្ងាយពីផ្ចិតនៃរង្វង់ទៅអង្កត់ធ្នូគឺ $3cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 ៖ ក្នុងរូបភាពខាងស្ដាំនេះ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានកាំ $5cm$ ហើយ $PQ = RS = 6cm$ ។ ចូររកប្រវែង OY និង OX ។



ចម្លើយ ៖ ក្នុងត្រីកោណកែង OPX

$PX = \frac{PQ}{2} = \frac{6}{2} = 3$

គេបាន $OX^2 + PX^2 = OP^2$

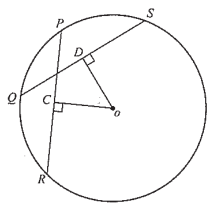
$OX^2 + 3^2 = 5^2$

$OX^2 = 25 - 9 = 16$

$OX = 4cm$

$PQ = RS = 6cm$ នាំឱ្យ $OY = OX = 4cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 ៖ គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $10cm$ ហើយ $PR = QS$ និង $OC = 5cm$ ។ ចូរគណនាប្រវែង OD និង PR ។



ចម្លើយ ៖ យើងដឹងថាអង្កត់ធ្នូ $PR = QS$ ហើយ $OC = OD = 6cm$

ដូចនេះ $OD = 6cm$ ។

ក្នុងត្រីកោណកែង OCR

$OC^2 + CR^2 = OR^2$

$6^2 + CR^2 = 10^2$

$CR^2 = 100 - 36 = 64$ នាំឱ្យ $CR = 8cm$

$OC \perp PR$, $PR = 2CR = 2 \times 8 = 16cm$ ។

146

ចំណេះដឹងបន្ថែម: ពហុកោណនិយ័ត

ឧបមាថាយើងមានរង្វង់ដែលមានកាំ r និងពហុកោណនិយ័តចារឹកក្នុងរង្វង់។ ចូរគណនាចម្ងាយពីផ្ចិតទៅអង្កត់ធ្នូនីមួយៗនៃពហុកោណ ចំពោះចំនួននៃកំពូល $n = 3, 4, 6$ ។

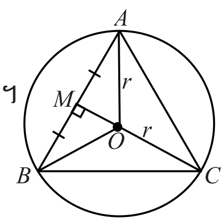
$n = 3$: ត្រីកោណសម័ង្ស

ដោយ O ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC នោះ $OM = (1/2)\ OC = r/2$ ហើយតាមទ្រឹស្ដីបទពីតាករ យើងបាន $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$ r

និង $AB = \sqrt{3}r$។

នោះចម្ងាយ

$OM = r/2$។

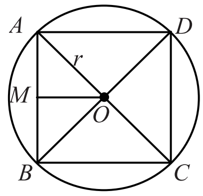


$n = 4$: ការេ

ដោយ $OA = OB = r$ ហើយវាកែងគ្នា។ តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាករ យើងបាន $AB = \sqrt{2}r$។

ដូចនេះចម្ងាយគឺ

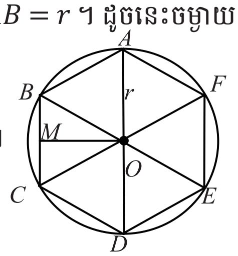
$OM = \frac{\sqrt{2}}{2}r$។



$n = 6$: ឆកោណនិយ័ត

ដោយ $OA = OB = r$ និង $\angle AOB = 60°$ នោះយើងបាន ΔABO គឺជាត្រីកោណសម័ង្ស ព្រោះថា $AB = r$ ។ ដូចនេះចម្ងាយ OM

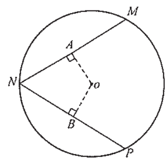
$= \frac{\sqrt{3}}{2}\ r$។



4th Period

ប្រតិបត្តិ :

នៅក្នុងរូបភាពខាងស្តាំនេះគេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយ $OA = OB = 5.5cm$ និង $MN = 9cm$ ។ ចូររកប្រវែង NP ។



ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយ $OA = OB$ នោះ $NM = NP$។

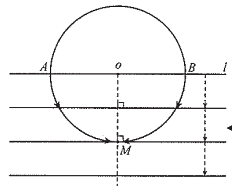
ដោយ $NM = 9\text{cm}$ នោះ $NP = 9\text{ cm}$។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

តម្លៃនៃ OA និងOB នេះមិនត្រូវបានប្រើនៅក្នុងប្រតិបត្តិខាងលើ។ គ្រូអាចបន្ថែមសំណួរមួយចំនួនក្នុងការប្រើតម្លៃទាំងនេះ។ ជាឧទាហរណ៍ រកប្រវែង ON។

2. បន្ទាត់ប៉ះ

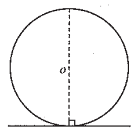
ឧទាហរណ៍ : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O (ដូចរូបខាងស្តាំនេះ) គេមានអង្កត់ផ្ចិត AB នៅលើបន្ទាត់ l ។ កាលណាបន្ទាត់ l រំកិលចុះពីផ្ចិត O ដោយរក្សាទីតាំងស្របនឹងបន្ទាត់ AB នោះចម្ងាយរវាងចំណុច A និង B កាន់តែតូចទៅៗ រហូតមកត្រួតស៊ីគ្នានឹងចំណុច M ។ ក្នុងករណីនេះបន្ទាត់ l ប្រសព្វនឹងរង្វង់ត្រង់មួយចំណុច M ។ បន្ទាត់នេះហៅថា បន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ ឬ បន្ទាត់ប៉ះ ។ ម្យ៉ាងទៀតចំណុច នៃបន្ទាត់ប៉ះប្រសព្វនឹងរង្វង់នឹងហៅថា ចំណុចប៉ះ ។



តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2?

ពន្យល់ថាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់គឺកែងទៅនឹងកាំ។

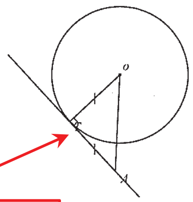
ជាទូទៅ : បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រូវកែងទៅនឹងកាំឬអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ត្រង់ចំណុចប៉ះ ។



លំហាត់គំរូ : នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ TA ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ដែល $OT = TA$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ OTA ។

ចម្លើយ : TA ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ T និង OT ជាកាំនៃរង្វង់

គេបាន $\angle OTA = 90°$



ប្រយ័ត្ន:
T និង A មិនល្អមើល នៅក្រោមបន្ទាត់.

147

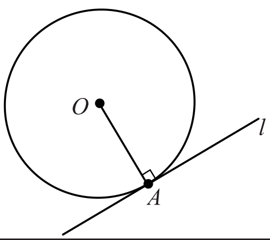
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

តាង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ។ នោះ ON ត្រូវតែកាត់កែងទៅអង្កត់ធ្នូនេះ។ ដោយចំណុច A, B និង N ប្រមូលផ្តុំទៅចំណុច M នោះយើងបាន OM កាត់កែងទៅនឹងបន្ទាត់ប៉ះ។

ហេតុផលបន្ថែម សំណើច្រាស

វាត្រូវបានបង្ហាញនៅខាងលើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុចមួយគឺកែងនឹងកាំត្រង់ចំណុចនោះ។ តើយើងអាចនិយាយថាបន្ទាត់មួយកាត់កែងទៅនឹងចុងនៃកាំជាបន្ទាត់ប៉ះឬទេ?

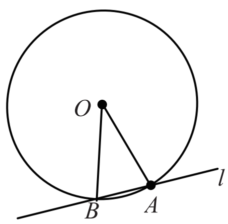
លំហាត់ តាង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់មួយ និង A ជាចំណុចនៅលើបរិមាត្រនៃរង្វង់។ ឧបមាថាបន្ទាត់ l កាត់ចំណុច A ហើយ l កែងនឹងកាំ OA នៅចំណុចដដែលនេះដែរ។



ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុច A?

សម្រាយបញ្ជាក់ ជាដំបូងឧបមាថា l មិនប៉ះរង្វង់ផ្ចិត Oទេ។ នោះ l ត្រូវតែកាត់រង្វង់ត្រង់ចំណុច B មួយផ្សេងទៀត។ នោះយើងបាន ΔOAB ជាត្រីកោណសមបាត

នាំឱ្យ $\angle OAB < 90°$ ប៉ុន្តែផ្ទុយពីការពិតដែលថា $OA \perp l$។



ដូចនេះ l មិនមានចំណុចប្រសព្វផ្សេងទៀតទេ មានន័យថា l គឺជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុច A។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្រាយបញ្ជាក់ដែលបង្ហាញនេះទូលំទូលាយ។ ដោយ $\angle TOA = \angle TAO$ និងមុំផ្សេងទៀតស្មើនឹង $90°$ យើងបាន $\angle TOA$ នៅតែកន្លះនៃ $180° - 90°$។

ក្នុង ΔOTA មាន

$OT = TA$ នាំឱ្យ $\angle TOA = \angle TAO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle TOA + \angle TAO + \angle OTA = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុង Δ មួយ)

ដោយ $\angle TOA = \angle TAO$

គេបាន $2\angle TOA + 90° = 180°$

$2\angle TOA = 180° - 90° = 90°$

$2\angle TOA = 90°$

នាំឱ្យ $\angle TOA = 45°$

ដូចនេះ $\angle OTA = 90°$, $\angle TOA = 45°$ និង $\angle TAO = 45°$ ។

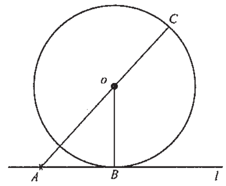
ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយ $AB = BO = 2$ cm និង $AB \perp BO$ នោះយើងបាន $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

នាំឱ្យ $AO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

ដូចនេះ: $AC = 2\sqrt{2} + 2$ cm។

ប្រតិបត្តិ : គេមានរង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងកាំស្មើនឹង $2cm$ ។ A ជាចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់ ។ ពីចំណុច A គេគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ B និងបន្ទាត់មួយទៀតកាត់តាមផ្ចិត O និងកាត់រង្វង់ត្រង់ C ។ បើគេដឹងថា $AB = OB$ ចូរគណនារង្វាស់ AC ។



តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 3

ពន្យល់លក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

3. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ

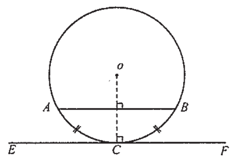
ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេឱ្យបន្ទាត់ EF ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ C ដែលមាន $AB \parallel EF$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\cup AC = \cup BC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ : បន្ទាត់ EF ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច C

នាំឱ្យ $OC \perp EF$ តែ $AB \parallel EF$

$AB \perp OC$ នាំឱ្យ C ជាចំណុចកណ្ដាលនៃធ្នូ AB ។ ដូចនេះ $\cup AC = \cup BC$ ។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ផ្នែកនេះត្រូវការ ការពន្យល់ជាច្រើន ទៀត $AB \perp OC$ យើងបាន OC កាត់ AB ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល M នាំឱ្យ $\Delta OAM \cong \Delta OBM$ ។

នាំឱ្យ $\angle AOC = \angle BOC$

ដូចនេះ: ធ្នូ AC និង BC ស្មើគ្នា។

ជាទូទៅ : បើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ស្របទៅនឹងអង្កត់ធ្នូមួយនោះ ចំណុចប៉ះចែកធ្នូសន្និងជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ។

148

5th Period

លំហាត់បន្ថែម វិធានរករង្វាស់មុំនានា (បន្ថែមទៅនឹងទំព័រ 156)

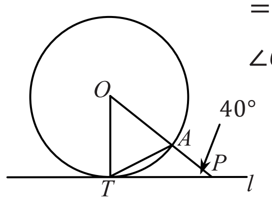
តាមរយៈការពិតដែលថាបន្ទាត់ប៉ះគឺត្រូវតែកែងនឹងកាំត្រង់ចំណុចនោះ យើងអាចទាញរកវិធាននៃរករង្វាស់មុំនានារបស់រង្វង់មួយ និងត្រីកោណមួយ។ ខាងក្រោមនេះបានបង្ហាញលំហាត់បន្ថែមមួយចំនួននៅទំព័រ156 ។

លំហាត់ តាង l ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ T និង A ជាចំណុចប្រសព្វនៃ OP និងរង្វង់ ដែល Pនៅលើបន្ទាត់ប៉ះ l ។ បើ $\angle OPT = 40°$ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle OTA$ និង $\angle ATP$។

ចម្លើយ ដោយ $\angle OTP = 90°$, $\angle AOT = 50°$ ។

ដោយ $OT = OA, \angle OTA = (180° - \angle AOT)/2 = 65°$នោះយើងបាន $\angle ATP = \angle OTP - \angle OTA = 25°$

ជាទូទៅ $\angle ATP = \angle AOT/2$

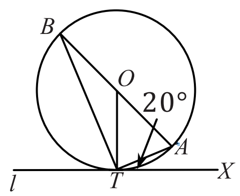


លំហាត់ តាង l ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ T និង AB ជាអង្កត់ផ្ចិត។ បើ$\angle ATX = 20°$ ។ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle AOT$ និង $\angle ABT$?

ចម្លើយ ដោយ $\angle OTX = 90°$, $\angle OTA = 70°$ ។

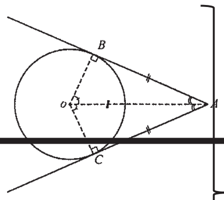
ដោយ $OT = OA$នោះ: $\angle AOT = 180° - 2\angle OTA = 40°$។ ដោយ $OB = OT$ នោះ: យើងបាន$\angle ABT = \angle AOT/2 = 20°$។

ជាទូទៅ$\angle ATX = \angle ABT$ ។



កែតម្រូវ CD ត្រូវតែជា AC

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ AB និង CD ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ចំណុចរៀង B និង C ។



ស្រាយបំភ្លឺថា ក. $AB = AC$

ខ. $\angle BAO = \angle OAC$

គ. $\angle BOA = \angle AOC$

ឃ. $\angle OBA = \angle OCA$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ : ក្នុងត្រីកោណកែង OAB និង OAC មាន

OA ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$OB = OC$ (កាំនៃរង្វង់តែមួយ)

ដូចនេះ $\Delta AOB \cong \Delta AOC$ (អ.ជ)

វិបាក : $AB = AC$

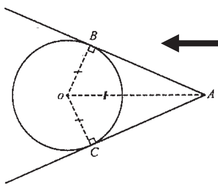
$\angle BAO = \angle OAC$

$\angle OBA = \angle OCA$

$\angle BOA = \angle COA$ ។

ជាទូទៅ : បើបន្ទាត់ពីរគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់ហើយប៉ះរង្វង់នេះត្រង់ចំណុច B និង C គេបាន

1. បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់កែងទៅនឹងកាំត្រង់ចំណុចប៉ះ $\angle OBA = \angle OCA = 90°$
2. បន្ទាត់ប៉ះពីរទៅនឹងរង្វង់ដែលគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់មានប្រវែងស្មើគ្នា $AB = AC$
3. បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីចំណុចក្រៅរង្វង់មុំឈមទៅផ្ចិតនៃរង្វង់ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំឈមដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរនិងមុំដែលផ្គុំដោយកាំនៃរង្វង់ ។



(i) $\angle OAB = \angle OAC$

(ii) $\angle COA = \angle BOA$ ។

ប្រយ័ត្ន:
វាប្រសើរជាងបើយើងសរសេរ
$\angle BOA = \angle COA$

149

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្គាល់ថាចំណុចនៃមុំ និងត្រីកោណគួរត្រូវបានសរសេរជាលំដាប់ដូចគ្នា និងត្រូវគ្នាក្នុងករណីប៉ុនគ្នា។ ជាឧទាហរណ៍នៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 1 ខាងឆ្វេង $\Delta OAB \cong \Delta OAC$ វិបាកគួរតែត្រូវបានសរសេរជា៖

ខ $\angle OAB = \angle OAC$

គ $\angle AOB = \angle AOC$

ដូចគ្នានេះផងដែរត្រូវប្រុងប្រយ័ត្នលំដាប់នៃជ្រុង។ មិនមែន $\angle COA = \angle BOA$ ទេ ប៉ុន្តែ $\angle BOA = \angle COA$។

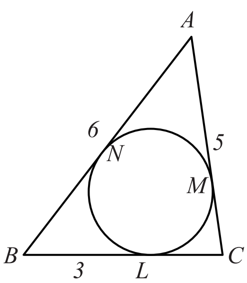
សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សមភាពទាំងអស់ ដែលបង្ហាញនៅទីនេះ គឺជាលទ្ធផលដោយផ្ទាល់នៃការត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា $\Delta OAB \cong \Delta OAC$។ វាជាការសំខាន់ក្នុងការយល់ពីទំនាក់ទំនងដោយការគូររូបពិតប្រាកដជាជាងគ្រាន់តែចងចាំរូបមន្ត។

លំហាត់បន្ថែមអំពីបន្ទាត់ប៉ះ (1)

លំហាត់ ក្នុងត្រីកោណ ΔABC ចារឹកក្រៅរង្វង់ដែលប៉ះជ្រុង BC, CA និង AB ដូចរូបខាងក្រោម តាង $AB = 6, AC = 5$ និង$BL = 3$ ។ រកប្រវែងនៃជ្រុង BC។

ចម្លើយ ដោយចម្ងាយពីចំណុចប៉ះមានប្រវែងស្មើគ្នា



$BN = BL = 3$ នាំឱ្យ

$AN = 6 - 3 = 3$។

ដោយ $AM = AN = 3$

យើងបាន $CM = 5 - 3 = 2$

នោះ $CL = CM = 2$

ដូចនេះ: $BC = BL + CL = 5$ ។

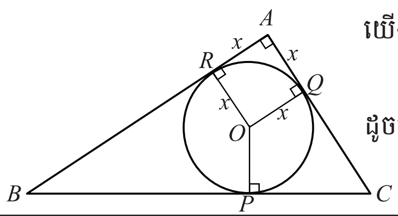
លំហាត់ ΔABC គឺជាត្រីកោណកែងដែលមានមុំកែង $\angle A$។ មានរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណដូចរូបខាងក្រោម។ តាង $BP = 6$ និង $CP = 4$ ។ ចូររកប្រវែងកាំ?

ចម្លើយ តាង x ជាកាំ។ ដោយ $BR = BP = 6$

$CQ = CP = 4$ និង $AROQ$ ជាការេដែល $AB = x + 6$

$AC = x + 4$ ។ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគរ យើងបាន

$(x + 6)^2 + (x + 4)^2 = 10^2$ ។ ដោះស្រាយសមីការនេះ



យើងបាន

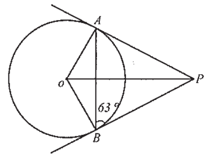
$x = -12, 2$

ដូចនេះប្រវែងកាំគឺ 2។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លទ្ធផលនៃលំហាត់គំរូទី 1 ខាងស្តាំអាចសរសេរជាទូទៅដូចខាងក្រោម៖ តាង M ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AB និង OP ហើយក៏ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB។ ហើយដោយ $\angle OAM + \angle AOM = 90°$ និង $\angle OPA + \angle AOP = 90°$ យើងបាន $\angle OAM = \angle OPA$ និងតាមត្រីកោណដូច យើងបាន $\angle AOP = \angle BAP$។

លំហាត់គំរូទី 1 : O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់មួយ(ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ ។ បើ $\angle ABP = 63°$ ។ ចូរគណនា $\angle AOB$ និង $\angle AOP$



ចម្លើយ : គេមាន

$\angle OBP = 90°$

$\angle ABO = 90° - 63° = 27°$

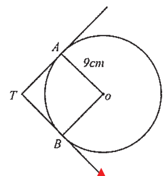
$\angle AOB = 180° - 27° - 27° = 126°$

$\angle AOP = \frac{1}{2}(126°) = 63°$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $9cm$ ។ បើ $\angle ATB = 110°$ ។ ចូរគណនា

ក. $\angle AOB$

ខ. ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសតូច AOB ដែល $\pi = \frac{22}{7}$ ។



ចម្លើយ :

ក. $\angle OBT = \angle OAT = 90°$

នាំឱ្យ $\angle AOB = 360° - 110° - 90° - 90° = 70°$

ខ. ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសតូច

ផ្ទៃក្រឡានៃថាសទាំងមូល πR^2 ត្រូវនឹងមុំ $360°$

ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាស S_{AOB} ត្រូវនឹងមុំ $70°$

$\frac{\pi R^2}{S_{AOB}} = \frac{360°}{70°}$, $S_{AOB} = \frac{70°}{360°} \times \pi R^2$

$= \frac{70°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 9 \times 9$

$= 49.5cm^2$ ។

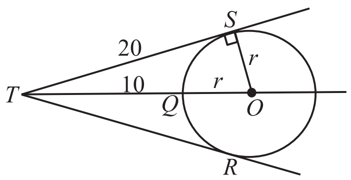
ប្រយ័ត្ន: ចតុកោណកែង $OATB$ មិនមែនជាការេ $\angle ATB$ គួរសរសេរ $\angle AOB$..

ប្រតិបត្តិ : ST និង RT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $ST = RT = 20cm$ ។ បើ TQO ជាបន្ទាត់ត្រង់មួយដែល $TQ = 10cm$ ។ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ OQ ។

150

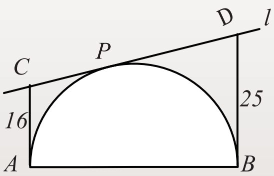
ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាង r ជាកាំនៃរង្វង់ នោះ $OQ = OS = r$ និង $TO = 10 + r$។ ដោយ $TS \perp OS$, $TO^2 = TS^2 + OS^2$ ឬ $(10 + r)^2 = 20^2 + r^2$។ ដោះស្រាយសមីការ នោះយើងបាន $r = 15$ cm។

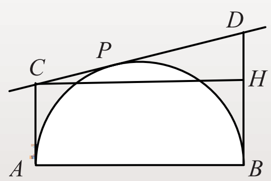


លំហាត់បន្ថែមអំពីបន្ទាត់ប៉ះ (2)

លំហាត់ គេឱ្យកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AB និង l ជាបន្ទាត់ប៉ះកន្លះរង្វង់ត្រង់ចំណុច P។ តាង C, D ជាចំណុចនៅលើ l ដែល AC និង BD កែង ទៅនឹង AB ត្រង់ A B រៀងគ្នា។ ចំពោះ $AC = 16$cm និង $BD = 25$cm រកប្រវែងនៃកាំនៃកន្លះរង្វង់?



ចម្លើយ តាង x ជាកាំនៃកន្លះរង្វង់ និងតាង H ជាជើងនៃចំណោលកែងពី C ទៅ BD។ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ យើងបាន $CH^2 + DH^2 = CD^2$។ ដោយ $CH = AB = 2x$, $DH = 25 - 16 = 9$ និង $CD = CP + DP = CA + DB = 16 + 25 = 41$ ដោយ $(2x)^2 + 9^2 = 41^2$ នាំឱ្យ $4x^2 = 1600$ ឬ $x = 20$cm ។

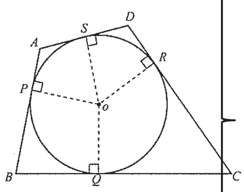


ជាទូទៅ ចំពោះ $AC = a$ និង $BD = b$ នោះយើងបានប្រវែងកាំ $x = \sqrt{ab}$ ។

7th Period

4. អនុវត្តន៍លក្ខណៈជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

ឧទាហរណ៍ : នៅក្នុងចតុកោណ $ABCD$ (រូបខាងស្តាំ) ជ្រុងទាំងបួនជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P , Q , R និង S ។ ចតុកោណ $ABCD$ ដែលមានជ្រុងទាំងបួនប៉ះរង្វង់តែមួយ ហៅថាចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ។



បង្ហាញថា :

ក. $AP = AS$, $BP = BQ$, $CQ = CR$ និង $DR = DS$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AB + CD = AD + BC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

ក. AS និង AP ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ S និង P ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ A

គេបាន $AS = AP$ ។

BP និង BQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P និង Q ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ B

គេបាន $BP = BQ$ ។

CQ និង CR ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ Q និង R ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ C

គេបាន $CQ = CR$ ។

DS និង DR ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ S និង R ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ D ។

គេបាន $DS = DR$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AB + CD = AD + BC$

តែ $AB = AP + PB$, $AD = AS + SD$

$CD = CR + RD$, $BC = BQ + QC$

ដូចនេះ
$$\begin{aligned} AB + CD &= (AP + PB) + (CR + RD) \\ &= AS + BQ + QC + SD \\ &= AS + SD + BQ + QC \\ &= AD + BC \end{aligned}$$

ដូចនេះ $AB + CD = AD + BC$ ។

តាមសម្រាយបញ្ជាក់ខាងលើគេទាញសន្និដ្ឋានបានថា ។

151

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 4

ពន្យល់លក្ខណៈចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្រាយបញ្ជាក់ ខ ដែលបង្ហាញនៅខាងឆ្វេងបានសរសេរជាចំណុច និងពិបាកក្នុងការធ្វើតាម។ សម្រាយបញ្ជាក់ដែលមានងាយជាងនេះដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាប្រវែង សម្រាយបញ្ជាក់ ផ្សេងទៀតនៃខ

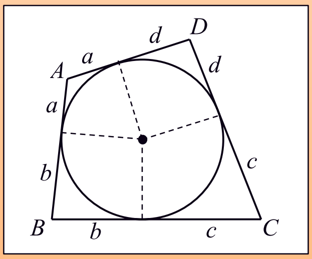
តាង $AS = AP = a$, $BP = BQ = b$, $CQ = CR = c$, និង $DR = DS = d$ នោះយើងបាន

$AB + CD = (a + b) + (c + d)$,

$AD + BC = (a + d) + (b + c)$

សមីការទាំងពីរគឺស្មើ $a + b + c + d$

ដូចនេះ: $AB + CD = AD + BC$



ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ: ផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

ចំពោះចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់មួយ នោះគេអាចហៅម្យ៉ាងទៀតថារង្វង់ចារឹកក្នុងតចតុកោណ។ ក្នុងករណីដូចនេះ យើងអាច គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណបាន។

លំហាត់ បើរង្វង់មួយមានកាំ r ចារឹកក្នុងចតុកោណ $ABCD$។ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណជាអនុគមន៍នៃកាំ r និងតម្លៃ

$s = \quad AB + CD = AD + BC$?

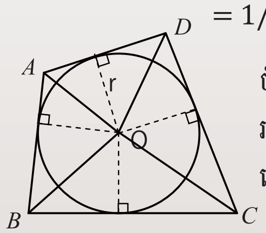
ចម្លើយ យើងអាចចែកចតុកោណជាបួនត្រីកោណ ΔOAB, ΔOBC, ΔOCD និង ΔODA។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណនីមួយៗ យើងបាន $\Delta OAB = AB \times r/2$, $\Delta OBC = BC \times r/2$ រួចបូកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណទាំងបួន នោះយើងបាន ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ $ABCD$ ស្មើនឹង

$$S_{ABCD} = \frac{r}{2} \times (AB + BC + CD + DA)$$

$$= \frac{r}{2} \times 2s = sr$$

ជាទូទៅ ផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

$= 1/2 \times$ (បរិមាត្រ) $\times$ (កាំ)



ចំពោះករណីត្រីកោណចារឹកក្រៅរង្វង់បានបង្ហាញនៅថ្នាក់ទី ៨ រួចហើយ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

$AB = AC$ (សម្មតិកម្ម)

$AQ = AP$ (បន្ទាត់ប៉ះគូសពីចំណុច A)

នាំឱ្យ $QB = PC$

ដោយ $QB = AB - AQ$ និង

$PC = AC - AP$ ហើយ $QB = RB$

និង $PC = RC$ នោះយើងអាចទាញ

បានថា $RB = RC$

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 5?

ពន្យល់៥ប្រភេទនៃទីតាំងរង្វង់ពីរជាអនុគមន៍នៃកាំនិងចម្ងាយពីផ្ចិតរង្វង់ទាំងពីរ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទីតាំងទាំងប្រាំអាចជាឌីណាមិចជាក់ស្តែងដោយធ្វើការរំកិលរង្វង់តូចពីខាងក្រៅទៅខាងក្នុងរង្វង់ធំដោយយក d ជាចម្ងាយពីផ្ចិតរង្វង់តូចទៅរង្វង់ធំប្រែប្រួលតូចទៅៗ

ជាទូទៅ : ក្នុងចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ផលបូករង្វាស់ជ្រុងឈមមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : រង្វង់ផ្ចិត O ប៉ះនឹងជ្រុងទាំងបួននៃចតុកោណ $ABCD$ ដែល $AB = 20cm$, $CD = 14cm$, $BC = 11cm$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ AD ។

ចម្លើយ : ជ្រុងទាំងបួននៃ $ABCD$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P , Q , R និង S

នោះឱ្យ ចតុកោណ $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

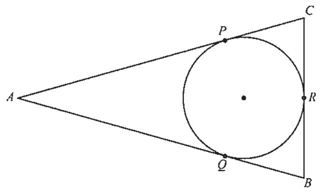
គេបាន $AB + CD = AD + BC$ នាំឱ្យ $AD = (AB + CD) - BC$

$AD = (20 + 14) - 11 = 23$

ដូចនេះ $AD = 23$ ។

ប្រតិបត្តិ : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ ABC ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល A ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $BR = RC$ ។

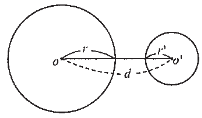


5. ទីតាំងរង្វង់

គេមានរង្វង់ពីរដែលមានផ្ចិត O និង O' និងកាំរៀងគ្នា r និង r' ។ ហើយ d ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរ (ដូចរូបខាងក្រោម) ។

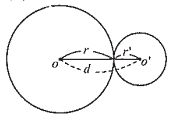
រូបពី (1) ដល់ (5) ខាងក្រោមបង្ហាញពីទីតាំងនៃរង្វង់ដែលមានចម្ងាយ d កាន់តែតូចទៅៗ ចាប់ផ្តើមពីរូបទី (1) ទៅ ។

(1) $d > r + r'$



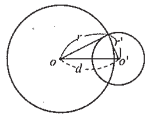
រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

(2) $d = r + r'$



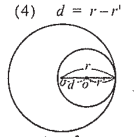
រង្វង់មានចំណុចរួមមួយ

(3) $r - r' < d < r + r'$



រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច

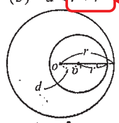
(4) $d = r - r'$



រង្វង់មានចំណុចរួមមួយ

រង្វង់ទាំងពីរជារង្វង់ប៉ះក្នុង

(5) $d < \boxed{r + r'}$



រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ

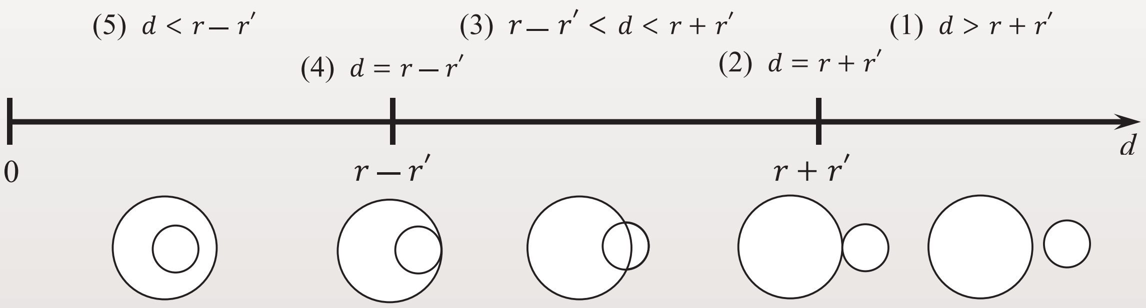
កែតម្រូវ: $r + r'$ ត្រូវតែជា $r - r'$.

152

8th Period

ពិនិត្យបន្ថែម: ចំណាត់ថ្នាក់នៃទីតាំងដោយប្រើបន្ទាត់ចំនួន

យើងមិនប្រើប្រាស់ការចងចាំលក្ខខណ្ឌទាំង៥នៃទីតាំងទេគឺគ្រាន់តែចាំរូបមន្ត។ យើងអាចយល់ពីអត្ថន័យនៃលក្ខខណ្ឌក្នុងលក្ខណៈរួមមួយដោយដាក់លក្ខខណ្ឌមួយនៅលើបន្ទាត់ចំនួន។



9th Period

កាលណារង្វង់ពីរកាត់គ្នាត្រង់មួយចំណុចដូចរូប (2) និងរូប (4) គេថារង្វង់ទាំងពីរប៉ះគ្នា ។ ចំណុចប្រសព្វជាចំណុចប៉ះ ។ ក្នុងករណីទាំងពីរនេះ ចំណុចប៉ះស្ថិតនៅលើបន្ទាត់កាត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។

ក្នុងរូបទី (2) គេថារង្វង់ប៉ះក្រៅនិងរូបទី (4) គេថារង្វង់ប៉ះក្នុង ។

រូបទី (3) ជាករណីដែលរង្វង់ពីរប្រសព្វគ្នា ។

ចំណុចប្រសព្វទាំងពីរឆ្លុះគ្នា ធៀបនឹងបន្ទាត់ដែលកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានកាំរៀងគ្នា $\boxed{r = 5cm\ ,\ r' = 3cm}$ ហើយ OO' ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរដែល $OO' = 2x+1$ ។ ចូរកំណត់ x ដើម្បីឱ្យ

ក. រង្វង់ពីរប៉ះក្រៅ

ខ. រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។

កែតម្រូវ$r = 8$ cmនិង $r' = 5$ cm

ចម្លើយ :

ក. រង្វង់ពីរប៉ះក្រៅកាលណា $d = r+r' = 8+5 = 13$ ។

$OO' = d = 2x+1$ ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរ ។

គេបាន $2x+1 = \boxed{12}$ នាំឱ្យ $x = 6$ ហេតុនេះ $x = 6cm$

កែតម្រូវ 12 គួរតែ 13

ដូចនេះ រង្វង់ពីរប៉ះគ្នារួមក្រៅកាលណា $x = 6$ ។

ខ. រង្វង់ពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុចកាលណា $r-r' < d < r+r'$

គេបាន $8-5 < d < 8+5$

$3 < 2x+1 < 13$ ឬ $\boxed{4 < 2x < 12}$

កែតម្រូវ : $2 < 2x < 12$

$\boxed{2 < x < 6}$

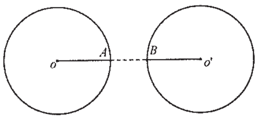
កែតម្រូវ : $1 < x < 6$

ដូចនេះ រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុចកាលណា $\boxed{2 < x < 6}$ ។

ហេតុនេះ $\boxed{2cm < x < 6cm}$

កែតម្រូវ : $1cm < x < 6cm$

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់ពីរ ដែលមានកាំរៀងគ្នា $r = 5cm$, $r' = 3cm$ ។ OO' កាត់រង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A , B ។ ចូរគណនាប្រវែង AB ។



153

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទំព័រនេះមានកំហុសសាមញ្ញមួយចំនួន។ គ្រូបង្រៀនគួរតែបង្ហាញលំហាត់ដែលត្រឹមត្រូវនៅលើក្ដារខៀន និឱ្យសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ទាំងនេះដោយខ្លួនឯងជាជាងគ្រាន់អានសៀវភៅ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់នេះគឺដើម្បីឱ្យសិស្សព្យាយាមហៅថា "ការរៀនសូត្រសកម្ម" មកពីវាត្រូវការវិធានមួយចំនួនក្នុងការដោះស្រាយ៖

(1) ការចែកសិស្សជាក្រុម។

(2) ក្រុមនីមួយព្យាយាមដោះស្រាយ។

(3) ការបង្ហាញរបស់ក្រុមនីមួយៗ

(4) លោកគ្រូបង្ហាញចម្លើយត្រឹមត្រូវ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

លំហាត់នេះខ្វះសម្មតិកម្ម និងមិនអាចដោះស្រាយបានទេ។ យើងត្រូវការចម្ងាយរវាងពីរចំនុច O និងO' ដើម្បីរកប្រវែងនៃ AB បាន។

លំហាត់បន្ថែមអំពីទីតាំងនៃរង្វង់ពីរ

កំណត់ទីតាំងនៃរង្វង់ពីរ ដោយគ្រាន់តែកំណត់ប្រវែងនៃ $r+r'$, $r-r'$ និង d បានដើរតួនាទីយ៉ាងសំខាន់ ហើយប្រវែង r និង r' ខ្លួនឯងមិនអាចធ្វើអ្វីបានទេ។

[លំហាត់] ចូរកំណត់ទីតាំងនៃរង្វង់ពីរតាមករណីខាងក្រោម៖

(a) $r = 5,\ r' = 3,\ d = 100$

(b) $r = 100,\ r' = 3,\ d = 7$

(c) $r = 200,\ r' = 195,\ d = 5$

(d) $r = 200,\ r' = 190,\ d = 6$

(e) $r = 200,\ r' = 5,\ d = 150$

(f) $r = 192,\ r' = 8,\ d = 200$

(g) $r = 100,\ r' = 98,\ d = 200$

[ចម្លើយ] ចម្លើយមួយចំនួនមាននៅក្នុងទំព័រទី152

(a) $d > r + r' \to (1)$

(b) $d < r - r' \to (5)$

(c) $d = r - r' \to (4)$

(d) $r - r' < d < r + r' \to (3)$

(e) $d < r - r' \to (5)$

(f) $d = r + r' \to (2)$

(g) $d > r + r' \to (1)$

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 6

ពន្យល់ពីចំនួនបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃពីររង្វង់ ក្នុង 5 ករណី។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជាទូទៅចំនួន និងទីតាំងនៃបន្ទាត់ប៉ះប្រែប្រួលជាបន្តបន្ទាប់ទៅតាមចម្ងាយ d ដែលជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរ O និងO'។ គ្រូអាចបង្ហាញពីដំណើរការនេះដោយការរំកិលរង្វង់ដូចដែលត្រូវបានបង្ហាញខាងក្រោម។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ចូររកចំនួននៃបន្ទាត់ប៉ះរួមតាមករណីដែលឱ្យខាងក្រោម៖

(a) $r = 5,\ r' = 3,\ d = 2$

(b) $r = 5,\ r' = 3,\ d = 10$

(c) $r = 3,\ r' = 2,\ d = 5$

(d) $r = 4,\ r' = 2,\ d = 1$

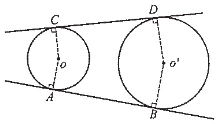
ចម្លើយ: (a) 1 (b) 4 (c) 3 (d) 0

6. បន្ទាត់ប៉ះរួម

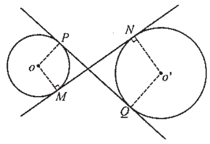
បន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ពីរផ្សេងគ្នាអាស្រ័យលើទំនាក់ទំនងទីតាំងនៃរង្វង់ទាំងពីរដូចរូបខាងក្រោម ។

ក. រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

- រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម AB និង CD ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ AB និង CD ។

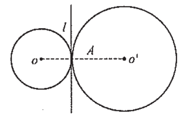


- រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម បន្ទាត់ MN និង PQ ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្នុង ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ MN និង PQ ។

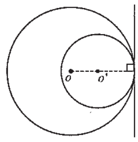


ខ. រង្វង់ប៉ះគ្នា

- រង្វង់ពីរមានចំណុចរួមមួយ ហៅថារង្វង់ប៉ះគ្នា ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមដែលរង្វង់ទាំងពីរ ស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ l ។

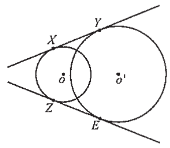


- រង្វង់ទាំងពីរមានចំណុចរួមមួយ ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួម ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ l ។



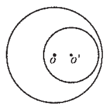
គ. រង្វង់កាត់គ្នា

រង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។ បន្ទាត់ XY និង ZE ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃ XY និង ZE ។



ឃ. រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ

គ្មានចំណុចប៉ះរួម ។

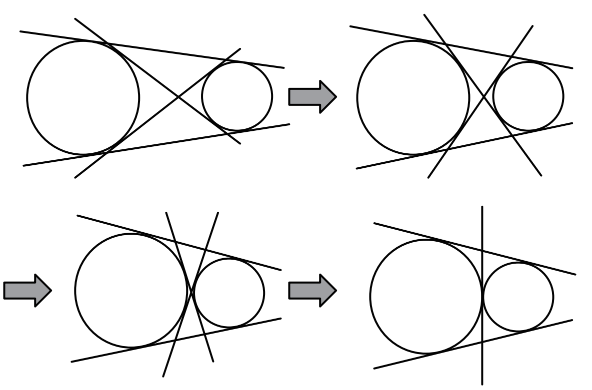


154

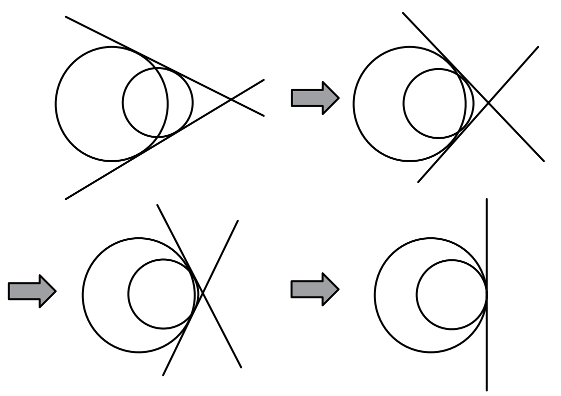
ពិនិត្យបន្ថែម បម្លែងនៃបន្ទាត់ប៉ះរួម

ដោយតម្លៃនៃចម្ងាយ d ថយចុះ។ តើជាធម្មតាបន្ទាត់នៅខាងក្នុង និងខាងក្រៅការផ្លាស់ប្តូរទម្រង់ដូចម្តេច? រូបខាងក្រោមបង្ហាញពីការផ្លាស់ប្តូរនេះ។

● $d > r + r' \rightarrow d = r + r'$ $(4 \rightarrow 3)$



● $r - r' < d < r + r' \rightarrow d = r - r'$ $(2 \rightarrow 1)$



11th Period

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានរង្វង់ពីរ ផ្សេងគ្នាដែលមានរង្វាស់កាំ a និង b គិតជា cm ហើយចម្ងាយរវាងរង្វង់ទាំងពីរស្មើ d ។ ចូររកចំនួនបន្ទាត់ប៉ះរួមតាមករណីខាងក្រោម ។

	ក	ខ	គ	ឃ
a	3	4	2	5
b	5	3	3	3
d	10	6	5	2
បន្ទាត់ប៉ះ				

ក. $d>a+b$ នាំឱ្យរង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះ 4 ។

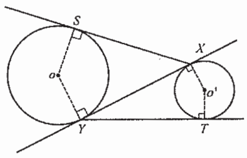
ខ. $a-b<d<a+b$ នាំឱ្យរង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួម 2 ។

គ. $d = a+b$ នាំឱ្យរង្វង់ពីរប៉ះគ្នាមានចំណុចរួមមួយ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ប៉ះ ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួម 3 ។

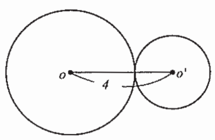
ឃ. $d = b-a$ នាំឱ្យរង្វង់ពីរប៉ះគ្នាមានចំណុចរួមមួយ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅម្ខាងនៃបន្ទាត់ប៉ះ ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួម 1 ។

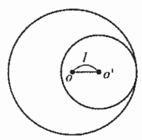
លំហាត់គំរូទី 2 : XY ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O និង O' ។ XS ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ S ហើយ YT ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O' ត្រង់ T ។ ចូរបង្ហាញថា $XS = YT$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $XY = XS$ បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O គូសចេញពីចំណុចរួម ។ $XY = YT$ បន្ទាត់ប៉ះរួម គូសចេញពីចំណុចរួម ។ ដូចនេះ $XS = YT$ ។



ប្រតិបត្តិ : គេមានរង្វង់ពីរ មានទំហំខុសគ្នាដែលមានផ្ចិត O និង O' ។ រង្វង់ទាំងពីរនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួមមួយ ដែលមានចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង $4cm$ និងមានចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង $1cm$ ដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។





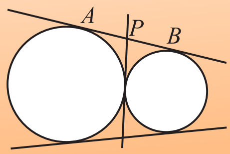
155

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជាទូទៅចំពោះបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ពីរមិនត្រឹមតែជាចំនួនបន្ទាត់ប៉ះរួមប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែថែមទាំងប្រវែងរបស់ពួកគេគឺមានលំហាត់ដូចដែលត្រូវបានបង្ហាញខាងក្រោម។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ក្នុងករណី $r + r' = d$ បន្ទាត់ប៉ះរួមកាត់បន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ នាំឱ្យ



$PA = PB$ តាមរូបខាងឆ្វេង

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាង r និង r' ជាកាំនៃពីររង្វង់។ ពេលដែលរង្វង់ទាំងពីរប៉ះគ្នាខាងក្រៅ នោះ $r + r' = 4$។ នៅពេលដែលវាប៉ះគ្នានៅខាងក្នុង នោះ $r - r' = 1$ ។

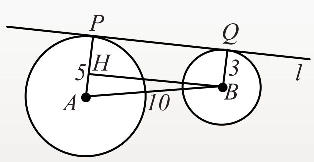
ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ យើងបាន

$r = 2.5$ cmនិង $r' = 1.5$ cm។

ចំណេះដឹងបន្ថែមៈប្រវែងនៃបន្ទាត់ប៉ះរួម

លំហាត់ គេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានកាំស្មើ 5cm និង 3cm មានបន្ទាត់ប៉ះខាងក្រៅរួម l។ចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង 10cm។ តាង P, Q ជាចំណុចប៉ះលើរង្វង់ទាំងពីររៀងគ្នា។ ចូររកប្រវែង PQ?

ចម្លើយ តាង A, B ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំពីររៀងគ្នា និង H ជាជើងនៃចំណោលកែងពី B ទៅ AP។ ដោយ $AB = 10$ និង $AH = 2$ យើងបាន

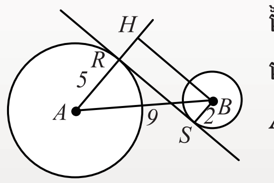


$PQ^2 = HB^2 = AB^2 - AH^2 = 10^2 - 2^2 = 96$។

ដូចនេះ $PQ = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$។

លំហាត់ គេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានកាំស្មើ 5cm និង 2cm មានបន្ទាត់ប៉ះខាងក្នុងរួម l។ ចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង 9cm។ តាង R, S ជាចំណុចប៉ះលើរង្វង់ទាំងពីររៀងគ្នា។ ចូររកប្រវែង RS?

ចម្លើយ តាង A, B ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំពីររៀងគ្នា និង H ជាជើងនៃចំណោលកែងពី B ទៅ AR ដោយ $AB = 9$ និង $AH = 7$ យើងបាន



$RS^2 = HB^2 = AB^2 - AH^2 = 9^2 - 7^2 = 32$។

ដូចនេះ $PQ = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$។

ចម្លើយលំហាត់

1 ក. ដោយ $\angle OTP = 90°$ នាំឱ្យ

$a° = 180° - 90° - 50°$

$= 40°$។

ខ. $a° = \angle OTP = 90°$

ដោយ $\angle TOP = \angle TPO$ នាំឱ្យ

$b° = \frac{180°-90°}{2} = 45°$។

គ. ដោយ $\angle OTP = 90°$ នាំឱ្យ

$b° = 90° - 40° = 50°$ ។

ឃ. ដោយ $\angle OTP = 90°$ នាំឱ្យ

$a° = 90° - 35° = 55°$

ដោយ $\angle OTS = \angle OST$ នាំឱ្យ

$b° = 180° - 2 \times 55° = 70°$ ។

ង. ដោយ $\angle OTP = 90°$ នាំឱ្យ

$a° = 180° - 90° - 65°$

$= 25°$។

$b° = \frac{180°-65°}{2} = 57.5°$ នាំឱ្យ

$c° = 90° - 57.5° = 22.5°$ ។

ច. ដោយ $\angle OAB = \angle OBA$ នាំឱ្យ

$a = \frac{130°}{2} = 65°$

$\angle POT = \angle AOB = 180° -$

$130° = 50°$ នាំឱ្យ

$b = 180° - 90° - 50°$

$= 40°$។

2. ក. $a = b = 90° - 22° = 68°$

នាំឱ្យ $c = \angle TPO = 22°$។

ខ. $a = c = 90°$ នាំឱ្យ

$b = 360° - 90° \times 2 - 42°$

$= 138°$។

គ. $b = 180° - 90° - 25°$

$= 65°$។ ដោយ $OP \perp TV$ នាំឱ្យ

$a = c = 180° - 90° - 65°$

$= 25°$។

ឃ. ដោយ $\angle OTP = 90°$ នាំឱ្យ

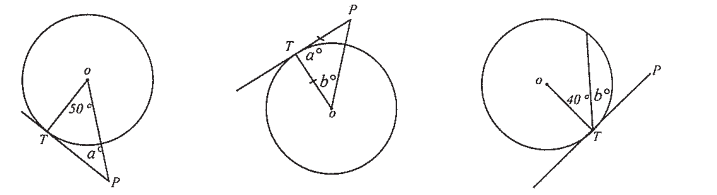
$a = 180° - 90° - 21°$

$= 69°$។

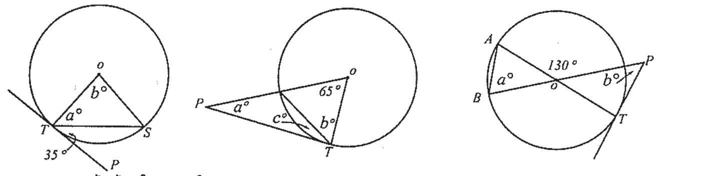
$b = c = \frac{69°}{2} = 34.5°$។

? លំហាត់

1. ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង PT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ។

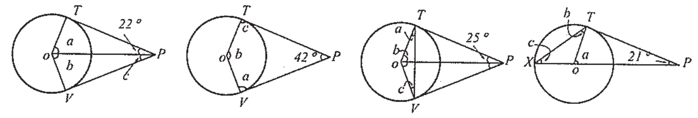


ក. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a ខ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a និងមុំ b គ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ b

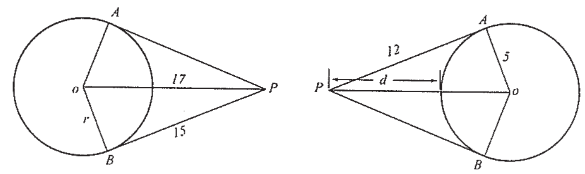


ឃ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a និងមុំ b ង. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a, b និងមុំ c ច. AOT និង BOP ជាបន្ទាត់ត្រង់ ចូររកតម្លៃនៃមុំ a និងមុំ b ។

2. ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមាន PT និង PV ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ T និង V ។រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់ ។



3. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរគណនារង្វាស់កាំ r និងរង្វាស់ d ។ រង្វាស់គិតជា cm ។



156

3. តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគរ យើងបាន

$OP^2 = OB^2 + PB^2$ ក្នុងរូបខាងលើ ខាងឆ្វេង យើងបាន

$r^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 = 8^2$។

នាំឱ្យ $r = 8$។

ដូចគ្នានេះដែរតាមទ្រឹស្តីបទពីតាគរ យើងបាន

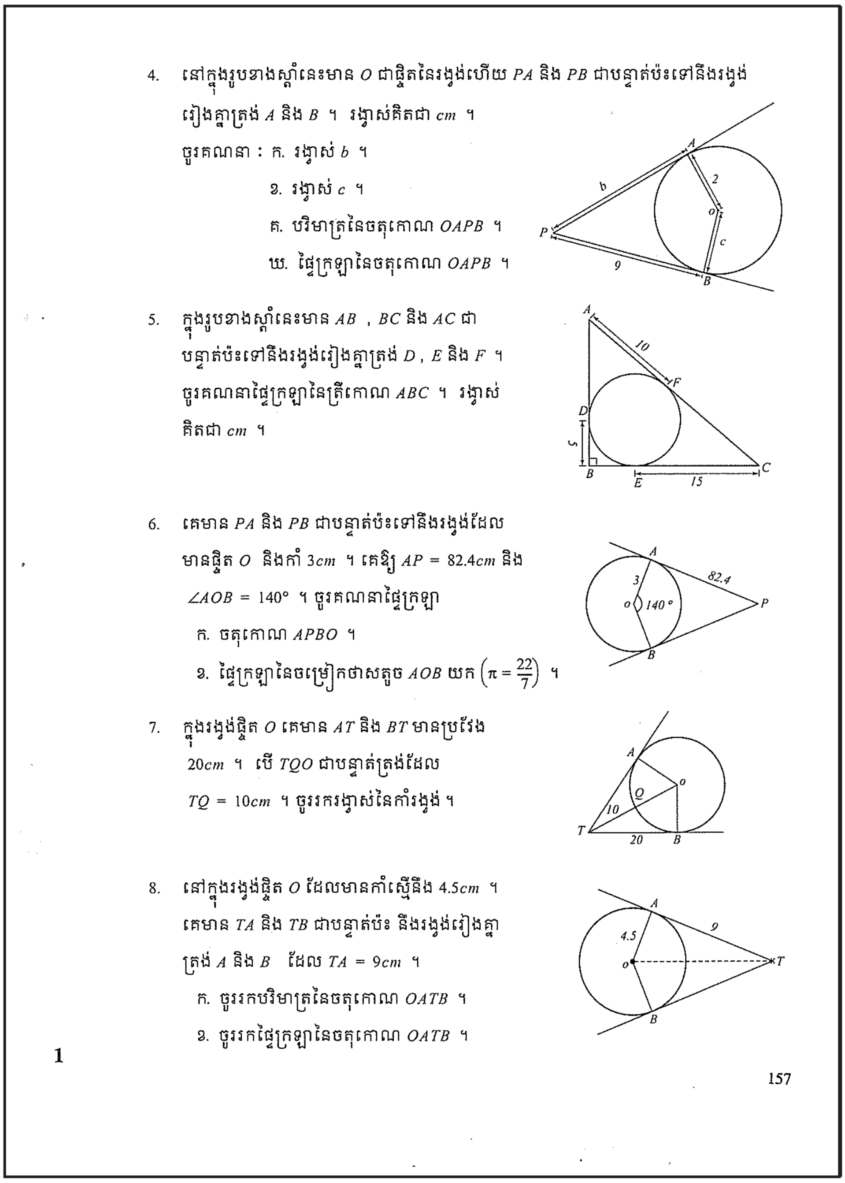
$OP^2 = OA^2 + PA^2$ ក្នុងរូបខាងលើ ខាងស្តាំ

ដោយ $OP = d + 5$ យើងបាន

$(d + 5)^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ ។

នាំឱ្យ $d + 5 = 13$

ដូចនេះ $d = 8$ ។



4. នៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយ PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ។ រង្វាស់គិតជា cm ។
ចូរគណនា : ក. រង្វាស់ b ។
ខ. រង្វាស់ c ។
គ. បរិមាត្រនៃចតុកោណ $OAPB$ ។
ឃ. ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OAPB$ ។

5. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន AB , BC និង AC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ D , E និង F ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ រង្វាស់គិតជា cm ។

6. គេមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ $3cm$ ។ គេឱ្យ $AP = 82.4cm$ និង $\angle AOB = 140°$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា
ក. ចតុកោណ $APBO$ ។
ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសតូច AOB យក $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ ។

7. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមាន AT និង BT មានប្រវែង $20cm$ ។ បើ TQO ជាបន្ទាត់ត្រង់ដែល $TQ = 10cm$ ។ ចូររករង្វាស់នៃកាំរង្វង់ ។

8. នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំស្មើនឹង $4.5cm$ ។ គេមាន TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះ នឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដែល $TA = 9cm$ ។
ក. ចូររកបរិមាត្រនៃចតុកោណ $OATB$ ។
ខ. ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OATB$ ។

1

157

ចម្លើយលំហាត់

4. ក. ដោយ $PA = PB$, $b = 9$
ខ. ដោយ $OA = OB$, $c = 2$
គ. $2(9 + 2) = 22$
ឃ. ផ្ទៃក្រឡានៃ $OAPB$
$= 2 \times \Delta OPA$
$= 2 \times \frac{1}{2} \times 9 \times 2 = 18.$

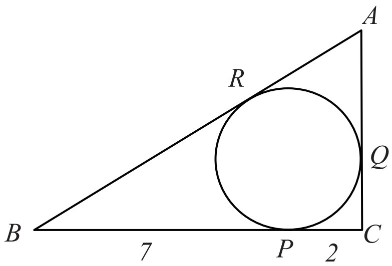
5. ដោយ $AD = AF = 10,$
$AB = 10 + 5 = 15$ ដូចគ្នាដែរ
$BC = 5 + 15 = 20$
ដូចនេះ $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 20$
$= 150\text{ cm}^2$ ។

6. ប្រវែងនៃ AP ត្រូវតែជា 8.24 ជំនួស 82.4 ចំពោះ $\angle AOB = 140°$
ក. ផ្ទៃក្រឡានៃ $APBO$
$= 2 \times \Delta OAP$
$= 2 \times \frac{1}{2} \times 8.24 \times 3$
$= 24.72\text{ cm}^2$
ខ. ដោយ $\angle AOB = 140°$
នោះផ្ទៃក្រឡា $= 3^2\pi \times \frac{140}{360}$
$= 9 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{18}$
$= 11\text{ cm}^2$

7. លំហាត់នេះដូចគ្នានឹងលំហាត់ប្រតិបត្តិទំព័រទី 150
8. លំហាត់នេះដូចគ្នានឹងលំហាត់ទី 4 ខាងលើ និងមិនត្រូវការដោះស្រាយទេ
A. $2(9 + 4.5) = 27$
B. $2 \times \frac{1}{2} \times 9 \times 4.5 = 40.5\text{ cm}^2$ ។

លំហាត់បន្ថែម (មើលរូបខាងស្តាំ)

តាង ΔABC ជាត្រីកោណកែង ដែល $\angle C = 90°$។ រង្វង់ចារឹកក្នុងប៉ះជ្រុង BC ត្រង់ P។
បើ $BP = 7$ cm និង $PC = 2$ cm ។ ចូររកប្រវែងជ្រុង AB និង AC។



ចម្លើយ តាង Q, R គឺជាចំណុចប៉ះជ្រុង AC, AB រៀងគ្នា។ នោះយើងបាន $BR = BP = 7$ និង $QC = PC = 2$ ។ បើយើងយក $AQ = AR = x$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ យើងបាន

$$(x + 7)^2 = (x + 2)^2 + 9^2$$

ដោះស្រាយសមីការខាងលើ យើងបាន $x = 3.6$ ។
ដូចនេះ $AB = 10.6$ cm, $AC = 5.6$ cm ។

ចម្លើយលំហាត់

9. តាមសម្មតិកម្ម យើងបាន

$CB = CD, CB \perp CD,$

$DA = DC, DA \perp DC.$

និង $AB = BC = AD = 4$ cm ។

(កាំរង្វង់តែមួយ)។

ដូចនេះ $ABCD$ គឺជាការេដែលមានជ្រុងស្មើ 4cm។

ផ្ទៃក្រឡា $= 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

10. ក. ដោយ $\angle TAO = \angle TBO = 90°$, $\angle AOB = 360° - 60° - 90° \times 2 = 120°$

ខ. ដោយ $\angle AOB = 120°$ នាំឱ្យ

ផ្ទៃក្រឡា$= 5^2\pi \times \frac{120}{360}$

$= 25 \times \dfrac{22}{7} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{550}{21}$

$= 26.2 \text{ cm}^2$

11. OA ជាកាំរង្វង់ធំដែល $OA = 10$

OT ជាកាំរង្វង់តូចដែល $OT = 8$

នោះតាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ យើងបាន $AT^2 = OA^2 - OT^2 = 10^2 - 8^2 = 36 = 6^2$ ។

នាំឱ្យ $AT = 6$

ដូចនេះ $AB = 2 \times 6 = 12$ cm

12. ដោយ MA និង MB ជាបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពី M ទៅរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O។ $MA = MB$

ដូចគ្នានេះដែរ $MB = MC$ ចំពោះរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O′។ ដូចនេះ

$MA = MC$ ។

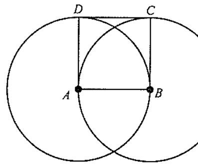
13. ក. ដោយ G គឺជាចំណុចប៉ះ

$\angle EGH = 90°$..

ខ. $\angle EHG = 180° - 90° - 22° = 68°$។ ដោយ ΔHJG គឺជាត្រីកោណកែង

$\angle HGF = 180° - \angle HJG - \angle JHG = 180° - 90° - 68° = 22°$។

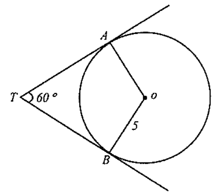
9. នៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានផ្ចិត A និង B ហើយមានរង្វាស់កាំស្មើគ្នា $4cm$ ។ ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត A មាន CB និង CD ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ B និង D ។ ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត B មាន DA និង DC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង C ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABCD$ ។



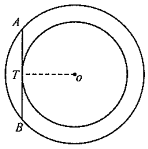
10. TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំស្មើនឹង $5cm$ ។ បើ $\angle ATB = 60°$ ចូរគណនា

ក. $\angle AOB$ ។

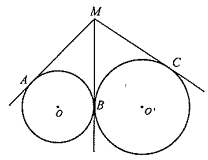
ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសតូច AOB $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ ។



11. រង្វង់ពីរមានផ្ចិតរួម O មានកាំ $8cm$ និង $10cm$ ។ AB ជាអង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់ធំហើយប៉ះរង្វង់តូចត្រង់ T ។ ចូរគណនា AB ។ (ណែនាំ : គូស OA និង OB)



12. គេមាន MA , MB និង MC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O និងផ្ចិត O' ។ ចូរបង្ហាញថា $MA = MC$ ។



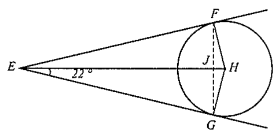
13. EF និង EG ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត H ។

គេមាន $\angle JEF = 22°$ ។ ចូរគណនា ។

ក. $\angle EGH$

ខ. $\angle HGF$

គ. $\angle FGE$ ។

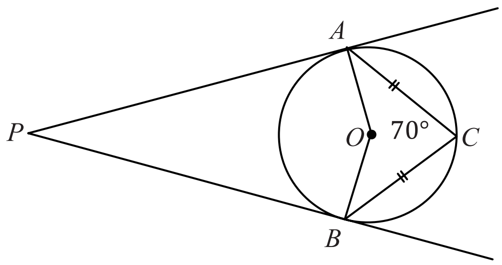


158

លំហាត់ បន្ថែម

PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពី P ទៅរង្វង់ នោះ $AC = BC$ និង $\angle ACB = 70°$។

ចូររករង្វាស់មុំ $\angle P$?



ចម្លើយ

OC គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle ACB$ ពីព្រោះយើងអាចស្រាយថា $\Delta OAC \equiv \Delta OBC$ តាមករណី (ជ.ជ.ជ)។ បន្ទាប់មក យើងទាញបាន $\angle OAC = \angle OCA = \frac{70°}{2} = 35°$។

នាំឱ្យ $\angle PAC = 90° + 35° = 125°$ ។

ដូចនេះ $\angle P = 360° - 2 \times 125° - 70° = 40°$

ប្រើចំណេះដឹងមេរៀនបន្ទាប់ ។ $\angle AOB = 2 \times 70° = 140°$ យើងអាចប្រើមុំនេះ ដើម្បីរករង្វាស់មុំ $\angle P$)

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

តើយើងអាចមើលឃើញចម្ងាយប៉ុណ្ណា?

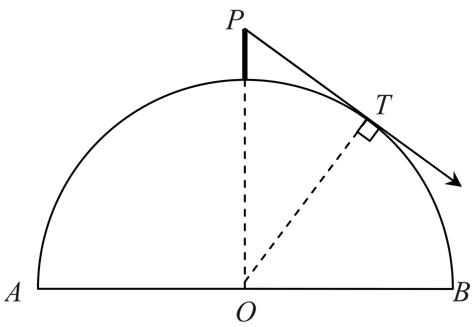
ពេលដែលយើងបានឡើងភ្នំ ឬឡើងទៅនៅលើកំពូលនៃអាគារដែលខ្ពស់មួយ យើងអាចមើលឃើញទិដ្ឋភាពនៃទីកន្លែងណាមួយដែលនៅឆ្ងាយពីយើង។ ទោះបីជាយ៉ាងណាជាការពិតយើងមិនអាចមើលឃើញប្រទេសដទៃដូចជាប្រទេសជប៉ុន ឬអាមេរិកបានទេពីប្រទេសកម្ពុជា។ តើចម្ងាយប៉ុណ្ណាដែលយើងអាចមើលឃើញពីកំពូលនៃភ្នំមួយ ឬអគារមួយ?

លំហាត់

តើយើងអាចមើលឃើញចម្ងាយប៉ុណ្ណាពីកំពូលនៃអគារដែលមានកម្ពស់ 100 ម៉ែត្រ?

ចម្លើយ

ដោយរូបរាងនៃផែនដីគឺមានរាងមូលដែលយើងអាចចាត់ទុកទីតាំងនៃផ្នែកខាងលើនៃអគារជាចំណុច P នៅចុងនៃបន្ទាត់ដាក់នៅលើកំពូលនៃកន្លះរង្វង់ និងកាត់កែងទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិត AB ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ។ បន្ទាប់មកយើងអាចសង្កេតឃើញថា



ចំណុចឆ្ងាយបំផុតនៃផែនដីដែលយើងអាចមើលឃើញពីចំណុច P ដែលនេះគឺជាចំណុចប៉ះ T នៃបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពីចំណុច P ។ ចំណុចផ្សេងទៀតដែលនៅលើដី ដែលនៅឆ្ងាយជាង T ជាចំណុចដែលមិនអាចមើលឃើញ ព្រោះថាត្រូវបាំងដោយផែនដី។ ដែនកំណត់នៃចម្ងាយនេះគឺជាប្រវែងរបស់បន្ទាត់ប៉ះ PT ដែលគេអាចគណនាបានដោយប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករដូចដែល $PT^2 = OP^2 - OT^2$។

ឥឡូវនេះយើងអនុវត្តតម្លៃពិតប្រាកដទៅនឹងរូបមន្តខាងលើ។ ដោយកាំមធ្យម (កាំដែលប្រែប្រួលបន្តិចបន្តួចពីកន្លែងមួយទៅកន្លែងមួយទៀត) នៃផែនដីគឺមានតម្លៃប្រហែល 6371km, $OT = 6371$ និង $OP = 6371.1$ប្រវែងគិតជា km។ នោះ

$$PT = \sqrt{(6371.1)^2 - (6371)^2} = \sqrt{1274.21} \cong 35.7$$

យើងអាចមើលឃើញចម្ងាយ 35.7km ពីកំពូលអាគារកម្ពស់ 100m។

ជាទូទៅ

តាង R ជាកាំនៃផែនដី និង a ជាកម្ពស់ពីផែនដី។ ដូចគ្នានេះនឹងខាងលើដែរ

$$PT = \sqrt{(R+a)^2 - R^2} = \sqrt{2Ra + a^2} \cong \sqrt{2Ra}$$

ការប៉ាន់ប្រមាណត្រូវបានទទួល ដោយសារតែ a^2 គឺតូចជាង $2Ra$ ខ្លាំងណាស់អាចចោលបាន។

បើ $R = 6371$ នោះ $\sqrt{2Ra} \cong 112.9\sqrt{a}$ នាំឱ្យវ៉ាង់នៃការមើលឃើញរបស់យើងត្រូវតែសមាមាត្រទៅនឹងឫសការេនៃកម្ពស់នៃទីតាំងរបស់យើង។ ឧទាហរណ៍

$a = 1.5\text{m}$ (កម្ពស់មនុស្ស) $\longrightarrow a = 0.0015\text{km} \rightarrow 112.9\sqrt{a} \cong 4.4$ km។

$a = 829\text{m}$ (កម្ពស់អាគារ) $\longrightarrow a = 0.829\text{km} \rightarrow 112.9\sqrt{a} \cong 103$ km។

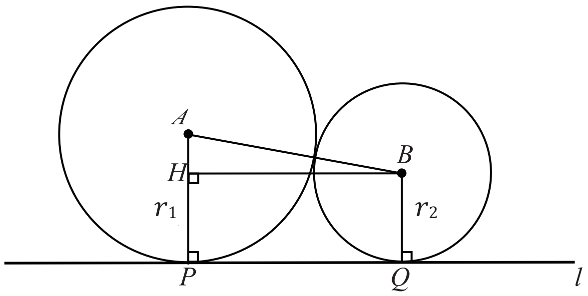
$a = 10000\text{m}$ (ពី យន្តហោះមួយ) $\longrightarrow a = 10\text{km} \rightarrow 112.9\sqrt{a} \cong 357$ km។

លំដាប់នៃរង្វង់ប៉ះគ្នា

រង្វង់ប៉ះគ្នាខាងក្រៅទៅវិញទៅមក គឺត្រូវបានប្រើជាញឹកញាប់នៅក្នុងការរចនា។ ម្យ៉ាងទៀតទំនាក់ទំនងនៃកាំក៏គួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍សម្រាប់គណិតវិទ្យាផងដែរ។

លំហាត់ទី 1

ឧបមាថាយើងមានរង្វង់ទាំងពីរប៉ះគ្នាខាងក្រៅ និងបន្ទាត់l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅនៃរង្វង់ទាំងពីរដូចដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម។ តាង r_1 និង r_2 ជាកាំរបស់រង្វង់ទាំងពីរនេះ ហើយតាង A និង B ជាផ្ចិតរៀងគ្នា ដែល $r_1 > r_2$។



P និង Q ជាចំណុចប៉ះខាងក្រៅរង្វង់រៀងគ្នា និង H ជាជើងនៃបន្ទាត់កាត់កែងដែលគូសចេញពី B ទៅ AP។ គណនាប្រវែងនៃបន្ទាត់ប៉ះរួម PQ ។

ចម្លើយ

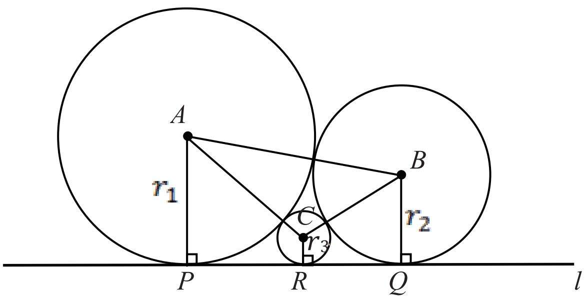
ដោយ $AB = r_1 + r_2$ និង $AH = r_1 - r_2$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ យើងបាន

$BH^2 = AB^2 - AH^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2 = (r_1{}^2 + 2r_1r_2 + r_2{}^2) - (r1^2 - 2r_1r_2 + r_2{}^2)$

$= 4r_1r_2$ ។ ដូចនេះ ប្រវែងនៃបន្ទាត់ប៉ះគឺ $PQ = BH = 2\sqrt{r_1r_2}$

លំហាត់ទី 2

គេឱ្យរង្វង់បីដែលមានកាំ r_1, r_2 និង r_3 ហើយវាប៉ះគ្នា និងប៉ះរួមនឹងបន្ទាត់ប៉ះ l ដូចដែលបង្ហាញខាងក្រោម។ចូររកទំនាក់ទំនងរវាងកន្សោម r_3 ជាអនុគមន៍ r_1, r_2 ។



ចម្លើយ

តាង A, B, និង C ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងបី និង P, Q និង R ជាចំណុចប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់ប៉ះរួម l។

តាមលទ្ធផលនៃលំហាត់ទី 1 យើងបាន សមភាពបីដូចខាងក្រោម៖

$$PQ = 2\sqrt{r_1r_2}, \quad PR = 2\sqrt{r_1r_3}, \quad QR = 2\sqrt{r_2r_3}$$

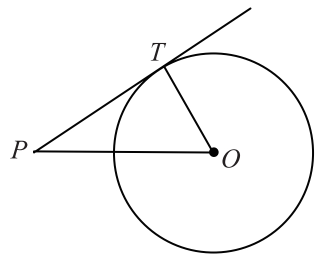
ដោយ $PQ = PR + QR$ នាំឱ្យ $\sqrt{r_1r_2} = \sqrt{r_1r_3} + \sqrt{r_2r_3}$ ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $\sqrt{r_1r_2r_3}$ ចុងបញ្ចប់យើងបានរូបមួយគឺ:

$$\frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}$$

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ រង្វង់ និងបន្ទាត់ (1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

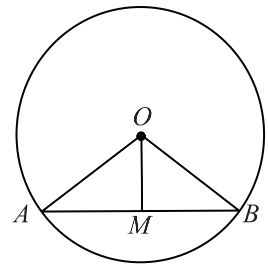
*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ក្នុងរូបខាងស្តាំគេឱ្យ O គឺជាផ្ចិតរង្វង់ដែលមានកាំស្មើនឹង 6cm។ បន្ទាត់ PT ប៉ះរង្វង់ O ត្រង់ T និង $OP = 10$ cm ។ រកប្រវែង PT នៃបន្ទាត់ប៉ះខាងក្រៅដែលគូសចេញពី P នៅខាងក្រៅរង្វង់។
(10 ពិន្ទុ)



(a) 4 cm (b) 6 cm (c) 8 cm (d) 10 cm

2. ក្នុងរូបខាងស្តាំគេឱ្យ O គឺជាផ្ចិតរង្វង់ដែលមានកាំស្មើនឹង $2\sqrt{2}$ cm។ AB គឺជាអង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់ដែលមានប្រវែង 4 cm។ តាង M ជាចំណុចកណ្តាលអង្កត់ធ្នូ AB។



(1) ចូររកប្រវែងនៃ OM ? (10 ពិន្ទុ)

(a) $\sqrt{2}$ cm (b) 2 cm (c) $2\sqrt{2}$ cm (d) 4 cm

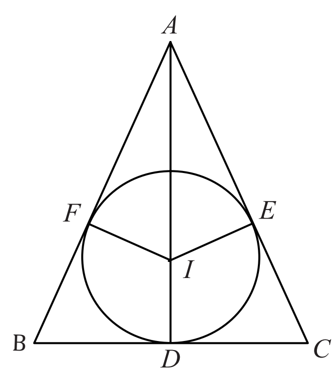
(2) ចូររករង្វាស់នៃមុំ $\angle AOM$? (5 ពិន្ទុ)

(a) 45° (b) 60° (c) 75° (d) 90°

(3) ចូររកប្រវែងនៃធ្នូ AB ? (5 ពិន្ទុ)

(a) π (b) $\sqrt{2}\pi$ (c) $\frac{4}{3}\sqrt{2}\pi$ (d) $2\sqrt{2}\pi$

3. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ΔABC ដែល $AB = AC = 13$ cm និង $BC = 10$ cm។ តាង I ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ΔABC ត្រង់ D, E និង F ដូចរូបដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបខាងឆ្វេង។



(1) ចូររកប្រវែងនៃកម្ពស់ AD? (10 ពិន្ទុ)

(a) 6 cm (b) 8 cm (c) 10 cm (d) 12 cm

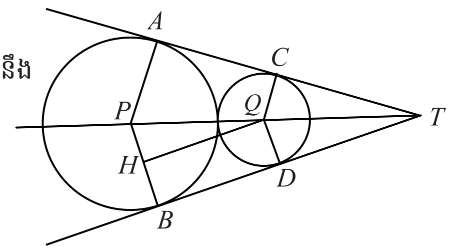
(2) ចូររកប្រវែងនៃ AE? (5 ពិន្ទុ)

(a) 3 cm (b) 6 cm (c) 8 cm (d) 10 cm

(3) ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករលើ ΔAEI ។ ចូររកកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុង?
(កំណត់យកកាំ r) (10 ពិន្ទុ)

(a) $\frac{5}{2}$ cm (b) $\frac{10}{3}$ cm (c) $\frac{15}{4}$ cm (d) 4 cm

4. គេឱ្យរង្វង់ពីរប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់មួយចំណុច។ Pគឺជាផ្ចិតរង្វង់ធំ និងមានកាំស្មើនឹង 4cm ហើយ Q គឺជាផ្ចិតរង្វង់តូច និងមានកាំស្មើនឹង 2cm។ AT និង BT គឺជាបន្ទាត់ប៉ះរួមដែលប៉ះត្រង់ចំណុច A, B និង C, D។ តាង H គឺជាជើងចំណោលកែងដែលគូសចេញពី Q ទៅ PB។



(1) ចូររកប្រវែងនៃ PQ? (5 ពិន្ទុ)

(a) 4 cm (b) 5 cm (c) 6 cm (d) 7 cm

(2) ចូររកប្រវែងនៃ PH? (5 ពិន្ទុ)

(a) 1 cm (b) 2 cm (c) 3 cm (d) 4 cm

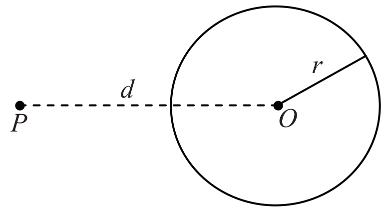
(3) ចូររកប្រវែងនៃ QH? (5 ពិន្ទុ)

(a) $\sqrt{2}$ cm (b) $2\sqrt{2}$ cm (c) $3\sqrt{2}$ cm (d) $4\sqrt{2}$ cm

(4) ចូររកប្រវែងនៃ AT? (10 ពិន្ទុ)

(a) $4\sqrt{2}$ cm (b) $6\sqrt{2}$ cm (c) $8\sqrt{2}$ cm (d) $10\sqrt{2}$ cm

5. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ r ។
P ជាចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ d ពីផ្ចិត O ។ គេចង់គូររង្វង់មួយទៀត កាត់តាមចំណុច P និងប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O។ បើផ្ចិត O រត់នៅលើ បន្ទាត់ OP ចូររកកាំ x ដែលធ្វើឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O នៅក្នុងរង្វង់ក្រោយមកទៀតក្នុងករណីដូចខាងក្រោម៖



(1) $r = 5,\ d = 9$ (10 ពិន្ទុ)

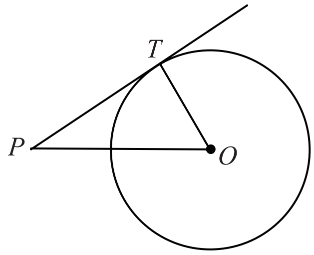
(a) 2 cm (b) 4 cm (c) 7 cm (d) 14 cm

(2) $r = 8,\ d = 2$ (10 ពិន្ទុ)

(a) 3 cm (b) 5 cm (c) 6 cm (d) 10 cm

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ក្នុងរូបខាងស្តាំគេឱ្យ O គឺជាផ្ចិតរង្វង់ដែលមានកាំស្មើនឹង 6cm។ បន្ទាត់ PT ប៉ះរង្វង់ O ត្រង់ T និង $OP = 10$ cm។ រកប្រវែង PT នៃបន្ទាត់ប៉ះខាងក្រៅដែលគូសចេញពី P នៅខាងក្រៅរង្វង់។
(10 ពិន្ទុ)



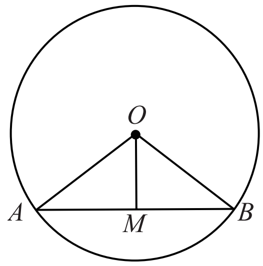
(a) 4 cm (b) 6 cm (c) 8 cm (d) 10 cm

ចម្លើយ
ដោយ $\angle OTP = 90°$ នាំឱ្យ $PT^2 = OP^2 - OT^2 = 10^2 - 6^2 = 64 = 8^2$
ចម្លើយ៖ (c) 8 cm

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

2. ក្នុងរូបខាងស្តាំគេឱ្យ O គឺជាផ្ចិតរង្វង់ដែលមានកាំស្មើនឹង $2\sqrt{2}$ cm។ AB គឺជាអង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់ដែលមានប្រវែង 4 cm ។ តាង M ជាចំណុចកណ្តាលអង្កត់ធ្នូ AB



(1) ចូររកប្រវែងនៃ OM? (10 ពិន្ទុ)

(a) $\sqrt{2}$ cm (b) 2 cm (c) $2\sqrt{2}$ cm (d) 4 cm

(2) ចូររករង្វាស់នៃមុំ $\angle AOM$ (5 ពិន្ទុ)

(a) 45° (b) 60° (c) 75° (d) 90°

(3) ចូររកប្រវែងនៃធ្នូ AB (5 ពិន្ទុ)

(a) π (b) $\sqrt{2}\pi$ (c) $\frac{4}{3}\sqrt{2}\pi$ (d) $2\sqrt{2}\pi$

ចម្លើយ

(1) ដោយ $OM \perp AB$, $OM^2 = OA^2 - AM^2 = (2\sqrt{2})^2 - 2^2 = 8 - 4 = 4$ (តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ) ដូចនេះ $OM = 2$

ចម្លើយ៖ (b) 2 cm

(2) ដោយ $OM = AM = 2$ និង $OM \perp AM$ នាំឱ្យ ΔOAM ជាត្រីកោណកែងសមបាត នាំឱ្យ $\angle AOM = 45°$ ។

ចម្លើយ៖ (a) 45°

(3) $\angle AOB = 2\angle AOM = 90°$ នាំឱ្យ $\overset{\frown}{AB} = 2 \times 2\sqrt{2} \times \pi \times \frac{90}{360} = \sqrt{2}\pi$

ចម្លើយ៖ (b) $\sqrt{2}\,\pi$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

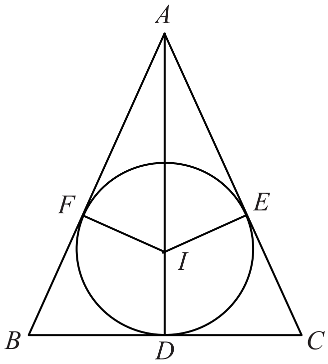
សម្រាប់ (2) និង (3)

5 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

---

3. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ΔABC ដែល $AB = AC = 13$ cm និង $BC = 10$ cm។ តាង I ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ΔABC ត្រង់ D, E និង F ដូចរូបដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបខាងឆ្វេង។



(1) ចូររកប្រវែងនៃកម្ពស់ AD? (10 ពិន្ទុ)

(a) 6 cm (b) 8 cm (c) 10 cm (d) 12 cm

(2) ចូររកប្រវែងនៃAE? (5 ពិន្ទុ)

(a) 3 cm (b) 6 cm (c) 8 cm (d) 10 cm

(3) ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករលើ ΔAEI ។ ចូររកកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុង?
(កំណត់យកកាំ r) (10 ពិន្ទុ)

(a) $\frac{5}{2}$ cm (b) $\frac{10}{3}$ cm (c) $\frac{15}{4}$ cm (d) 4 cm

ចម្លើយ

(1) ដោយ $BD=5$ នាំឱ្យ $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2$ ដូចនេះ $AD=12$ ។

ចម្លើយ៖ (d) 12 cm

(2) ដោយ $CE = CD = 5$ នាំឱ្យ $AE = AC - CE = 13 - 5 = 8$

ចម្លើយ៖ (c) 8 cm

(3) តាង r ជាកាំ នោះ $AI = AD - ID = 12 - r$ នាំឱ្យ ក្នុង ΔAEI យើងបាន $AI^2 = AE^2 + EI^2$ ឬ $(12-r)^2 = 8^2 + r^2$ ។ ដោះស្រាយសមីការយើងបាន $r = \frac{10}{3}$

ចម្លើយ៖ (b) $10/3$ cm

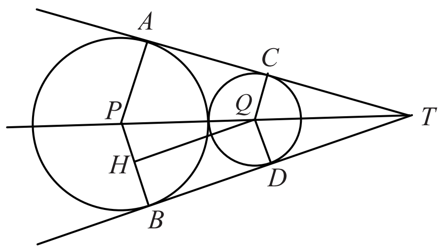
ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)និង (3)

10 ពិន្ទុ =ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

5 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

4. គេឱ្យរង្វង់ពីរប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់មួយចំណុច។ Pគឺជាផ្ចិតរង្វង់ធំ និងមានកាំស្មើនឹង 4cm ហើយ Q គឺជាផ្ចិតរង្វង់តូច និងមានកាំស្មើនឹង 2cm។ AT និង BT គឺជាបន្ទាត់ប៉ះរួមដែលប៉ះត្រង់ចំណុច A, B និង C, D។ តាង H គឺជាជើងចំណោលកែងដែលគូសចេញពី Q ទៅ PB។



(1) ចូររកប្រវែងនៃPQ? (5 ពិន្ទុ)

(a) 4 cm (b) 5 cm (c) 6 cm (d) 7 cm

(2) ចូររកប្រវែងនៃPH? (5 ពិន្ទុ)

(a) 1 cm (b) 2 cm (c) 3 cm (d) 4 cm

(3) ចូររកប្រវែងនៃ QH? (5 ពិន្ទុ)

(a) $\sqrt{2}$ cm (b) $2\sqrt{2}$ cm (c) $3\sqrt{2}$ cm (d) $4\sqrt{2}$ cm

(4) ចូររកប្រវែងនៃ AT? (10 ពិន្ទុ)

(a) $4\sqrt{2}$ cm (b) $6\sqrt{2}$ cm (c) $8\sqrt{2}$ cm (d) $10\sqrt{2}$ cm

ចម្លើយ

(1) ដោយ PQ គឺជាផលបូកកាំពីរ នាំឱ្យ $PQ = 4 + 2 = 6$

ចម្លើយ៖ (c) 6 cm

(2) ដោយ PH គឺជាផលសងនៃកាំពីរ នាំឱ្យ $PH = 4 - 2 = 2$

ចម្លើយ៖ (b) 2 cm

(3) ដោយ ΔPQH គឺជាត្រីកោណកែង នាំឱ្យ $QH^2 = PQ^2 - PH^2 = 6^2 - 2^2 = 32$

ដូចនេះ $QH = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$។

ចម្លើយ៖ (d) $4\sqrt{2}$ cm

(4) $AC = BD = QH = 4\sqrt{2}$។ ដោយ $AP = 4$, $CQ = 2$ និង $AP \parallel CQ$ នាំឱ្យ យើងអាចប្រើទ្រឹស្តីបទចំណុចកណ្ដាល យើងបាន $AT = 2AC = 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

ចម្លើយ៖ (c) $8\sqrt{2}$ cm

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1) , (2) និង និង (3)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

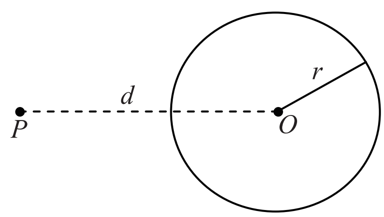
0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (4)

5 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

5. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ r ។
P ជាចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ d ពីផ្ចិត O ។ គេចង់គូររង្វង់មួយទៀតកាត់តាមចំណុច P និងប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ។ បើផ្ចិត O រត់នៅលើ បន្ទាត់OP ចូររកកាំ x ដែលធ្វើឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O នៅក្នុងរង្វង់ក្រោយមកទៀតក្នុងករណីដូចខាងក្រោម៖



(1) $r = 5,\ d = 9$ (10ពិន្ទុ)

(a) 2 cm (b) 4 cm (c) 7 cm (d) 14 cm

(2) $r = 8,\ d = 2$ (10 points)

(a) 3 cm (b) 5 cm (c) 6 cm (d) 10 cm

ចម្លើយ

ក្នុងពីរករណី យើងបានអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់បន្ទាប់ត្រូវតែ $r + d$ (សូមមើលរូបខាងក្រោម)

(1) ដោយ $2x = r + d = 5 + 9 = 14, x = 7$

ចម្លើយ៖ (c) 7 cm

(2) ដោយ $2x = r + d = 8 + 2 = 10, x = 5$

ចម្លើយ៖ (b) 5 cm

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1) , (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 25	សិស្សទាំងនេះខ្វះខាតនៅក្នុងការយល់ដឹងពីលក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងជាទ្រឹស្តីបទនៃរង្វង់ និងបន្ទាត់ និងត្រូវការរំលឹកឡើងវិញនៃចំណេះដឹងមូលដ្ឋាននេះយ៉ាងហ្មត់ចត់។
30 – 45	សិស្សទាំងនេះប្រហែលជាបានយល់ពីលក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងរបៀបប្រើប្រាសវានៅក្នុងរង្វង់ និងបន្ទាត់ប៉ុន្តែពួកគេមិនអាចអនុវត្តចំណេះដឹងនៅក្នុងស្ថានភាពផ្សេងគ្នា។ ពួកគេត្រូវការធ្វើលំហាត់កម្រិតស្តង់ដារកាន់តែច្រើនថែមទៀត។
50– 75	សិស្សទាំងនេះមានចំណេះដឹង និងជំនាញជាមូលដ្ឋាននៅកម្រិតថ្នាក់ទី ៩ ប៉ុន្តែពេលខ្លះមានការលំបាកក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ដែលមានភាពស្មុគស្មាញ។ ពួកគេត្រូវពង្រឹងនូវជំនាញរបស់ពួកគេតាមរយៈការធ្វើលំហាត់ជាច្រើនទៀត។
80–100	សិស្សទាំងនេះត្រូវបានទទួលស្គាល់ថាមានកម្រិតចំណេះដឹងនិងគ្រប់គ្រាន់ និងមានជំនាញអំពីការដោះស្រាយលំហាត់លើបន្ទាត់ និងរង្វង់។ ពួកគេត្រូវបានទទួលស្គាល់ថាអាចរៀបចំដើម្បីបន្តទៅមេរៀនធរណីមាត្របន្ទាប់ទៀត។

មេរៀនទី 14 លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

វត្ថុបំណង

បើយោងតាមសៀវភៅសិក្សាគោល វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 14 "លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់" ត្រូវបានបង្ហាញដូចខាងក្រោមៈ

- គណនាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់មួយបានត្រឹមត្រូវ
- បង្ហាញលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ
- គណនាមុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ
- គណនាមុំក្នុង និងមុំក្រៅរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ
- គណនាមុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ និងអង្កត់ធ្នូបានត្រឹមត្រូវ។

នៅក្នុងមេរៀនមុន លក្ខណៈមួយចំនួននៃរង្វង់ និងបន្ទាត់ ត្រូវបានបង្ហាញនិងប្រើប្រាស់ដើម្បីបង្ហាញពីសំណើនានា។ ជាពិសេសយើងបានប្រើការពិតដែលថាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់គឺត្រូវតែកែងទៅនឹងកាំ។ ក្នុងផ្នែកនេះយើងផ្តោតតែទៅលើមុំដែលបានបង្កើតឡើងដោយកាំពីរត្រង់ផ្ចិត និងដោយអង្កត់ធ្នូពីរត្រង់បរិមាត្រនៃរង្វង់មួយ។ មានទំនាក់ទំនងដែលគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍ជាច្រើនដែល ក្នុងចំណោមមុំដែលបានបង្កើតឡើងដោយកាំអង្កត់ធ្នូ និងបន្ទាត់ប៉ះ។ នៅក្នុងមេរៀននេះផងដែរ វាមានសារៈសំខាន់ខ្លាំងណាស់ក្នុងការរកលក្ខណៈគូររូបពិត និងដើម្បីបង្ហាញពីលក្ខណៈបែបតក្កដោយផ្អែកទៅលើលក្ខខណ្ឌ។

ផែនការបង្រៀន

បើយោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀនទី 14 "លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់" នេះប្រើរយៈពេលបង្រៀនចំនួន 18 ម៉ោង ដែលក្នុងនោះ 16ម៉ោង សម្រាប់ការបង្រៀន និង 2 ម៉ោង សម្រាប់លំហាត់។ កាលវិភាគនៃមេរៀននេះត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងតារាងទី 1 ខាងក្រោម។ ទោះយ៉ាងណាគ្រូអាចបត់បែន ផ្លាស់ប្តូរចំនួនម៉ោងក្នុងការបង្រៀនតាមកម្រិតនៃការយល់ដឹងរបស់សិស្ស និងផែនការបង្រៀនប្រចាំឆ្នាំរបស់សាលា។

តារាងទី 1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀន មេរៀន លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀន	ទំព័រ
1	1. មុំផ្ចិត	159-160
5	2. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់	160-167
(1)	2.1. និយមន័យ	160-161
(1)	2.2. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់និងធ្នូ	161-162
(1)	2.3. មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូតែមួយ	162-164
(2)	2.4. មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់	164-167
2	3. មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់	167-169
2	4. មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់	169-171
2	5. មុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់	171-173
2	6. មុំដែលមានកំពូលមិននៅលើរង្វង់	173-175
(1)	6.1. មុំក្នុងរង្វង់	173-174
(1)	6.2. មុំក្រៅរង្វង់	174-175
2	7. មុំដែលផ្គុំឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូ	175-178
2	លំហាត់	178-180

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

តារាងទី 2 ខាងក្រោមនឹងបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងរង្វាយតម្លៃ។ គ្រូត្រូវបង្រៀននឹងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាង។

តារាងទី 2 ផែនការបង្រៀន និងរង្វាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1	កំណត់លក្ខណៈ មុំផ្ចិត	● សង់មុំផ្ចិត និងធ្នូរួចសង្កេតទំនាក់ទំនងនេះ។	● សិស្សអាចពន្យល់ទំនាក់ទំនងរវាង មុំផ្ចិត និងធ្នូបានត្រឹមត្រូវ។
2-6	កំណត់លក្ខណៈ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់	● សង់មុំចារឹកក្នុង និងមុំផ្ចិតដែលស្កាត់ដោយធ្នូរួម ● បង្ហាញមុំចារឹកក្នុង ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលមុំ ផ្ចិតស្កាត់ដោយធ្នូរួម ● បង្ហាញមុំចារឹកក្នុងស្កាត់ដោយធ្នូរួមជាមុំប៉ុនគ្នា។	● សិស្សអាចពន្យល់ និងបង្ហាញ លក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងដោយប្រើ ទំនាក់ទំនងមុំផ្ចិតបានត្រឹមត្រូវ។
7-8	កំណត់លក្ខណៈ មុំចារឹកកន្លះរង្វង់	● បង្ហាញមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ ស្មើនឹងមុំកែង ● ប្រើលក្ខណៈមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗ។	● សិស្សអាចពន្យល់ និងប្រើលក្ខណៈ មុំចារឹកកន្លះរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ។
9-12	កំណត់លក្ខណៈ ចតុកោណចារឹកក្នុង រង្វង់	● បង្ហាញគូមុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ជាមុំបន្ថែមគ្នា ● បង្ហាញគូមុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ស្មើនឹងមុំឈមចារឹកក្នុង ● ប្រើលក្ខណៈនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗ។	● សិស្សអាចពន្យល់ និងប្រើលក្ខណៈ នៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់បាន ត្រឹមត្រូវ។
13-14	កំណត់លក្ខណៈនៃមុំ ក្នុង និងក្រៅរង្វង់	● បង្ហាញមុំក្នុងរង្វង់ស្មើនឹងកន្លះផលបូកធ្នូស្កាត់នៃមុំក្នុងនោះ និងបង្ហាញមុំក្រៅរង្វង់ស្មើនឹងកន្លះផលដកធ្នូស្កាត់នៃមុំក្រៅនោះ។	● សិស្សអាចពន្យល់ និងប្រើលក្ខណៈ នៃមុំក្នុង និងក្រៅរង្វង់បានត្រឹមត្រូវ។
15-16	កំណត់លក្ខណៈមុំ ដែលផ្គុំឡើងដោយ បន្ទាត់ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូ	● បង្ហាញមុំដែលផ្គុំឡើងដោយ បន្ទាត់ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូស្មើនឹងមុំដែលស្កាត់ដោយធ្នូនោះ។	● សិស្សអាចពន្យល់ និងប្រើលក្ខណៈ នៃមុំដែលផ្គុំឡើងដោយ បន្ទាត់ ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូស្មើនឹងមុំដែលស្កាត់ ដោយធ្នូនោះ។
17-18	ដោះស្រាយលំហាត់ អំពីមុំនៃរង្វង់មួយ	● ដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 178-180។	● សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ ផ្សេងទៀតបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

- សំណើដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងមេរៀននេះមានសារៈសំខាន់ខ្លាំងណាស់សម្រាប់ហេតុផលពីរ។ ហេតុផលទីមួយគឺថាពួកគេមានគំនិតល្អបំផុតនៃការវែកញែកតាមបែបតក្ក។ វានឹងក្លាយជាការអនុវត្តល្អមួយសម្រាប់សិស្សក្នុងការព្យាយាមបង្ហាញពីលក្ខណៈសំខាន់ៗនៃមុំផ្ចិត មុំចារឹក អង្កត់ធ្នូ និងបន្ទាត់ប៉ះ។ ហេតុផលទីពីរគឺថាពួកគេមានការអនុវត្តផ្សេងទៀត។ សិស្សនឹងជួបប្រទះបទពិសោធនៃលំហាត់ផ្សេងៗនៃមុំត្រូវបានដោះស្រាយបានដោយការប្រើលក្ខណៈទាំងនេះ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែយល់ដឹងខ្លឹមសារយ៉ាងហ្មត់ចត់ដោយខ្លួនឯង ចំណែកឯសិស្សដែលបានព្យាយាមដោះស្រាយលំហាត់ដោយការប្រើលក្ខណៈនិងសង្កេត ប្រសិនបើសិស្សយល់ដឹងបានល្អ ឬមិនបានល្អ។

- លំដាប់នៃមាតិការផ្នែក 2.2-2.4 នេះគឺច្រំដែល និងមិនគ្រប់គ្រាន់។ វិធីក្នុងការរៀបចំលំដាប់នៃមាតិកាត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀននេះ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានណែនាំឱ្យធ្វើតាមការណែនាំនៃសៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀននេះ ដូចនេះថាពួកគេគួរតែបង្រៀនលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងតាមវិធីកាន់តែមានប្រសិទ្ធភាពសម្រាប់សិស្ស។
- ខណៈពេលដែលសំណើនៃមេរៀននេះគឺអាចអនុវត្តបានយ៉ាងទូលំទូលាយ នោះការធ្វើលំហាត់ក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលគឺមិនគ្រប់គ្រាន់ និងមិនគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍ខ្លាំងណាស់ណាទេ។ ដោយមានលំហាត់បមួយចំនួនត្រូវបានបន្ថែមនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន ដូច្នេះគ្រូត្រូវតែប្រើប្រាស់វានៅក្នុងថ្នាក់រៀន ដើម្បីបង្កើនការយល់ដឹង និងសមត្ថភាពរបស់សិស្ស។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យសិស្សមានចំណេះដឹង និងជំនាញដូចខាងក្រោម។ គ្រូបង្រៀនគួរតែពិនិត្យឡើងវិញនូវជំនាញទាំងនេះមុនពេលប្រើប្រាស់លក្ខណៈទាំងនេះ។

- លក្ខណៈនៃត្រីកោណសមបាត
- លក្ខណៈនៃមុំក្នុង និងមុំក្រៅនៃត្រីកោណ
- លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា
- ចំណេះដឹងនៃបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់។

1st Period

មេរៀនទី

14 លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

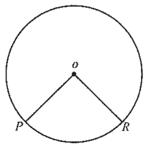
វត្ថុបំណង

- ❑ គណនាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ។
- ❑ បង្ហាញលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ។
- ❑ គណនាមុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ។
- ❑ គណនាមុំក្នុង និងមុំក្រៅរង្វង់ ។
- ❑ គណនាមុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ ។

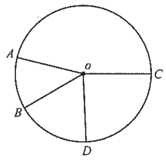
1. មុំផ្ចិត

នៅថ្នាក់ទី 8 យើងបានសិក្សារួចមកហើយនូវមុំផ្ចិត ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O គេគូសកាំ OP និង OR គេបានមុំផ្ចិតពីរ គឺមុំលយ $\angle POR$ ស្កាត់ដោយធ្នូតូច PR និងមុំឆក $\angle POR$ ស្កាត់ដោយធ្នូធំ PR ។ មុំទាំងពីរនេះហៅថាមុំផ្ចិត ។



ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានធ្នូពីរ AB និង DC នៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ ធ្នូ AB ស្កាត់ដោយមុំផ្ចិត $\angle AOB$ និងធ្នូ DC ស្កាត់ដោយមុំផ្ចិត $\angle COD$ ។ បើធ្នូ AB និងធ្នូ DC ត្រួតស៊ីគ្នានោះ ធ្នូទាំងពីរប៉ុនគ្នា គេបានមុំផ្ចិតដែលស្កាត់ធ្នូទាំងពីរក៏ប៉ុនគ្នាដែរ ។



ជាទូទៅ : ក្នុងរង្វង់មួយធ្នូពីរប៉ុនគ្នា ស្កាត់ដោយមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា ហើយច្រាសមកវិញ កាលណាមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នានោះធ្នូស្កាត់ទាំងពីរក៏ប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេឱ្យអង្កត់ផ្ចិត AD ហើយ C ជាចំណុចមួយនៃធ្នូ BD ដែល $\overset{\frown}{AB} = 40°$ និង $\overset{\frown}{CD} = 60°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ $\angle AOC$ ។

159

លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

ខ្លឹមសារនៃមេរៀននេះមានសារៈសំខាន់ណាស់ ទាំងនៅក្នុងទ្រឹស្តី និងការអនុវត្តន៍ជាក់ស្តែង។ សិស្សត្រូវតែគូររូបនេះនៅមុនការគិត ហើយព្យាយាមគិតតាមបែបតក្កជាជាងការទន្ទេញចាំចម្លើយ។

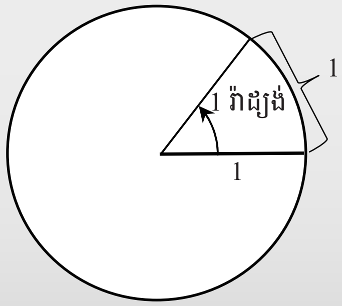
តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

សិស្សអាចពន្យល់ទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិត និងធ្នូនៃរង្វង់មួយ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

យើងគួរតែបែងចែកឱ្យដាច់រវាងធ្នូ និងមុំផ្ចិត។ ធ្នូគឺជារូប និងមានរង្វាស់ជាប្រវែង។ ប្រសិនបើមានកាំរង្វាស់ធំទៅៗ នោះធ្នូក៏មានប្រវែងវែងទៅៗដែរ។ បើទោះបីជាភាពត្រូវគ្នានៃមុំផ្ចិតមិនផ្លាស់ប្តូរក៏ដោយ។

នៅក្នុងផ្នែកនេះបានបង្ហាញថាធ្នូពីរប៉ុនគ្នា ត្រូវគ្នានឹងមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា។ លើសពីនេះទៀតនៅក្នុងរង្វង់មួយដូចគ្នា ប្រវែងនៃធ្នូគឺសមាមាត្រទៅនឹងរង្វាស់នៃមុំផ្ចិតដែលត្រូវគ្នា។ ប្រសិនបើប្រវែងនៃធ្នូនេះធំជាងមុន P ដង។ ដូច្នេះតើរង្វាស់នៃមុំផ្ចិតយ៉ាងដូចម្តេច?



យើងអាចកំណត់មុំជាក់លាក់មួយដែលជាឯកតាមួយ និងរៀបរាប់អំពីរង្វាស់មុំមួយនេះដោយប្រើសមាមាត្ររបស់វាទៅនឹងឯកតា។ បើយើងយកកាំនៃរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើ 1 រួចយកធ្នូមួយដែលមានប្រវែងស្មើ 1 (= កាំ) និងកំណត់មុំផ្ចិតដែលត្រូវគ្នានឹងឯកតា។ ប្រព័ន្ធនេះត្រូវបានហៅប្រព័ន្ធរ៉ាដ្យង់ ហើយមុំមានរង្វាស់ជារ៉ាដ្យង់។ ប្រសិនបើប្រវែងនៃធ្នូគឺ 2 នោះរង្វាស់មុំគឺ 2 រ៉ាដ្យង់។ មុំនៃរង្វង់ទាំងមូលគឺ 2π រ៉ាដ្យង់ ដោយបរិមាត្ររង្វង់មានប្រវែង 2π។ ដូច្នេះ $2\pi = 360°$ ឬ $1rd = 57.3°$ (ជាធម្មតាឯកតារ៉ាដ្យង់នេះត្រូវបានលុបចោល) ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចម្លើយនេះចម្លែកណាស់។ មុំ $\angle AOC$ អាចត្រូវបានគណនាយ៉ាងងាយស្រួលដោយ
$\angle AOC = 180^0 - \angle COD = 180^0 - 60^0 = 120^0$
ដោយមិនប្រើ $\angle AOB$។ លំហាត់នេះអាចត្រូវបានប្រើដើម្បីរកមុំ $\angle BOC$។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយ B ជាចំនុចកណ្ដាលនៃ AC ដែល $AB=BC$ ។ នោះមុំផ្ចិត
$\angle AOB = \angle BOC$ ($AB=BC$)

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2?

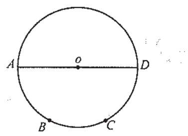
- ពន្យល់ទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិត និងមុំចារឹកក្នុង
- ពន្យល់ពីលក្ខណៈនៃមុំចារឹក
- ពន្យល់មុំដែលបង្កើតឡើងដោយអង្កត់ធ្នូ និងបន្ទាត់ប៉ះមួយ។

ចម្លើយ : $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$

$\angle AOB = \widehat{AB} = 40^\circ$ (មុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ AB)

$\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB + \angle COD$

$\angle BOC = 180^\circ - 40^\circ + 60^\circ = 80^\circ$



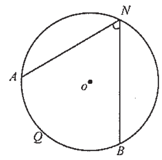
នាំឱ្យ $\angle AOC = 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$ ។ ដូចនេះ $\angle AOC = 120^\circ$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និង B ជាចំណុចកណ្ដាលនៃធ្នូ AC ។ ចូរបង្ហាញថា $\angle AOB = \angle COB$ ។

2. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់

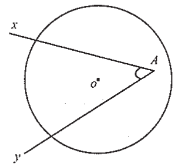
2.1. និយមន័យ

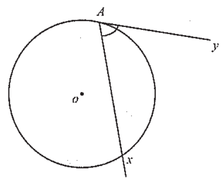
ឧទាហរណ៍ : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O គេគូសអង្កត់ធ្នូពីរ AN និង NB កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច N មួយនៅលើរង្វង់។ គេបានមុំ $\angle ANB$ ជាមុំដែលស្ថិតលើរង្វង់ ហៅថាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ ដោយធ្នូ $\widehat{AQB}$ ។



និយមន័យ : មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ជាមុំដែលមានកំពូលស្ថិតនៅលើរង្វង់ ហើយជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ជាអង្កត់ធ្នូ។

លំហាត់គំរូ : តើមុំខាងក្រោមនេះជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ឬទេ ? ព្រោះអ្វី ?



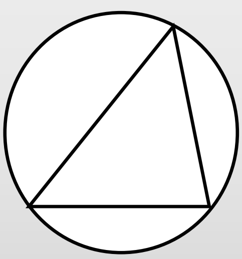


160

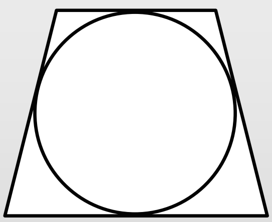
ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូបង្រៀន "ចារឹកក្នុង និងចារឹកក្រៅ"

បើគេមានរូប A នៅក្នុងរូប B ដែលចំណុចទាំងអស់នៃរូប A នៅក្នុង និងនៅលើបរិវេណរូប B នោះ ត្រូវបានគេហៅថារូប A " ចារឹកក្នុង" រូបB ហើយច្រាសមកវិញគេហៅថារូប B "ចារឹកក្រៅ" រូប A។

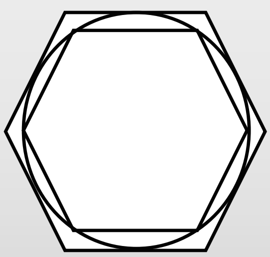
ឧទាហរណ៍ "ត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់" ដែលបានណែនាំនៅក្នុងជំពូកនេះមានន័យថាបីចំណុចដែលជាកំពូលមុំនៅលើបរិវេណនៃរង្វង់នេះ។



ត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់



ចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់



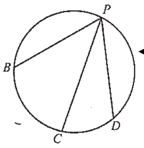
ឆកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ និង ឆកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

ចម្លើយ :

ក. មុំ $\angle xAy$ មិនមែនជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ទេព្រោះកំពូល A មិនស្ថិតនៅលើរង្វង់ ។

ខ. មុំ $\angle xAy$ មិនមែនជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ទេព្រោះជ្រុង Ay នៅក្រៅរង្វង់ ។

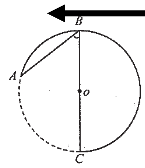
ប្រតិបត្តិ : តាមរូបខាងស្តាំនេះ តើមានមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ប៉ុន្មាន ?

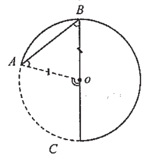


ចម្លើយប្រតិបត្តិ

មុំចារឹកក្នុងបីគឺ $\angle BPC, \angle CPD, \angle BPD$ (យើងអាចបង្កើត $\angle BCD, \angle DBC$ ជាដើម ប៉ុន្តែវាមិនបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបនេះទេ)

2.2. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់និងធ្នូ





ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេឱ្យ $\angle ABC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានផ្ចិត O ។ BC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ បង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

គូសភ្ជាប់ OA គេបានត្រីកោណសមបាត AOB ($OA = OB = r$ កាំរង្វង់) ។ ដូចនេះ $\angle A = \angle B$ ។ តែមុំ $\angle AOC = \angle A + \angle B$ មុំក្រៅនៃ ΔAOB ។ $\angle AOC = 2\angle B$ ឬ $\angle B = \frac{1}{2}\angle AOC$ ។ ដោយមុំ$\angle AOC = \widehat{AC}$ (មុំផ្ចិតស្កាត់ដោយធ្នូ AC) នាំឱ្យ $\angle B = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

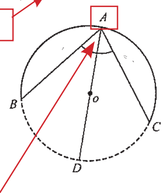
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

កុំចាប់ផ្តើមពីទីនេះ។ មុនពេលព្យាយាមបង្ហាញការពិត សិស្សគួរតែរកឱ្យឃើញលទ្ធផលពិតដោយវាស់មុំ។ សូមចូលទៅកាន់ការបង្រៀននៅទំព័រទី164 មុនពេលបង្រៀនផ្នែកនេះ។ (សូមមើលការណែនាំដូចខាងក្រោម)

ឧទាហរណ៍ 2 : គេឱ្យ $\angle ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលស្ថិតនៅក្នុង $\boxed{\angle AOB}$ ។

កែតម្រូវមុំ∠AOBត្រូវតែជា∠AOC

បង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។



គេមាន $\angle ABC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ។

គូសអង្កត់ពីចំណុច B កាត់ផ្ចិត O ជួបរង្វង់ត្រង់ D ។

$\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC$

$= \frac{1}{2}\widehat{BD} + \frac{1}{2}\widehat{DC}$ (តាមឧទាហរណ៍ទី 1)

$= \frac{1}{2}(\widehat{BD} + \widehat{DC})$

$= \frac{1}{2}\widehat{AC}$

កែតម្រូវដូរចំណុចAទៅជាចំណុចB

ដូចនេះ $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះ រង្វាស់ធ្នូដែលស្កាត់មុំនោះ ។

161

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ខាងក្រោមនេះគឺត្រូវបានបង្ហាញពីរបៀបក្នុងស្រាយបញ្ជាក់ពីទំនាក់ទំនងរវាងមុំចារឹកក្នុង និងមុំផ្ចិតនៅក្នុងស្ថានភាពផ្សេងៗ។ វាមានសារៈសំខាន់ដើម្បីឱ្យសិស្សបញ្ជាក់អំពីការពិតនៅក្នុងបីករណីផ្សេងគ្នាជំនួសឱ្យការដែលគ្រាន់តែចងចាំទ្រឹស្តីបទ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន លំដាប់នៃការបង្រៀនខ្លឹមសាររបស់ផ្នែក 2.2ទៅ 2.4

ខ្លឹមសារនៃសៀវភៅនេះគឺច្រំដែល និងរៀបចំលំដាប់មិនបានល្អ។ គ្រូត្រូវបានណែនាំឱ្យបង្រៀនបីផ្នែក ពី2.2 ដល់ 2.4 តាមលំដាប់ដូចខាងក្រោម៖

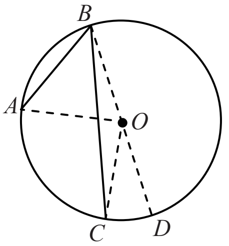
(1) 2.4 នៅលើទំព័រ 164 ដែលសិស្សត្រូវវាស់មុំផ្ចិត និងមុំចារឹកក្នុងការពិសោធ រួចរកទំនាក់ទំនងទាំងពីរនេះពីលទ្ធផល។ (រហូតដល់ចុងបញ្ចប់នៃទំព័រ 164 នេះ)

(2) 2.2 នៅលើទំព័រ161-162 ដែលស្រាយបញ្ជាក់អំពីទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិត និងមុំចារឹក ត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងបីករណីផ្សេងគ្នា។

(3) 2.4 នៅលើទំព័រ 165-167 ដែលជាការអនុវត្តទំនាក់ទំនងដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗអំពីមុំនៅក្នុងរង្វង់មួយ។

(4) 2.3 នៅលើទំព័រ 162-164 ដែលសិស្សត្រូវ វាស់មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម ដើម្បីរកលក្ខណៈមុំចារឹកក្នុងពីលទ្ធផលនេះ។ បន្ទាប់មកយកការពិតនេះទៅអនុវត្តដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់នានា។ ធ្វើតាមលំដាប់លំដោយ នោះមាតិកានៃផ្នែកទាំងនេះនឹងត្រូវបានអភិវឌ្ឍតាមបែបធម្មជាតិដូច្នេះសិស្សអាចយល់បានត្រឹមត្រូវ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ



$\angle ABD = \frac{1}{2}\angle AOD$ និង

$\angle CBD = \frac{1}{2}\angle COD$ តាមទំនាក់ទំនង

រវាងមុំចារឹក និងមុំផ្ចិត។ ដូចនេះ

$\angle ABD - \angle CBD = \frac{1}{2}(\angle AOD$

$- \angle COD)$ $(\angle ABD = \frac{1}{2}\angle AOD)$

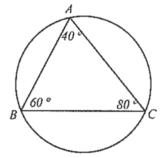
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

បន្ទាប់ពីបញ្ចប់ 2.2 សូមចូលទៅកាន់ទំព័រ 165 ដើម្បីអនុវត្តពីរបៀបប្រើលក្ខណៈ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សកម្មភាពនេះមានសារៈសំខាន់ដើម្បីដឹងថាលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងពីលទ្ធផលពិតប្រាកដ។

លំហាត់គំរូ : ចូរគណនាធ្នូ AB , AC , BC តាមរូបខាងស្ដាំ ។



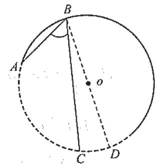
ចម្លើយ :

$\widehat{BC} = 2\angle A = 2\times 40° = 80°$

$\widehat{AC} = 2\angle B = 2\times 60° = 120°$

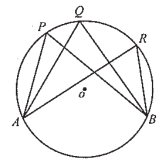
$\widehat{AB} = 2\angle C = 2\times 80° = 160°$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេមាន $\angle ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានចំណុច O ឋិតនៅក្រៅ $\angle ABC$ ។ ដោយប្រើលក្ខណៈនៃឧទាហរណ៍ទី 1 ចូរបង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ (រូបខាងស្ដាំ) ។



2.3. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ

ឧទាហរណ៍ : គូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $5cm$ ។ គេដៅចំណុចពីរ A និង B នៅលើរង្វង់ ។ ដៅចំណុចពីរ P និង Q លើធ្នូធំ $\widehat{AB}$ ។ ភ្ជាប់ AP , AQ , BP និង BQ ។



ក. វាស់មុំ $\angle APB$ និង $\angle AQB$ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្ដេច ?

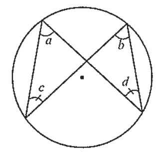
ខ. ដៅចំណុច R មួយទៀតនៅលើធ្នូធំ $\widehat{AB}$ ។ ភ្ជាប់ AR និង BR ។ វាស់មុំ $\angle ARB$ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្ដេច ?

តាមសកម្មភាពនេះយើងសង្កេតឃើញថារង្វាស់មុំ $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB$ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះរង្វាស់ធ្នូដែលស្កាត់មុំនោះ ។

$a = b$

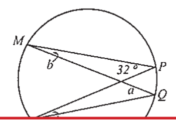
$c = d$



ឧទាហរណ៍ : តាមរូបខាងស្ដាំនេះចូររករង្វាស់មុំ a និង b ។

$a = 32°$ (មុំស្កាត់ធ្នូ MN តែមួយ)

$b = 10°$ (មុំស្កាត់ធ្នូ PQ តែមួយ) ។

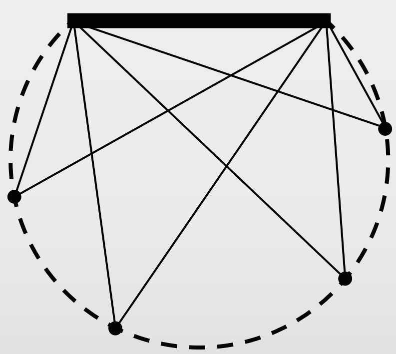


162

ប្រយ័ត្ន: សំណើនេះគឺមិនមានលក្ខណៈគ្រប់គ្រាន់ទេ។ នៅទីនេះត្រូវតែបញ្ជាក់ថាមុំចារឹកទាំងអស់ដែលស្កាត់ធ្នូរួមគឺស្មើគ្នា ជំនួសឱ្យការនិយាយថាមុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួមមានរង្វាស់ស្មើពាក់កណ្ដាលនៃមុំផ្ចិត។

សកម្មភាពបន្ថែម ការអនុវត្តនៃមុំចារឹកក្នុង

នៅពេលដែលយើងព្យាយាមយករូបថតមនុស្សមួយក្រុមឈរជាជួរ នោះយើងបានប្រវែងនៃចម្ងាយស្មើពីកាមេរ៉ារបស់យើងទៅជួរដេកដូច្នេះមនុស្សទាំងអស់នេះនឹងត្រូវបាននៅខាងក្នុងរូបភាព ហើយជួរដេកនេះនឹងមិនតូចពេក។

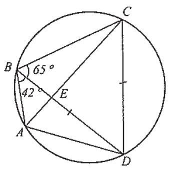


ប្រសិនបើយើងថតរូបពីចំណុចមួយ នោះមនុស្សនឹងស្ថិតនៅទីតាំងពីចុងខាងឆ្វេងទៅចុងខាងស្ដាំនៅក្នុងរូបភាពនេះ មុំនៃទិដ្ឋភាពនេះគឺតែងតែប៉ុនគ្នាដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបខាងឆ្វេង។

ប្រសិនបើយើងព្យាយាមថតរូបភាពពីទិសនានា ទីតាំងល្អនោះបង្កើតបានជារង្វង់មួយ ហើយមុំនោះគឺជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់។ យើងអាចធ្វើការពិសោធនេះដោយប្រើក្ដារខៀន និងទូរស័ព្ទទំនើបនៅក្នុងថ្នាក់រៀនបាន។

កែតម្រូវ: មុំ$\angle ADC$ ត្រូវតែជា $\angle BDC$

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ $BD = DC, \angle \overset{\frown}{A}BD = 42°$ និង $\angle DBC = 65°$ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។



ចូរគណនា :

ក. $\angle ADC$

ខ. $\angle BAC$

គ. $\angle DAB$

ឃ. $\angle DEC$ ។

ចម្លើយ :

ក. ក្នុង ΔBDC

គេបាន $\angle BDC + \angle DCB + \angle DBC = 180°$ (ផលបូកមុំនៃត្រីកោណមួយ)

$\angle DBC = 65°$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle DCB = \angle DBC$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle DCB = 65°$

ដូចនេះ $\angle BDC + 65° + 65° = 180°$

នាំឱ្យ $\angle BDC = 180° - 130° = 50°$

ដូចនេះ $\angle BDC = 50°$ ។

ខ. គេបាន $\angle BAC = \angle BDC$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ BC តែមួយ)

នាំឱ្យ $\angle BAC = 50°$ ។

គ. គេមាន $\angle DAB = \angle DAC + \angle BAC$

$\angle DAC = \angle DBC$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ DC តែមួយ)

$\angle DBC = 65°$ (សម្មតិកម្ម)

នាំឱ្យ $\angle DAC = 65°$ ។

តាមចំណុច ខ. $\angle BAC = 50°$

ដូចនេះ $\angle DAB = 65° + 50° = 115°$

$\angle DAB = 115°$ ។

163

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចម្លើយនេះទូលាយ និងវែងផងដែរ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែបង្ហាញកាន់តែមានប្រសិទ្ធភាព និងការស្រាយបញ្ជាក់ខ្លីជាងនេះ។ ឧទាហរណ៍ សម្រាយបញ្ជាក់ ក. គួរតែត្រូវបានអនុវត្តដូចខាងក្រោមនេះ (មូលហេតុសម្រាប់សមភាពនេះអាចត្រូវបានបន្ថែមទៅដូចនៅក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលនេះ)

ក. ក្នុង ΔBDC យើងបាន $\angle BDC + \angle DCB + \angle DBC = 180°$ និង $\angle DCB = \angle DBC = 65°$

ដូចនេះ $\angle BDC =$

$\angle BAC = \angle BDC = 50°$

ខ. $180° - 65° - 65° = 50°$

គ. $\angle DAB = \angle DAC + \angle BAC$

$= \angle DBC + \angle BAC$

$= 65° + 50° = 115°$

ឃ. (ទំព័រ 164)

$\angle DEC = 180° - \angle ECD + \angle EDC$

$= 180° - \angle ACD - \angle BDC$

$= 180° - \angle ABD - \angle BDC$

$= 180° - 42° - 50°$

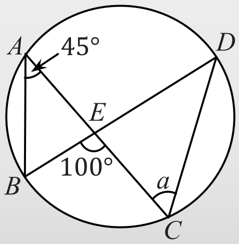
$= 88°$

លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

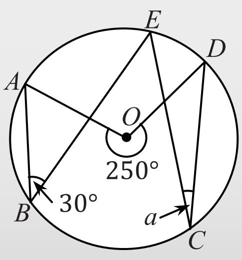
លំហាត់នៅក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលមិនគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់សិស្សដើម្បីឱ្យប្រសើរឡើងនូវសមត្ថភាពគណិតវិទ្យារបស់ពួកគេទេ។ ដូចនេះសៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបានផ្តល់នូវលំហាត់បន្ថែមសម្រាប់ទំព័រនេះជាច្រើនទៀតដើម្បីឱ្យសិស្សដោះស្រាយ

លំហាត់ ចូររកមុំ a នៅក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោម៖

(1)



(2)



ចម្លើយ

(1) តាមលក្ខណៈ មុំចារឹកក្នុងយើងបាន $\angle BDC = \angle BAC = 45°$

ដោយ $\angle BEC = \angle EDC + \angle ECD$,

$a = 100° - 45° = 55°$

(2) ដោយមុំផ្ចិតស្មើពីរដងមុំចារឹក យើងបាន $\angle AOE = 2 \times \angle ABE = 60°$ ។ ដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន $\angle DOE = 2a$ ។ $\angle AOD = 360° - 250° = 110°$ ហើយ $\angle AOD = \angle AOE + \angle DOE = 60° + 2a$ ។

ដោយ $110° = 60° + 2a$ យើងបាន $a = 25°$ ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាមលក្ខណៈមុំក្រៅត្រីកោណ យើងបាន

$\angle AIB = \angle IAD + \angle IDA$

$\quad = \angle CAD + \angle BDA$

$\quad = \angle CAD + \angle ACB$

(មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)

$\quad = 45^\circ + 34^\circ = 79^\circ$ ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

បញ្ចប់ផ្នែកទី 2 ចូរបន្តទៅទំព័រទី167 សម្រាប់ផ្នែកទី 3។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សកម្មភាពនេះត្រូវតែជាជំហានដំបូងសម្រាប់សិស្សធ្វើការនៅក្នុងផ្នែកទី 2.2 ដល់ 2.4។ នៅក្នុងគោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌលសំខាន់សម្រាប់សិស្សក្នុងការរកទំនាក់ទំនងដោយខ្លួនឯងដោយប្រើការវាស់មុំពិតទាំងនេះដោយខ្លួនពួកគេ។

បន្ទាប់ពីបានរកឃើញសំណើនេះត្រូវបន្តព្យាយាមបង្ហាញការពិតតាមបែបតក្ក។ ចូរទៅផ្នែក 2.2 នៅលើទំព័រទី 161 បន្ទាប់ពីទំព័រនេះ។

ឃ. ក្នុង ΔDEC គេបាន

$\angle DEC + \angle EDC + \angle ECD = 180^\circ$ (ផលបូកមុំត្រីកោណ)

$\angle EDC = \angle BDC$

$\angle EDC = 50^\circ$ (ពីរសំនួរ ក)

$\angle ECD = \angle ACD$

$\angle ACD = \angle ABD$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $\overset{\frown}{AD}$ តែមួយ)

$\angle ACD = 42^\circ$

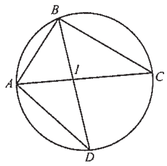
នាំឱ្យ $\angle ECD = 42^\circ$ ។

ដូចនេះ $\angle DEC + 50^\circ + 42^\circ = 180^\circ$

$\angle DEC = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$

$\angle DEC = 88^\circ$ ។

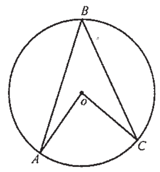
ប្រតិបត្តិ : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះអង្កត់ធ្នូ AC ប្រសព្វនឹង BD ត្រង់ I ។ គេឱ្យ $\angle ACB = 34^\circ$ និង $\angle CAD = 45^\circ$ ។ ចូរគណនា $\angle AIB$ ។



2.4. មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់

នេះជាករណីពិសេសនៃទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ធ្នូតែមួយ ។

ឧទាហរណ៍ : គេគូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $5Cm$ ។ ដៅចំណុច A , B និង C នៅលើរង្វង់ ។ គេបានមុំ $\angle ABC$ ជាមុំស្រួច ។ ភ្ជាប់ OA , OC , AB និង BC ។ វាស់មុំ $\angle ABC$ និង $\angle AOC$ ។ តើយើងកត់សម្គាល់ឃើញដូចម្តេច ?



កាលណាគេវាស់មុំទាំងពីរនេះទៅយើងសង្កេតឃើញថា មុំ $\angle AOC = 2\angle ABC$ ។

តាមពិត $\angle AOC = \overset{\frown}{AC}$ មុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ $\overset{\frown}{AC}$

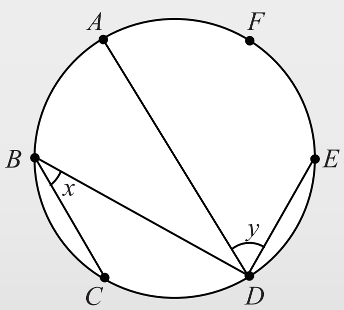
$\angle ABC = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ មុំចារឹតក្នុងស្កាត់ធ្នូ $\overset{\frown}{AC}$

ហេតុនេះ $\angle AOC = 2\angle ABC$ ។

164

លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

លំហាត់ ក្នុងរូបខាងក្រោម A, B, C, D, E, F ចែករង្វង់ជា 6 ផ្នែកស្មើៗគ្នា។ ចូររករង្វាស់មុំ x និង y



ចម្លើយ ដោយ មុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ CD គឺ

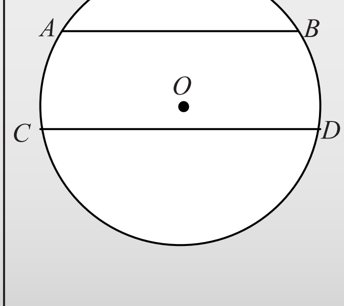
$\dfrac{360^\circ}{6} = 60^\circ,\ x =$

$\angle CBD = \dfrac{60^\circ}{2} = 30^\circ$។

$y = 2x\ = 60^\circ$។

លំហាត់ ក្នុងរូបខាងក្រោម បង្ហាញថាធ្នូពីរ AC និង BD ប៉ុនគ្នាបើ $AB \parallel CD$។

ចម្លើយ បើយើងគូសបន្ទាត់ BC នោះ $\angle ABC = \angle BCD$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង) នោះ



$\angle AOC = 2\angle ABC$ និង

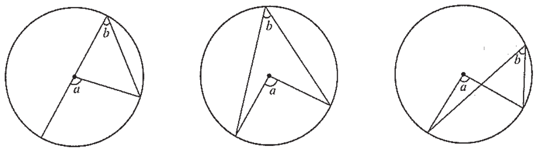
$\angle BOD = 2\angle BCD$។

ដូចនេះ$\angle AOC = \angle BOD$

នោះយើងអាចទាញបានថាធ្នូ AC និង BD ប៉ុនគ្នា។

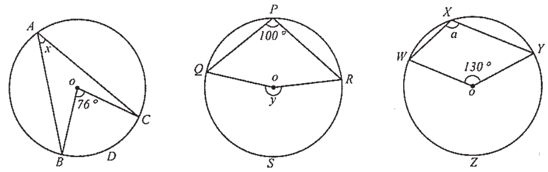
5th Period

ជាទូទៅ : មុំផ្ចិតនៃរង្វង់មួយមានរង្វាស់ស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ធ្នូតែមួយ ។



$a = 2b$

លំហាត់គំរូទី 1 : ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ចូររករង្វាស់មុំ x , y និង a ។



រូប(ក) រូប(ខ) រូប(គ)

ចម្លើយ :

ក. គេមាន $\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$$76° = 2x$$

$$x = \frac{76°}{2} = 38°$$

ដូចនេះ $x = 38°$ ។

ខ. គេមាន $y = 2\angle QPR$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$$y = 2 \times 100° = 200°$$

ដូចនេះ $y = 200°$ ។

គ. $\angle WOY = 360° - 130° = 230°$

$230° = 2a$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងនៃមុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$$a = \frac{230}{2} = 115°$$

ដូចនេះ $a = 115°$ ។

165

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់ទាំងនេះបានបង្ហាញថា

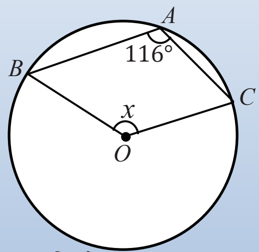
(1) បើមុំចារឹកក្នុងជាមុំស្រួច នោះមុំផ្ចិតដែលត្រូវគ្នាគឺជាធ្នូតូច។

(2) បើមុំចារឹកក្នុងគឺជាមុំទាល នោះមុំផ្ចិតផ្នែកធំដែលត្រូវគ្នា គឺជាមុំនៃធ្នូធំ។

(3) ករណីដែលមុំចារឹកគឺមុំកែង នឹងត្រូវបង្ហាញនៅក្នុងផ្នែកបន្ទាប់។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ចូររកមុំ x ក្នុងរូបខាងក្រោម

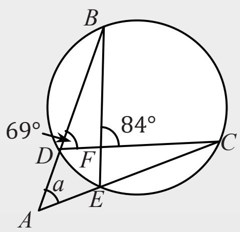


[ចម្លើយ] មុំផ្ចិតផ្នែកធំ $\angle BOC = 2 \times 116° = 232°$។ ដូចនេះ $x = 128°$។

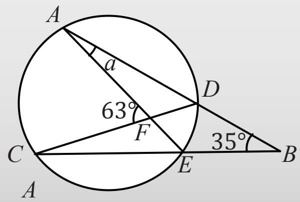
លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

លំហាត់ ចូររកមុំ a ក្នុងរូបខាងក្រោម៖

(1)



(2)



ចម្លើយ

(1) តាមមុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម យើងបាន $\angle BEC = \angle BDC = 69°$

តាមលក្ខណៈមុំក្រៅត្រីកោណ $\angle DBF = \angle BFC - \angle BDF = 84° - 69° = 15°$ ។

តាមលក្ខណៈមុំក្រៅត្រីកោណ $a = \angle BEC - \angle ABE$

$= 69° - 15° = 54°$ ។

(2) ដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន $\angle ADC = \angle AFC - \angle DAF = 63° - a$ ។ ម្យ៉ាងទៀត $\angle AEC = \angle ABE + \angle BAE = 35° + a$ ។ ដោយ $\angle ADC = \angle AEC$ នោះ $63° - a = 35° + a$ ដោះស្រាយសមីការនេះ យើងបាន $a = 14°$ ។ (សូមមើលផ្នែកទី 6 ចំពោះលក្ខណៈទូទៅ)

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់នេះគឺជាទូទៅត្រូវបានតាង $\angle OBC = a°$ ។

ដោយ $\angle OBC = \angle OCB = a°$

នោះ $\angle BOC = 180° - 2a°$ នាំឱ្យ

$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 90° - a°$។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់នេះគឺជាទូទៅត្រូវបានតាង $\angle OBA = b°$ និង $\angle OCA = c°$ ។

ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងចម្លើយ យើងបាន $\angle BAC = b° + c°$ នាំឱ្យ

$\angle BOC = 2(b° + c°)$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់នេះ នឹងមានភាពស្មុគស្មាញ ហើយប្រហែលជាមានពេលខ្លះសិស្សមិនអាចរកវិធីដោះស្រាយបានទេ។ វិធីល្អមួយ គឺសរសេរមុំដែលយើងអាចរកឃើញពីលក្ខខណ្ឌ ថាតើពួកគេត្រូវបានសួរ ឬទេ។ ក្នុងការធ្វើ នោះការណែនាំដើម្បីដោះស្រាយនឹងឆាប់រកឃើញ។

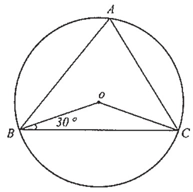
លំហាត់គំរូទី 2 : រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle OBC = 30°$ ។

ចូរគណនា $\angle BCO$, $\angle BOC$ និង $\angle BAC$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $\angle BCO = \angle CBO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត BOC) $\angle BOC = 30°$ ។

ដូចគ្នានេះដែរគេបាន

$\angle BOC + \angle BCO + \angle CBO = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)



នាំឱ្យ $\angle BOC + 30° + 30° = 180°$

ដូចនេះ $\angle BOC = 180° - 60° = 120°$ ។

$\angle BOC = 120°$

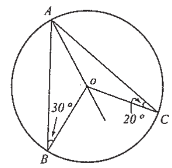
តែ $\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើពីរដងមុំចារឹកក្នុង)

$2\angle BAC = 120°$ នាំឱ្យ $\angle BAC = \frac{120°}{2} = 60°$

ដូចនេះ $\angle BAC = 60°$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle ABO = 30°$ និង $\angle ACO = 20°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BAC$ និង $\angle BOC$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $\angle BAC = \angle BAO + \angle CAO$



ក្នុង ΔBAO មាន $\angle BAO = \angle ABO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត AOB)

$\angle ABO = 30°$ នាំឱ្យ $\angle BAO = 30°$ ។

ក្នុង ΔCAO មាន $\angle CAO = \angle ACO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត AOC)

$\angle ACO = 20°$ នាំឱ្យ $\angle CAO = 20°$ ។

ដូចនេះ $\angle BAC = 30° + 20° = 50°$ ។

$\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើពីរដងមុំចារឹកក្នុង)

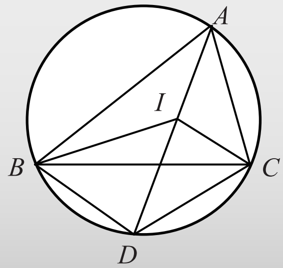
$\angle BOC = 2 \times 50° = 100°$ ។

166

លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

[លំហាត់] តាង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណ ΔABC និង តាង D ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្លាយ AI និងបរិមាត្ររង្វង់ចារឹកក្រៅ ΔABC។

បង្ហាញថា $DI = DB = DC$ ។



[សម្រាយបញ្ជាក់] ដោយ I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ នោះ AI, BI, CI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle A, \angle B, \angle C$ រៀងគ្នា។

ជាដំបូង $\angle DBI = \angle DBC + \angle CBI$។ តាមលក្ខណៈមុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម យើងបាន $\angle DBC = \angle DAC$។ ដោយ AI គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ នោះ $\angle DAC = \angle DAB$។ ដូចនេះ $\angle DBC = \angle DAB = \angle BAI$ $(*)$។

ដោយ BI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ នោះ $\angle CBI = \angle ABI$ $(**)$ ។

បូក $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $\angle DBC + \angle CBI = \angle BAI + \angle ABI$។

ដោយ $\angle DBC + \angle CBI = \angle DBI$ និង $\angle BAI + \angle ABI = \angle DIB$

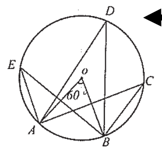
ដូចនេះ $\angle DBI = \angle DIB$ នោះយើងបាន $DB = DI$។

ដូចគ្នានេះដែរ យើងអាចបង្ហាញថា $DC = DI$ ។

(នេះបង្ហាញថា B, I, C ស្ថិតនៅលើបរិមាត្ររង្វង់ ផ្ចិត D)

7th Period

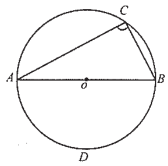
ប្រតិបត្តិ : រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle AOB = 60°$ ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle ACB$, $\angle ADB$ និង $\angle AEB$ ។
(រូបខាងស្តាំ)



3. មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់

ឧទាហរណ៍ : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង AB ជាអង្កត់ធ្នូកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ គេបាន

- AB ជាអង្កត់ផ្ចិត
- ធ្នូ ADB និងធ្នូ ACB ជាកន្លះរង្វង់
- $\angle ACB$ ជាមុំស្ថិតនៅលើរង្វង់ ។



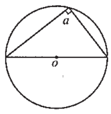
គេថា $\angle ACB$ ជាមុំចារឹកក្នុងកន្លះដែលស្មើនឹងពាក់កណ្តាលមុំផ្ចិតនោះ

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$ ($\angle AOB = 180°$ ជាមុំរាប)

គេបាន $= \frac{1}{2}\times 180° = 90°$

ដូចនេះ $\angle ACB = 90°$ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ជាមុំកែង ។
$a = 90°$ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : តាមរូបខាងស្តាំនេះ AB ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ a និង b ។

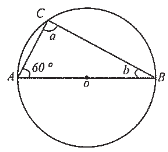
ចម្លើយ : គេបាន $a = 90°$ ជាមុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ ។

ក្នុង ΔABC មាន $a + 60° + b = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

$90° + 60° + b = 180°$

នាំឱ្យ $b = 180° - 150° = 30°$ ។

ដូចនេះ $b = 30°$ ។



167

ចម្លើយប្រតិបត្តិ
ដោយមុំចារឹកស្មើនឹង កន្លះនៃមុំផ្ចិត នោះ យើងបាន
$\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$
$= 60°/2 = 30°$។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ
បន្ទាប់ពីផ្នែកទី 2.4 ចូរបន្តទៅផ្នែកទី 2.3 នៃទំព័រទី162។

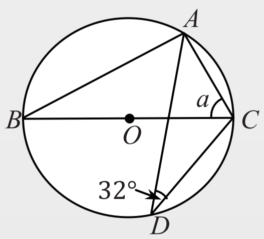
តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 3
ពន្យល់ពីលក្ខណៈរបស់មុំចារឹកកន្លះរង្វង់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ
ដូចក្នុងផ្នែក "កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ" នៅលើទំព័រទី165យើងបានដូចខាងក្រោម៖

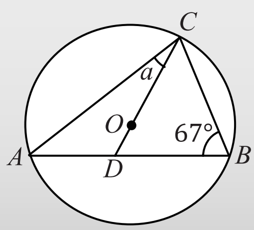
(3) បើមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ជាមុំកែង នោះមុំផ្ចិតគឺជាមុំរាប ដែលជាមុំកន្លះរង្វង់។

លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស
លំហាត់ ចូររកមុំ a ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្នុងរូបខាងក្រោម៖

(1)



(2)



[ចម្លើយ]

(1) តាមលក្ខណៈមុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម យើងបាន $\angle ABC = \angle ADC = 32°$។
ម្យ៉ាងទៀតដោយ BC គឺជាអង្កត់ផ្ចិត នោះយើងបាន $\angle BAC = 90°$។
ដូចនេះ យើងបាន
$a = 180° - \angle ABC - \angle BAC = 180° - 32° - 90° = 58°$។

(2) តាង E ជាចំណុចប្រសព្វនៃ CD និងរង្វង់។ តាមលក្ខណៈមុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម យើងបាន $a = \angle ACE = \angle ABE$ ម្យ៉ាងទៀតដោយ CE គឺជាអង្កត់ផ្ចិត នោះយើងបាន $\angle CBE = 90°$។
ដូចនេះយើងបាន
$a = \angle ABE = \angle CBE - \angle CBD = 90° - 67° = 23°$។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

បើ $\angle TAP = a°$, $\angle TOP = 2a°$។
ដោយ $\angle OTP = 90°$,

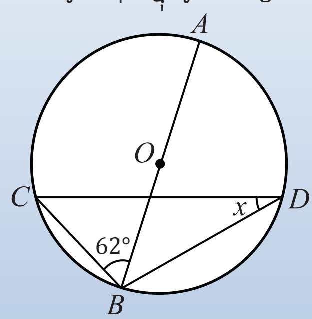
$$\angle OPT = 180° - 90° - 2a°$$
$$= 90° - 2a°$$

ក្នុងលំហាត់នេះ យើងបាន $a° = 35°$ និង $90° - 2a° = 20°$។

$\angle BTP = \angle TAP$ (លក្ខណៈមុំពិសេសក្នុងផ្នែកទី 7 នៅទំព័រទី 175)

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

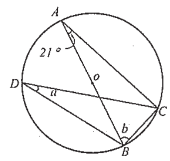
ចូររកមុំ x ក្នុងរូបខាងក្រោម៖



ចម្លើយ ដោយ $\angle ACB = 90°$នោះ៖
$\angle CAB = 180° - 90° - 62°$
$= 28°$ ។ ដូចនេះ៖ $x = \angle CDB$
$= \angle CAB = 28°$។

កែតម្រូវ: CD ត្រូវតែជា BC

លំហាត់គំរូទី 2 : រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AB ។ ចូរគណនា a និង b (រូបខាងស្តាំ) ។



ចម្លើយ : $a = \angle BAC$ (មុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូ CD តែមួយ) ដូចនេះ $a = 21°$ ។

នៅក្នុង ΔABC គេបាន

$\angle BAC + \angle ACB + b = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណមួយ)

$\angle ACB = 90°$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$\angle BAC = 21°$ (សម្មតិកម្ម) ។

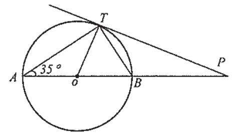
ដូចនេះ $21° + 90° + b = 180°$

នាំឱ្យ $b = 180° - 111° = 69°$

ដូចនេះ $b = 69°$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : តាមរូបខាងស្តាំនេះគេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង PT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T បើ $\angle TAP = 35°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle ATB$ ខ. $\angle APT$ គ. $\angle BTP$ ។



ចម្លើយ :

ក. $\angle ATB = 90°$ (មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់)

ខ. ក្នុង ΔAPT គេបាន

$\angle APT + \angle TAP + \angle TAP = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ PRS)

កែតម្រូវ មុំ$\angle TAP$ ត្រូវតែជា $\angle ATP$

$\angle TAP = 35°$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle TAP = \angle OTA = 35°$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle ATP = \angle ATO + \angle OTP$ ។

កែតម្រូវ: PRS ត្រូវតែជា ATP

ដោយ TP ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់និង OT ជាកាំនៃរង្វង់

គេបាន $\angle OTP = 90°$

$\angle ATP = 35° + 90° = 125°$

ដូចនេះ $\angle APT + 35° + 125° = 180°$

$\angle APT = 180° - 160° = 20°$

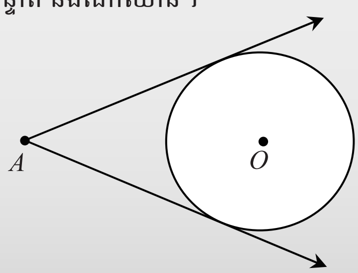
$\angle APT = 20°$ ។

168

សកម្មភាពបន្ថែម តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីគូរបន្ទាត់ប៉ះ?

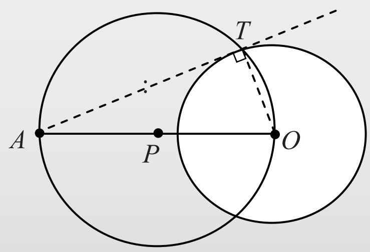
ក្នុងធរណីមាត្រប្លង់ យើងប្រើតែបន្ទាត់មួយ និងដែកឈានមួយដើម្បីគូររូប។ លក្ខណៈរបស់មុំចារឹកដែលបានធ្វើឱ្យយើងមានវិធីក្នុងការគូរបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពីចំណុចមួយនៅខាងក្រៅរង្វង់។

លំហាត់ ចូរគូរបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពីចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់ដោយប្រើបន្ទាត់ និងដែកឈាន។



ចម្លើយ តាង T ជាចំណុចប៉ះមួយ។ នោះយើងបាន $ATO = 90°$ ជាមុំដែលមាននៅលើរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត AO។ ដូច្នេះយើងអាចគូរបន្ទាត់ប៉ះតាមដំណើរការដូចខាងក្រោម៖

1. រកចំណុច P កណ្តាល AO រួចគូររង្វង់ផ្ចិត P អង្កត់ផ្ចិត AO។
2. តាង T ជាចំណុចប្រសព្វនៃរង្វង់នេះ និងរង្វង់ផ្ចិតO ។
3. គូរបន្ទាត់AT ។



9th Period

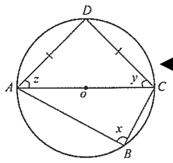
គ. $\angle ATB = \angle BTP + \angle ATP$

$90° + \angle BTP = 125°$

$\angle BTP = 125° - 90° = 35°$ ។

ប្រតិបត្តិ : តាមរូបខាងស្ដាំនេះគេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AC ហើយ $AD = DC$ ។

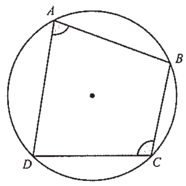
ចូរគណនារង្វាស់មុំ x , y , z ។



4. មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

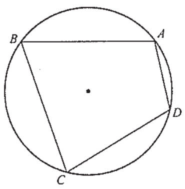
4.1. និយមន័យ

ចតុកោណដែលមានកំពូលទាំងបួនស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ហៅថាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណ ។ ក្នុងចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ $ABCD$ ។ គេមាន $\angle A$ និង $\angle C$ ជាមុំឈមនឹងគ្នាហើយ $\angle B$ និង $\angle D$ ក៏ជាមុំឈមនឹងគ្នាដែរ ។



4.2. លក្ខណៈមុំឈម

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំមានរង្វាស់ $5cm$ ។គេដៅបួនចំណុច A , B , C និង D តាមលំដាប់នៅលើរង្វង់ ។ ភ្ជាប់ AB , BC , DC និង DA ដើម្បីបង្កើតឱ្យបានចតុកោណ $ABCD$ មួយចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។



ក. កាលណាយើងវាស់ $\angle DAB$ និង $\angle DCB$ រួចរកផលបូកនៃមុំទាំងពីរយើងបាន

$\angle DAB + \angle DCB = 180°$ ។

ខ. វាស់មុំ $\angle CBA$ និង $\angle CDA$ រួចរកផលបូកនៃមុំទាំងពីរ

យើងបាន $\angle CBA + \angle CDA = 180°$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។

ចូរបង្ហាញថា ក. $\angle BAD + \angle BCD = 180°$ ខ. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ។

169

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

$x = 90°$ មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ជាមុំកែង។

ដូចគ្នាដែរ $\angle ADC = 90°$ នាំឱ្យ

$y = z = \frac{180-90}{2} = 45°$។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 4?

ពន្យល់ពីលក្ខណៈនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

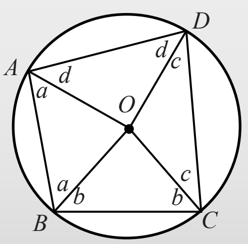
បន្ទាប់ពីសិស្សរកឃើញលក្ខណៈនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ គ្រូបង្រៀនគួរតែឱ្យសិស្សគិតថាតើពួកគេអាចស្រាយបញ្ជាក់វាតាមរបៀបណា។

សម្រាយបញ្ជាក់ដោយប្រើប្រាស់មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកបានបង្ហាញនៅលើទំព័របន្ទាប់។ ប៉ុន្តែនៅមានសម្រាយបញ្ជាក់ផ្សេងទៀតដែលសិស្សអាចរកឃើញដោយខ្លួនពួកគេ។ (សូមមើលប្រអប់ខាងក្រោម)

ការពិភាក្សាបន្ថែមវិធីផ្សេងទៀតដើម្បីបកស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្ដីបទនេះ

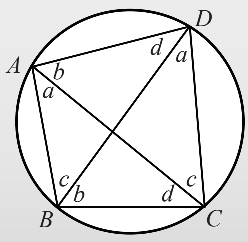
សម្រាយបញ្ជាក់នៃសំណើខាងលើនឹងត្រូវបង្ហាញនៅលើទំព័របន្ទាប់។ ប៉ុន្តែយើងអាចរកការស្រាយបញ្ជាក់ផ្សេងទៀតដោយផ្អែកទៅលើចំណេះដឹងដែលយើងទទួលបានពីមុនមកដូចខាងក្រោម៖

សម្រាយ 1 តាង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ នោះយើងបានត្រីកោណសមបាតចំនួនបួនដូចដែលត្រូវបានបង្ហាញខាងក្រោម៖ បើមុំបាតនៃត្រីកោណគឺ a, b, c និង d នោះ $\angle A + \angle C = a + b + c + d$ ។ ដោយផលបូកនៃមុំទាំងអស់នេះគឺ



$2(a+b+c+d) = 360°$, $\angle A + \angle C = a+b+c+d = 180°$ ដូចនេះ: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle C = 180°$។

សម្រាយ 2 យើងបានមុំចារឹកក្នុងរង្វង់បួនគូ បង្កើតឡើងដោយ ជ្រុង និងអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរនៃចតុកោណចារឹកនេះ។ ប្រសិនបើយើងដាក់ឈ្មោះមុំទាំងនេះដោយ a, b, c និង d នោះ យើងបាន $2(a+b+c+d) = 360°$ ដូចបានបង្ហាញក្នុងរូប



នោះ: $\angle A + \angle C = a + b + c + d = 180°$ ដូចនេះ: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle C = 180°$។

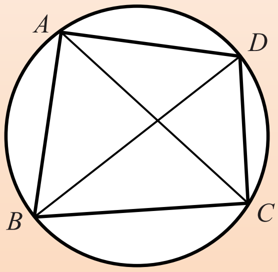
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទ្រឹស្តីបទច្រាសនៃទ្រឹស្តីបទនេះក៏ ពិតដែរ ហើយប្រើប្រាស់ច្រើនទៀតផង។

នៅក្នុងចតុកោណ $ABCD$ បើគេមាន $\angle A + \angle C = 180°$ នោះចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចំពោះចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់។ ទ្រឹស្តីបទផ្សេងទៀតក៏ពិតដែរ



ចំពោះចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។ យើងបាន $\angle BAC = \angle BDC$ និង $\angle CAD = \angle CBD$។

សមភាពទាំងនេះគ្រាន់តែជាលក្ខណៈនៃ មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម និងច្រាសមកវិញក៏ពិតដែរ។

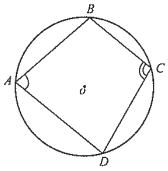
បើ $\angle BAC = \angle BDC$ នោះចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។

ក. គេបាន $\angle BAD = \frac{1}{2}\widehat{BCD}$

$\angle BCD = \frac{1}{2}\widehat{BAD}$

$\angle BAC + \angle BCD = \frac{1}{2}(\widehat{BCD} + \widehat{BAD})$

$= \frac{1}{2} \times 360° = 180°$



ខ. គេបាន $\angle ABC = \frac{1}{2} \times \widehat{ADC}$

$\angle ADC = \frac{1}{2}\widehat{ABC}$

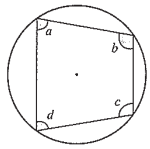
$\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2}(\widehat{ADC} + \widehat{ABC})$

$= \frac{360°}{2} = 180°$ ។

ជាទូទៅ : មុំឈមក្នុងចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយជាមុំបន្ថែមគ្នា ។

$a + c = 180°$

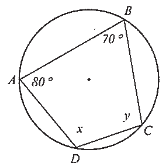
$b + d = 180°$



លំហាត់គំរូ : គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ x និង y ។

ចម្លើយ :

$\angle DAB + \angle DCB = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)



$80° + y = 180°$

នាំឱ្យ $y = 180° - 80° = 100°$

ដូចនេះ $y = 100°$ ។

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$70° + x = 180°$

នាំឱ្យ $x = 180° - 70° = 110°$ ។

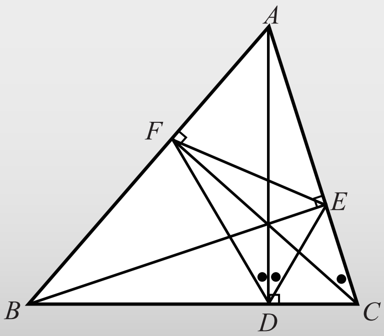
170

10th Period

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ អរតូសង់ និងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង

នៅទំព័រទី 210 នៃសៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូ ថ្នាក់ទី 8 មេរៀនទី16 ទំនាក់ទំនងដ៏ល្អរវាង អរតូសង់ និងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃរង្វង់ត្រូវបានណែនាំឱ្យប្រើដោយមិនចាំបាច់ស្រាយបញ្ជាក់។ តែឥឡូវយើងអាច ស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទនេះបាន។

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង E, F និង G ជាជើងចំណោលកែងពីចំណុច A, B និង C រៀងគ្នា។ នោះអរតូសង់ H គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ ΔDEF ដែលត្រូវបានគេហៅថាជាត្រីកោណជំនួយនៃ ΔABC។

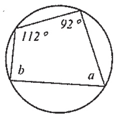


សម្រាយបញ្ជាក់ ដោយ $\angle HDC = \angle HEC = 90°$ នោះផលបូកនៃមុំទាំងពីរនេះគឺ $180°$។ យើងទាញបានថាចតុកោណ $HDCE$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។ ដូចនេះ $\angle EDH = \angle ECH$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)។ ដោយ $\angle ADC = \angle AFC = 90°$ នោះចតុកោណ $AFDC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែរ។ ដូចនេះ $\angle ACF = \angle ADF$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)។ ពីសមភាពទាំងពីរនេះ យើងបាន $\angle ADE = \angle ADF$ ។ ធ្វើដូចគ្នានេះដែរយើងបាន $\angle BEF = \angle BED$ និង $\angle CFD = \angle CFE$។

ដូចនេះ H គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ΔDEF។

11th Period

ប្រតិបត្តិ : តាមរូបខាងស្ដាំនេះចូររករង្វាស់មុំ a និង b ។

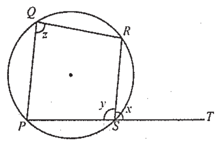


5. មុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

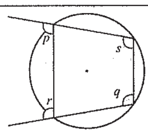
ឧទាហរណ៍ : គេមានចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ $PQRS$ ។ គេបន្លាយជ្រុងមួយនៃចតុកោណ PS ទៅចំណុច T ។ គេសង្កេតឃើញថា $x+y=180°$ (មុំជាប់នៅលើបន្ទាត់មួយ)និង $y+z=180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់) ។

យើងទាញបាន $x+y=y+z$, $x=z$

x ជាមុំក្រៅចតុកោណ $PQRS$ ចារឹកក្នុងរង្វង់និង z ជាមុំចារឹកក្នុងចតុកោណឈមទៅនឹងមុំ x ។



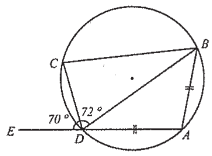
ជាទូទៅ : មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំឈមវាចារឹកក្នុងចតុកោណនោះ $p=q$, $r=s$ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AD=AB$ និង AD បន្លាយទៅ E ។

បើ $\angle CDE=70°$ និង $\angle CDB=72°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle BAD$ ខ. $\angle BCD$ ។



ចម្លើយ : $\angle ADB+\angle BDC+\angle CDE=180°$ (មុំបន្ថែមគ្នា)

$\angle ADB+72°+70°=180°$

$\angle ADB=180°-70°-72°=38°$

ហើយ $\angle BAD+\angle ADB+\angle DBA=180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណមួយ)

ដោយ $\angle ADB=\angle DBA$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

171

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាមលក្ខណៈនៃផលបូកមុំឈម

$a+112°=180°$

និង $b+92°=180°$

ដូចនេះ $a=180°-112°=68°$

និង $b=180°-92°=88°$ ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 5?

ពន្យល់ពីលក្ខណៈនៃមុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្រាប់ការអប់រំតាមបែបសិស្សមជ្ឈមណ្ឌលនោះវាកាន់តែប្រសើរបើយើងឱ្យវាស់មុំក្រៅ រួចសួរពួកគេពីទំនាក់ទំនងដែលពួកគេឱ្យបង្ហាញថាអ្វីដែលបានរកឃើញជាការពិត។

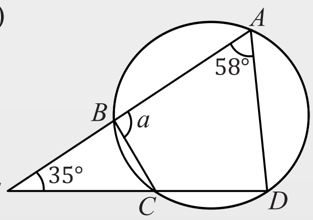
ផ្ទុយមកវិញក៏ពិតដែរចំពោះសំណើនេះ។

បើ $p=q$ ឬ $r=s$ ពិត នោះចតុកោណ$ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។

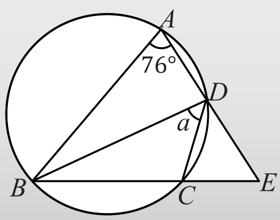
លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

លំហាត់ ចូររកមុំ a នៅក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោម៖

(1)



(2)



$AB=AE, AD=DC$

ចម្លើយ

(1) ដោយចតុកោណ ABCD ចារឹកក្នុងរង្វង់ នោះ $\angle BCE=\angle A=58°$។

តាមលក្ខណៈនៃមុំក្រៅនៃត្រីកោណ យើងបាន

$a=\angle ABC=\angle BCE+\angle BEC=58°+35°=93°$

(2) ដោយ $AB=AE$, $\angle ABE=\frac{1}{2}(180°-76°)=52°$។

ដោយ $AD=DC$, $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=26°$។

ដូចគ្នានេះដែរយើងទាញបាន $\angle DCE=\angle A=76°$។

ដូចនេះ $a=\angle BDC=76°-26°=50°$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់នេះបង្ហាញថា $AB \parallel EF$ ពិត យើងអាចបង្ហាញបានថា $\angle ABD + \angle DFE = 180°$។

យើងក៏អាចសង្កេតឃើញ $\angle A = \angle CDF, \angle B = \angle DCF$, $\angle ACD = \angle F$ និង $\angle BDC = \angle E$ ។ ដូចនេះ ចតុកោណទាំងពីរនេះមានមុំត្រូវគ្នាប៉ុនរៀងគ្នា។ ដូចនេះ ចតុកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា។

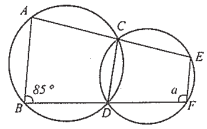
$\angle BAD + 38° + 38° = 180°$

$\angle BAD = 180° - 76° = 104°$

ដូចនេះ $\angle BCD + \angle BAD = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$\angle BCD = 180° - 104° = 76°$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានចតុកោណ $ABDC$ និង $CDFE$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ ចូរគណនាមុំ a ។



ចម្លើយ : គេមាន $CDFE$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

$a = \angle ACD$ (មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ស្មើនឹងមុំក្នុងឈម) ក្នុងចតុកោណ $ABDC$ គេបាន

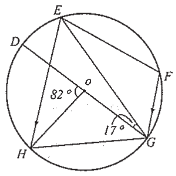
$\angle ACD + \angle ABD = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$\angle ACD + 85° = 180°$

$\angle ACD = 180° - 85° = 95°$

$a = \angle ACD = 95°$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : $EFGH$ គឺជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន EH ស្របទៅនឹង FG ហើយ DG ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់នៃផ្ចិត O ។



គេឱ្យ $\angle DOH = 82°$ និង $\angle DGE = 17°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle HEG$ ខ. $\angle HGF$ គ. $\angle FEG$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\angle HOG + \angle HOD = 180°$ (មុំលើបន្ទាត់មួយ)

$\angle HOG + 82° = 180°$

$\angle HOG = 180° - 82° = 98°$

$2 \times \angle HEG = \angle HOG$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់)

$2 \times \angle HEG = 98°$

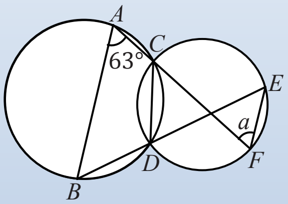
នាំឱ្យ $\angle HEG = \frac{98}{2} = 49°$ ។

172

12th Period

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ចូររកមុំ a នៅក្នុងរូបខាងក្រោម៖

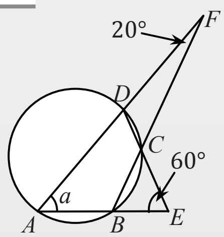


ចម្លើយ ដោយចតុកោណ $ABDC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ នោះយើងបាន $\angle BAC = \angle CDE$ ។ ហើយ $\angle CDE = \angle CFE$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម) នាំឱ្យ $a = \angle CFE = \angle BAC = 63°$ ។

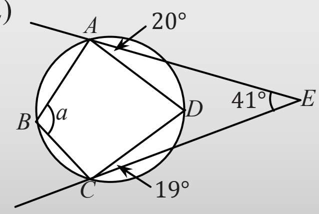
លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

លំហាត់ ចូររកមុំ a នៅក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោម៖

(1)



(2)



ចម្លើយ

(1) ដោយចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ យើងបាន $a = \angle A = \angle BCE$ ។ តាមលក្ខណៈនៃមុំក្រៅត្រីកោណ យើងបាន $\angle ABF = a + 60$។ ហើយ $a + (a + 60°) + 20° = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុង ΔABF) ដោះស្រាយសមីការនេះ យើងបាន $a = 50°$។

(2) យកចំណុច F នៅលើបន្លាយនៃបន្ទាត់ ED នោះយើងបាន $\angle ADF = \angle DAE + \angle DEA$ និង $\angle CDF = \angle DCE + \angle DEC$។ បូកសមភាពទាំងពីរនេះ យើងបាន $\angle ADC = \angle DAE + \angle DCE + \angle AEC = 20° + 19° + 41° = 80°$ ។

ដូចនេះ៖ $a = 180° - \angle ADC = 180° - 80° = 100°$

ខ. $\angle EGF = \angle HEG$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង $FG \parallel EH$)

$\angle EGF = 49°$

$\angle OGH + \angle HOG + \angle OHG = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

$\angle OGH = \angle OHG$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$2\angle OGH = 180° - \angle HOG$

$\angle OGH = \dfrac{180° - 98°}{2} = 41°$ ។

នាំឱ្យ $\angle HGF = \angle OGH + \angle DGE + \angle EGF$

$= 41° + 17° + 49° = 107°$ ។

គ. $\angle FEH + \angle HGF = 180°$ មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

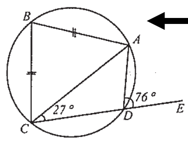
$\angle FEH = 180° - 107° = 73°$

នាំឱ្យ $\angle FEG = \angle FEH - \angle GEH$

$= 73° - 49° = 24°$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេមានចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AB = BC$ ។ គេបន្លាយ CD ដល់ E ដែលមាន $\angle ACE = 27°$ និង $\angle ADE = 76°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle ACB$ ខ. $\angle BAD$ ។

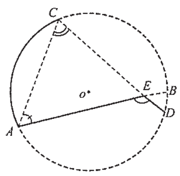


6. មុំដែលមានកំពូលមិននៅលើរង្វង់

6.1. មុំក្នុងរង្វង់

មុំក្នុងរង្វង់ជាមុំដែលមានកំពូលនៅក្នុងរង្វង់ ។

ឧទាហរណ៍ : គេមាន $\angle AED$ ជាមុំក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។ បង្ហាញថា $\angle AED = \frac{1}{2}(\overparen{AD} + \overparen{BC})$ ។



គេបាន $\angle C = \frac{1}{2}\overparen{AD}$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូ AD)

$\angle A = \frac{1}{2}\overparen{BC}$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូ BC)

តែ $\angle AED = \angle A + \angle C$ (មុំក្រៅត្រីកោណ)

$\angle AED = \frac{1}{2}(\overparen{AD} + \overparen{BC})$ ។

173

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

$\angle OGH$ អាចរកឃើញដោយផ្ទាល់ពីលក្ខណៈនៃមុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម

$\angle OGH = \frac{1}{2}\angle DOH = \frac{82°}{2} = 41°$ ។

ដូចគ្នាដែរចំពោះ $\angle HGF$ ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ក. ដោយ $\angle ABC = \angle ADE = 76°$ ហើយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត

នាំឱ្យ $\angle ACB = \dfrac{180-76}{2} = 52°$។

ខ. $\angle BCD = \angle BCA + \angle ACD$

$= 52° + 27° = 79°$។

ដូចនេះ $\angle BAD = 180° - \angle BCD$

$= 180° - 79° = 101°$។

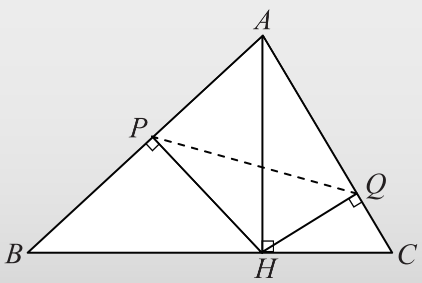
តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 6?

ពន្យល់ពីលក្ខណៈនៃមុំក្នុង និងមុំក្រៅរង្វង់មួយ។

13th Period

លំហាត់បន្ថែមសម្រាប់សិស្ស

លំហាត់ ក្នុងរូបខាងក្រោម H គឺជាជើងចំណោលកែងពីចំណុច A ទៅ BC និង P, Q ក៏ជាជើងចំណោលកែងពីចំណុច H ទៅ AB, AC រៀងគ្នា។ បង្ហាញថាចតុកោណ $PBCQ$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។



សម្រាយបញ្ជាក់ ដោយ $\angle APH + \angle AQH = 180°$ នោះ $APHQ$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។ នាំឱ្យ $\angle AQP = \angle AHP (*)$

ហើយ ΔAPH និង ΔAHB ជាត្រីកោណកែង និង $\angle PAH = \angle HAB$ មុំរួម។ ដោយ $\angle APH = \angle AHB = 90°$ យើងបាន $\angle AHP = \angle ABH$ $(**)$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $\angle AQP = \angle ABH$ ដែលយើងអាចទាញបានថាចតុកោណ $PBCQ$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។ ដោយមុំក្រៅ $\angle AQP$ គឺស្មើគ្នានឹងមុំឈមខាងក្នុង $\angle ABH$។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

$\angle CMD = \frac{1}{2}\ CD + AB$

$= \angle CAD + \angle ADB$

$= 60° + 75° = 135°$

មុំនេះអាចរកឃើញដោយផ្ទាល់តាម

$\angle CMD = \angle MBD + \angle MDB$

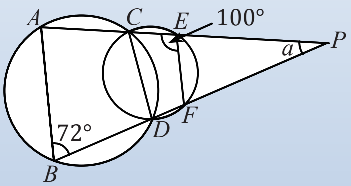
$= 60° + 75°$

ដោយ $\angle MBD = \angle CAD$

ដូចនេះយើងអាចរកមុំក្នុងរង្វង់គឺជាផលបូកនៃមុំចារឹកពីរ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ចូររកមុំ a ក្នុងរូបខាងក្រោម៖



ចម្លើយ ដោយ $ABDC$, $CDFE$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ នោះយើងបាន $\angle PCD = \angle PBA = 72°$ និង

$\angle PDC = 180° - \angle CEF = 80°$

$a = 180° - 72° - 80° = 28°$

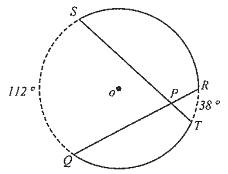
ជាទូទៅ : មុំក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹង កន្លះផលបូករង្វាស់ធ្នូស្កាត់ដោយជ្រុងនៃមុំ ។

លំហាត់គំរូ : ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ ចូរគណនា $\angle SPQ$ ។

ចម្លើយ : គេបាន $\angle SPQ = \frac{1}{2}(\widehat{SQ} + \widehat{RT})$

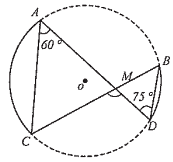
$\angle SPQ = \frac{1}{2}(112° + 38°)$

$= \frac{1}{2}(150°) = 75°$ ។



ប្រតិបត្តិ : គេមាន $\angle CMD$ ជាមុំក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ គេដឹងថា $\angle CAD = 60°$ និង $\angle ADB = 75°$ ។

ចូរគណនា $\angle CMD$ ។



6.2. មុំក្រៅរង្វង់

មុំក្រៅរង្វង់ជាមុំដែលមានកំពូលនៅក្រៅរង្វង់ ហើយមានជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ ។

ឧទាហរណ៍ : គេមាន $\angle AED$ ជាមុំក្រៅរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។

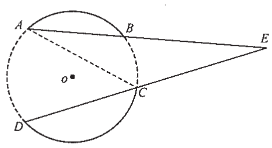
បង្ហាញថា $\angle AED = \frac{1}{2}(\widehat{AD} - \widehat{BC})$ ។

គេបាន $\angle AED + \angle CAE = \angle ACD$

$\angle AED = \angle ACD - \angle CAE$

$= \frac{1}{2}\widehat{AD} - \frac{1}{2}\widehat{BC}$

$= \frac{1}{2}(\widehat{AD} - \widehat{BC})$ ។



ជាទូទៅ : មុំក្រៅរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹង កន្លះផលបូករង្វាស់ធ្នូស្កាត់ដោយជ្រុងនៃមុំនេះ ។

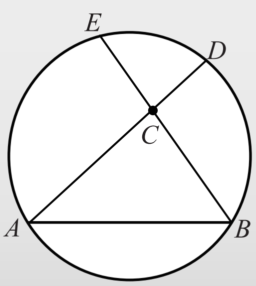
កែតម្រូវ: ត្រូវតែជាផលដក មិនមែនជាផលបូកទេ។

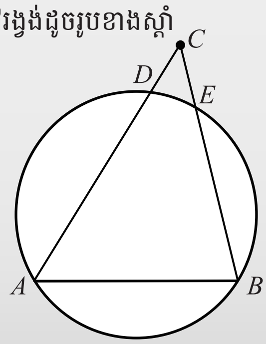
174

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ ចំណុចខាងក្នុង និងចំណុចខាងក្រៅ

តាង AB ជាធ្នូនៃរង្វង់មួយ។ បើចំណុច C នៅខាងក្នុងនៃរង្វង់ ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបខាងឆ្វេង។ បន្លាយនៃ AC និង BC កាត់រង្វង់ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា។ នោះយើងបាន $\angle ACB = \frac{1}{2}(AB + DE) > \frac{1}{2}\widehat{AB}$ ។ដូចនេះ $\angle ACB$ គឺធំជាងមុំចារឹក។

ម្យ៉ាងទៀត បើចំណុច C នៅខាងក្រៅរង្វង់ដូចរូបខាងស្ដាំ



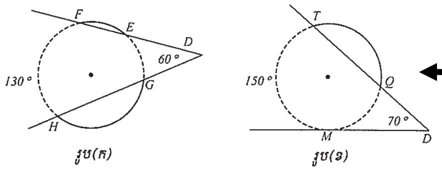


នោះយើងបាន AC និង BC កាត់រង្វង់ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា។

នោះ $\angle ACB = \frac{1}{2}(\widehat{AB} - \widehat{DE}) < \frac{1}{2}\widehat{AB}$ ។ ដូចនេះ

$\angle ACB$ គឺតូចជាងមុំចារឹក។ ប្រាសមកវិញក៏ពិតដែរ បើ$\angle ACB$ ធំជាងមុំចារឹកនោះចំណុច C នៅខាងក្នុងនៃរង្វង់ និងបើ$\angle ACB$ តូចជាងមុំចារឹក នោះចំណុច C នៅខាងក្រៅនៃរង្វង់។

លំហាត់គំរូ : ចូរគណនា $\angle D$ ក្នុងករណីរូបខាងក្រោម ។



រូប(ក) រូប(ខ)

ចម្លើយ :

ក. $\angle D = \frac{1}{2}(\widehat{FH} - \widehat{EG})$

$= \frac{1}{2}(130° - 60°)$

$= \frac{70°}{2} = 35°$ ។

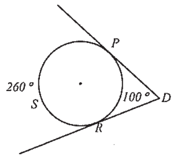
ខ. $\angle D = \frac{1}{2}(\widehat{TM} - \widehat{QM})$

$= \frac{1}{2}(150° - 70°)$

$= \frac{1}{2} \times 80°$

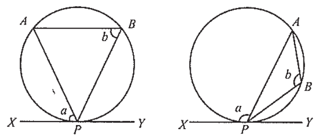
$= 40°$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនា $\angle D$ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ ។



7. មុំផ្ចិតដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ មាន PA ជាអង្កត់ធ្នូដែលចែករង្វង់ជាពីរផ្នែក ។ XPY ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ P ។ $\angle ABP$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលដែលមានអង្កត់ធ្នូ PA នៅក្នុងនោះ $\angle XPA$ ជាមុំដែលផ្តុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ PA ។



175

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ក្នុងករណីខាងឆ្វេង វាមិនច្បាស់លាស់ដោយផ្ទាល់ថា

$$\angle D = \frac{1}{2}\left(TM - QM\right)$$
$$= \angle TQM - \angle QTM$$

ដោយវាមិនអាចបង្ហាញដូចនៅក្នុងទំព័រមុន។ (សូមមើលប្រអប់ខាងក្រោម)

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

គាងបន្លាយនៃ DP ដោយ X។ នោះ

$\angle D = \angle XPR - \angle PRD$

$= \frac{260°}{2} - \frac{100°}{2} = 130° - 50°$

$= 80°$ (សូមមើលខាងក្រោម)

មុំនេះអាចរកបានតាមរបៀបផ្សេងទៀត។

ដោយ $\angle OPD = \angle ORD = 90°$

នាំឱ្យ $\angle D = 360° - 90° \times 2 - 100° = 80°$។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 7

ពន្យល់លក្ខណៈនៃមុំដែលបង្កើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូ ត្រង់ចំណុចប៉ះ។

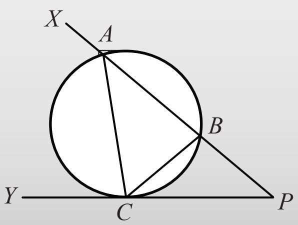
ការពិភាក្សាបន្ថែម ករណីបន្ទាត់ប៉ះ

ពេលដែលកំពូលនៃមុំមួយនៅខាងក្រៅរង្វង់នោះរង្វាស់មុំនោះស្មើនឹងផលដក នៃមុំពីរដែលទាក់ទងនឹងរង្វង់ ប៉ុន្តែវាមិនត្រូវបានបង្ហាញដោយផ្ទាល់នៅពេលដែលបន្ទាត់មួយ ឬពីរជាបន្ទាត់ប៉ះ។

ករណី 1 ឧបមាថាបន្ទាត់មួយដែលបង្កើតមុំប៉ះទៅនឹងរង្វង់ហើយ

គេឱ្យ AC និង BC ។ យើងបាន $\angle P = \angle ABC - \angle BCP$។

ដោយ $\angle ABC = \frac{1}{2}\ AC$ យើងបង្ហាញថា $\angle BCP = \frac{1}{2}\widehat{BC}$



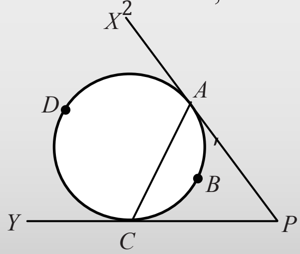
យើងមាន $\frac{1}{2}\ BC = \angle CAB$

និង $\angle CAB = \angle BCP$ នឹងបង្ហាញដោយទ្រឹស្តីបទក្នុងផ្នែកបន្ទាប់។

ករណី 2 ឧបមាថាបន្ទាត់ទាំងពីរដែលបង្កើតមុំប៉ះទៅនឹងរង្វង់ ហើយគេឱ្យ $\angle ABC$ និង $\angle ADC$ ។ យើងបាន

$\angle P = \angle XAC - \angle ACP$ នោះយើងនឹងបង្ហាញថា

$\angle XAC = \frac{1}{2}\angle ADC,\ \angle ACP = \frac{1}{2}\ \angle ABC$



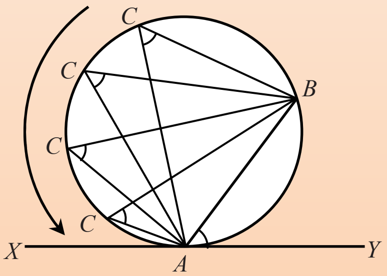
វាដូចទៅនឹងការបង្ហាញ $\angle XAC = \angle ABC$ និង $\angle ACP = \angle ADC$ ។ ទាំងពីរនេះបង្ហាញដោយទ្រឹស្តីបទក្នុងផ្នែកបន្ទាប់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទ្រឹស្តីបទនេះមិនមែនជាការងាយស្រួលយល់ និងប្រើនោះទេ។ វានឹងប្រសើរជាងនេះប្រសិនបើឱ្យសិស្សគិតពីរបៀបស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទនេះ តាមរយៈការរៀនតាមបែបសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល។

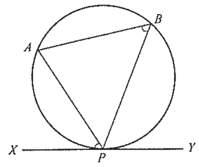
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លក្ខណៈនៃមុំដែលបានបង្កើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះមួយ និងអង្កត់ធ្នូនេះអាចងាយយល់ដោយប្រើការបង្វិលកំពូលនៃមុំចារឹកទៅចំណុចប៉ះ។



បើយើងបង្វិលកំពូលនៃមុំចារឹក C លើធ្នូ $\widehat{AB}$ ទៅចំណុច A ដូចរូបខាងលើ នោះ CA និង CB ខិតទៅរក XA និង AB រៀងគ្នា។ ដូចនេះ $\angle ACB = \angle YAB$ ពិត។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គូសរង្វង់ដែលមានកាំ $4cm$ ។ ដៅចំណុច A និង B នៅលើរង្វង់រួចភ្ជាប់បានជាត្រីកោណ PAB មាន $\angle B$ ជាមុំស្រួច។ គូសបន្ទាត់ប៉ះ $\angle XPY$ ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ P ។ វាស់មុំ $\angle XPA$ និង $\angle PBA$ ។ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្តេច ? តាមសកម្មភាពនេះគេសន្និដ្ឋានថា $\angle XPA = \angle PBA$ ។



> *ជាទូទៅ :* មុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូគូសចេញពីចំណុចមួយនៅលើរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានអង្កត់ធ្នូនៅក្នុងនោះ ។

សំរាយបញ្ជាក់ : គេឱ្យរង្វាស់ផ្ចិត O និង AT ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ A ហើយ $\angle ACB$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានអង្កត់ធ្នូ AB នៅក្នុងនោះ ។

បង្ហាញថា $\angle TAB = \angle ACB$ ។

ការស្រាយបញ្ជាក់នេះចំពោះ $\angle TAB$ ជាមុំស្រួច ។ គូសអង្កត់ផ្ចិត AD

យើងបាន

$\angle TAD = 90°$

ដូចនេះ $\angle TAB = 90° - \angle BAD$ (1)

ម្យ៉ាងទៀតនៅក្នុង ΔABD

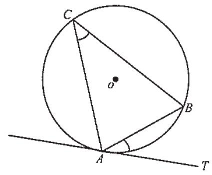
$\angle ABD = 90°$

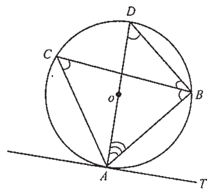
ដូចនេះ $\angle ADB = 90° - \angle BAD$ (2)

តាម (1) និង (2) និងលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងគេបាន

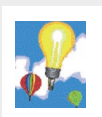
$\angle TAB = \angle ADB = \angle ACB$

ដូចនេះ $\angle TAB = \angle ACB$ ។





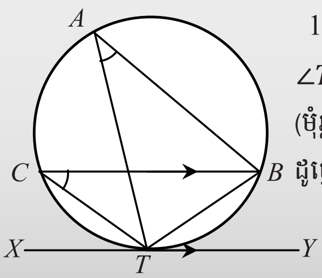
176



ការពិភាក្សាបន្ថែមវិធីផ្សេងទៀតក្នុងការស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទ

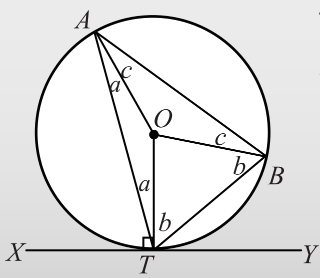
ដូចជាទ្រឹស្តីបទដទៃទៀតដែរលក្ខណៈនៃមុំដែលកើតឡើងដោយអង្កត់ធ្នូ និងបន្ទាត់ប៉ះ អាចត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងវិធីផ្សេងទៀត។ សម្រាយបញ្ជាក់ទាំងពីរត្រូវបានបង្ហាញខាងក្រោមនេះ។

សម្រាយបញ្ជាក់ 1 តាង XY ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ T ។ TB គឺជាអង្កត់ធ្នូត្រង់ T។ គូសបន្ទាត់ស្រប XY កាត់ចំណុច B និងតាង C ជាចំណុចប្រសព្វផ្សេងទៀតជាមួយរង្វង់។ យើងបាន



$BT = CT$ ។ (សូមមើលទំព័រ 148) ដូចនេះ: $\angle TAB = \angle TCB = \angle TBC = \angle BTY$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)។ ដូច្នេះ: $\angle BTY = \angle TAB$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ 2 ដោយ $OA = OT = OB$ នោះត្រីកោណទាំងបី $\Delta OAT, \Delta OTB, \Delta OBA$ ជាត្រីកោណសមបាត។ តាង a, b, c ជាមុំបាតនៃត្រីកោណ។ យើងបាន $2(a+b+c) = 180°$ នាំឱ្យ $a+b+c = 90°$



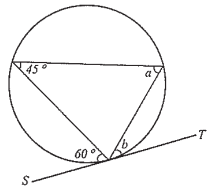
ដោយ $\angle OTY = 90°$, $\angle BTY = 90° - b$ ។ តាមសមីការខាងលើ

$$90° - b = a + c$$
$$= \angle TAB$$

ដូចនេះ: $\angle BTY = \angle TAB$ ។

16th Period

លំហាត់គំរូទី 1 : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន ST ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ ។ ចូររករង្វាស់មុំ a និង b ។



ចម្លើយ :

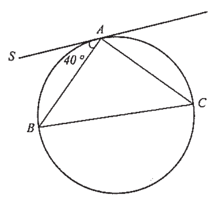
គេបាន $a = 60°$ (ជាមុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ និងអង្កត់ធ្នូ)

$b = 45°$ (ជាមុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ និងអង្កត់ធ្នូ)

លំហាត់គំរូទី 2 : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន SAT ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ A និង BC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។

បើ $\angle SAB = 40°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle CAT$ ខ. $\angle CBA$ ។



ចម្លើយ :

ក. គេបាន $\angle BAC = 90°$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$\angle CAT = \angle SAT - \angle BAC - \angle SAB$

$\angle CAT = 180° - 90° - 40° = 50°$ ។

កែតម្រូវមុំ $\angle CTA$ ត្រូវតែជា $\angle CAT$

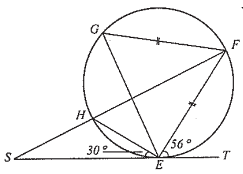
ខ. គេបាន $\angle CBA = \boxed{\angle CTA} = 50°$ (មុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ) ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និង SET ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ E ហើយ SHF ជាបន្ទាត់ត្រង់ ។

កែតម្រូវ 58° ត្រូវតែជា56°

គេឱ្យ $FG = FE$, $\angle HES = 30°$ និង $\angle FET = \boxed{58°}$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle GFE$ ខ. $\angle HSE$ ។



ចម្លើយ :

កែតម្រូវ50°ត្រូវតែជា56°

ក. គេបាន $\angle FGE = 56°$ (មុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ)

ដូចនេះ $\angle GFE = 180° - \angle FGE - \angle GEF$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណសមបាត)

$= 180° - \boxed{50°} - 56° = \boxed{74°}$

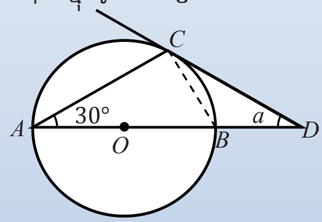
$\angle GFE = 74°$ ។

កែតម្រូវ: 74° ត្រូវតែជា 68°

177

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

រកមុំ a ក្នុងរូបខាងក្រោម៖



ចម្លើយ ដោយ AB គឺជាអង្កត់ផ្ចិត

$\angle ACB = 90°$ និង

$\angle BCD = \angle BAC = 30°$ ។ ដូចនេះ

$\angle ACD = 90° + 30° = 120°$

នោះ $a = 180° - 30° - 120°$

$= 30°$ ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុំផ្សេងទៀតដែលសួរនៅក្នុងលំហាត់នេះ យើងអាចរកឃើញថា

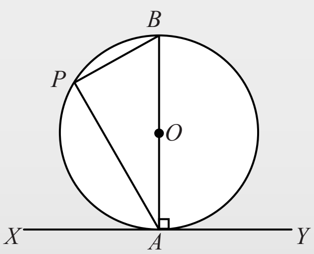
- $\angle HEG = \angle HFG = 38°$
- $\angle HEF = 94°$
- $\angle GET = \angle EHG = 112°$

វាគឺជាលំហាត់គំរូយ៉ាងល្អក្នុងការព្យាយាមរករង្វាស់មុំផ្សេងៗដូចដែលកើតឡើង ដោយមិនគ្រាន់តែឆ្លើយទៅនឹងសំណួរ។

ការពិភាក្សាបន្ថែម វិធីផ្សេងទៀតក្នុងការស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទ

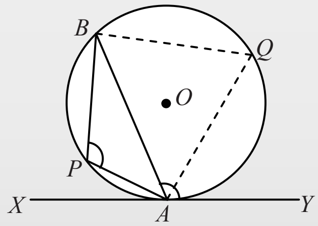
មានករណីចំនួនពីរផ្សេងទៀតនៃទ្រឹស្តីបទមុំដែលផ្គុំឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូ។ យើងនឹងបង្ហាញករណីទី (1) គឺមុំកែង និងករណីទី (2) គឺមុំទាល។ យើងមិនគួរបង្ហាញតែទ្រឹស្តីបទនេះនោះទេ គឺគួរតែព្យាយាមស្រាយបញ្ជាក់វា។

(1) ករណីមុំកែង



$\angle BAY = 90°$ (តាមលក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ)។ $\angle APB = 90°$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)។ ដូចនេះទ្រឹស្តីបទនេះពិត។

(2) ករណីមុំទាល



បើយើងយកចំណុច Q ឈមនឹងចំណុច P នោះយើងបាន $\angle P = 180° - \angle Q$ ។ ដោយ $\angle Q = \angle BAX$ តាមទ្រឹស្តីបទដើម $\angle P = 180° - \angle BAX = \angle BAY$ ។

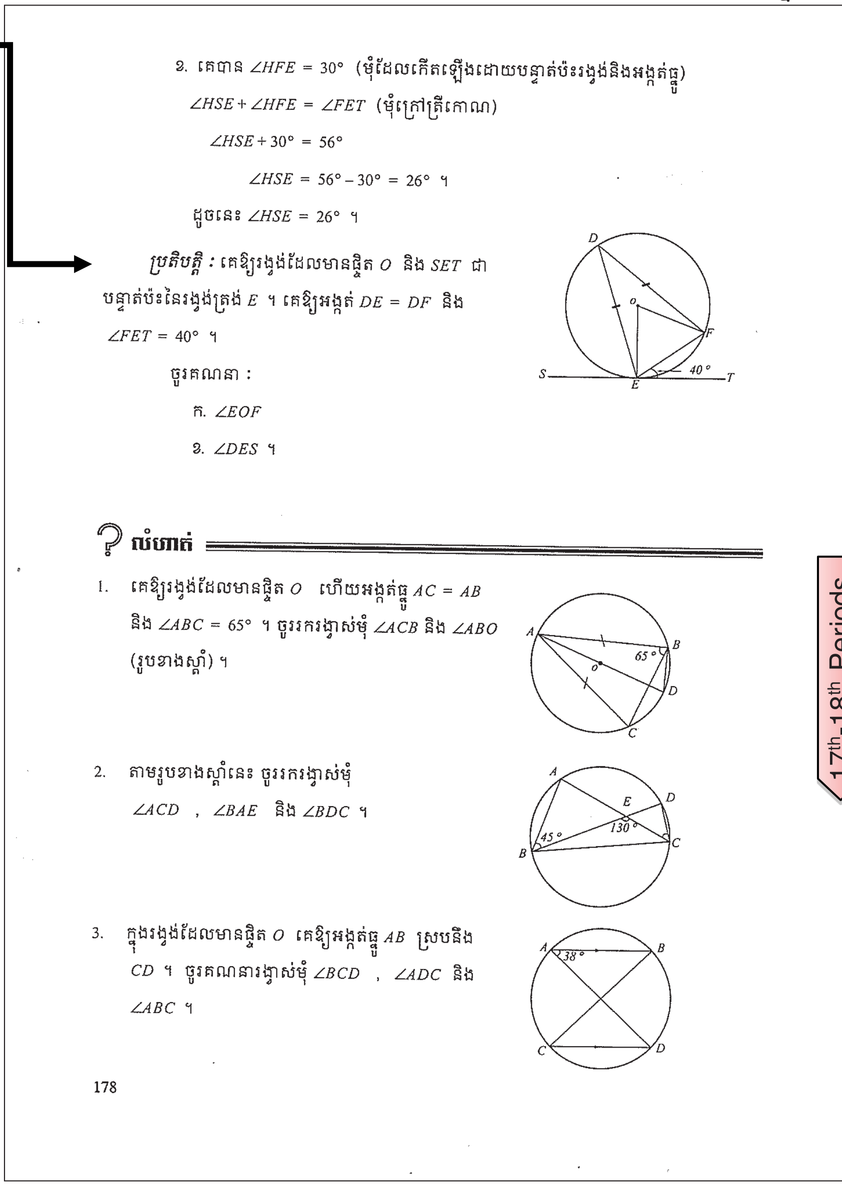
ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ក. តាមលក្ខណៈនៃមុំដែលបង្កើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះ និងអង្កត់ធ្នូ យើងបាន $\angle EDF = \angle FET = 40°$ ដូចនេះ

$\angle EOF = 2\angle EDF = 80°$

ខ. $\angle DES = \angle DFE = \frac{180°-40°}{2}$

$= 70°$



ខ. គេបាន $\angle HFE = 30°$ (មុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ)

$\angle HSE + \angle HFE = \angle FET$ (មុំក្រៅត្រីកោណ)

$\angle HSE + 30° = 56°$

$\angle HSE = 56° - 30° = 26°$ ។

ដូចនេះ $\angle HSE = 26°$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង SET ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ E ។ គេឱ្យអង្កត់ $DE = DF$ និង $\angle FET = 40°$ ។

ចូរគណនា :

ក. $\angle EOF$

ខ. $\angle DES$ ។

លំហាត់

1. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ហើយអង្កត់ធ្នូ $AC = AB$ និង $\angle ABC = 65°$ ។ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACB$ និង $\angle ABO$ (រូបខាងស្តាំ) ។

2. តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACD$, $\angle BAE$ និង $\angle BDC$ ។

3. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ AB ស្របនឹង CD ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BCD$, $\angle ADC$ និង $\angle ABC$ ។

178

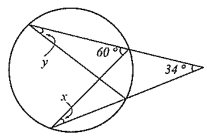
ចម្លើយលំហាត់

1. ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាតដែលមាន $AB = AC$ យើងបាន $\angle ACB = \angle ABC = 65°$ តាមទំនាក់ទំនងរវាង មុំផ្ចិត និងមុំចារឹក យើងបាន
 $\angle AOB = 2\angle ACB = 130°$
 ដោយ ΔOAB គឺជាត្រីកោណសមបាត ដែល$OA = OB$,
 $\angle ABO = \frac{1}{2}(180° - \angle AOB)$
 $= \frac{1}{2}(180° - 130°) = 25°$
 (យើងមានវិធីផ្សេងទៀតជាច្រើនដើម្បីរកមុំនេះ)

2. $\angle ACD = \angle ABD = 45°$ ដោយមុំទាំងពីរចារឹកស្កាត់ធ្នូរូប AD។
 តាមលក្ខណៈមុំក្រៅនៃត្រីកោណ ABE យើងបាន
 $\angle BEC = \angle ABE + \angle BAE$ ។
 ដូចនេះ: $\angle BAE = \angle BEC - \angle ABE$
 $= 130° - 45° = 85°$ ។
 $\angle BDC = \angle BAC = \angle BAE = 85°$ ដោយមុំទាំងពីរចារឹកស្កាត់ធ្នូរូប BC។
 ($\angle BDC$ អាចគណនាដោយផ្ទាល់តាម
 $\angle BDC = \angle BEC - \angle DCE$
 $= \angle BEC - \angle ABD = 130° - 45° = 85°$)

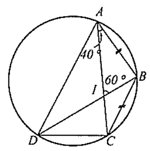
3. $\angle BCD = \angle BAD = 38°$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរូម)
 $\angle ADC = \angle BAD = 38°$ (លក្ខណៈមុំឆ្លាស់ក្នុង)
 $\angle ABC = \angle BCD = 38°$ (លក្ខណៈមុំឆ្លាស់ក្នុង)
 $\angle ABC = \angle ADC = 38°$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរូម)
 យើងឃើញថាត្រីកោណទាំងពីរនេះជាត្រីកោណសមបាត បើគេមានអង្កត់ធ្នូស្របគ្នា។

4. តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររករង្វាស់មុំ x និង y ។

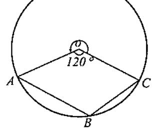


5. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។ អង្កត់ធ្នូ AC និង BD កាត់គ្នាត្រង់ I និង $\angle CAB = 40°$, $\angle AIB = 60°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle ACD$ ខ. $\angle CAD$ ។

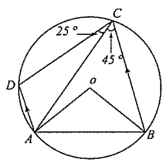


6. បីចំណុច A , B , C ឋិតនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្តាំនេះ ។ គេឱ្យ $\angle AOC = 120°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle ABC$ ។

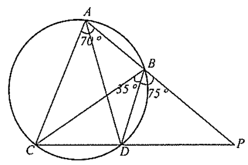


7. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ អង្កត់ធ្នូ AD ស្របនឹង BC និង $\angle ACB = 45°$, $\angle ACD = 25°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle ADC$ ខ. $\angle OAB$ ។



8. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមានចំណុច A , B , C និង D នៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ បើគេបន្លាយ អង្កត់ធ្នូ AB និង CD កាត់គ្នាត្រង់ P ហើយ $\angle CBD = 35°$, $\angle CAP = 70°$ និង $\angle DBP = 75°$ ។ ចូរគណនា : ក. $\angle ACD$ ខ. $\angle APC$ គ. $\angle DAB$ ។



179

ចម្លើយលំហាត់

4. តាមលក្ខណៈមុំក្រៅនៃត្រីកោណ
$60° = x + 34°$
ដូចនេះ $x = 60° - 34° = 26°$
$y = x = 26°$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)

5. ក. $\angle ABD = 180° - 40° - 60° = 80°$
$\angle ACD = \angle ABD = 80°$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)
ខ. ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាតដែល $AB = BC$
$\angle ACB = \angle CAB = 40°$។
នោះ $\angle ADB = \angle ACB = 40°$។
$\angle CAD = \angle AIB - \angle ADB$
$= 60° - 40° = 20°$ ។

6. $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$ (មុំផ្ចិតផ្នែកធំ និងមុំចារឹកផ្នែកធំ)
មុំផ្ចិតផ្នែកធំ $\angle AOC$
$= 360° - 120° = 240°$
ដូចនេះ $\angle ABC = \frac{240°}{2} = 120°$។

7. ក. $\angle CAD = \angle ACB = 45°$ (លក្ខណៈមុំឆ្លាស់ក្នុង)
នោះ $\angle ADC = 180° - \angle ACD - \angle CAD$
$= 180° - 25° - 45° = 110°$។
(វិធីផ្សេងទៀត $\angle BCD = 25° + 45° = 70°$
ដោយ $AD \parallel BC$, $\angle ADC + \angle BCD = 180°$ ។
ដូចនេះ $\angle ADC = 180° - \angle BCD = 180° - 70° = 110°$)។
ខ. $\angle AOB = 2\angle ACB = 2 \times 45° = 90°$។
ដោយ ΔOAB ជាត្រីកោណសមបាតដែល $OA = OB$,
$\angle OAB = \frac{1}{2}(180° - \angle AOB) = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$
សម្គាល់ថា យើងអាចបង្ហាញថា$ABCD$ គឺជាចតុកោណព្នាយសមបាត $\angle OAC = 20°$, $\angle OBC = 25°$ ។

8. ក. តាមលក្ខណៈមុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ នោះ $\angle ACD = \angle DBP = 75°$។
ខ. $\angle APC = 180° - \angle PAC - \angle PCA$
$= 180° - 70° - 75° = 35°$ ។
C. $\angle CAD = \angle CBD = 35°$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម).
$\angle DAB = \angle BAC - \angle CAD = 70° - 35° = 35°$.
(វិធីផ្សេងទៀត $\angle DAB = \angle DCB$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)
និង $\angle CBP = 35° + 75° = 110°$។
ដូចនេះ $\angle DAB = \angle DCB = 180° - \angle CBP - \angle BPC = 180° - 110° - 35° = 35°$)
សម្គាល់ថា តាមលទ្ធផល យើងបាន ΔBAD, ΔDBC, ΔBCP និង ΔDAP ជាត្រីកោណសមបាត។

ចម្លើយលំហាត់

9. ក. ដោយ $\angle ACD = \angle ATD = 20°$ យើងបាន

$\angle BAC = 20° + 20° = 40°$

ហើយ $\angle ABC = 90°$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់) ។ តែ $\angle ADB = \angle ACB$

$= 180° - \angle ABC - \angle BAC$

$= 180° - 90° - 40° = 50°.$

ខ. $\angle BOC = 2\angle BAC$

$= 2 \times 40° = 80°$ ។

គ. $\angle BDC = \angle BAC = 40°$ ។

10. តាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ យើងបាន ΔQPR ជាត្រីកោណសមបាត ដែល $QP = QR$

ក. $\angle PRQ = \frac{1}{2}\angle POQ = \frac{134°}{2}$

$= 67°$ ។

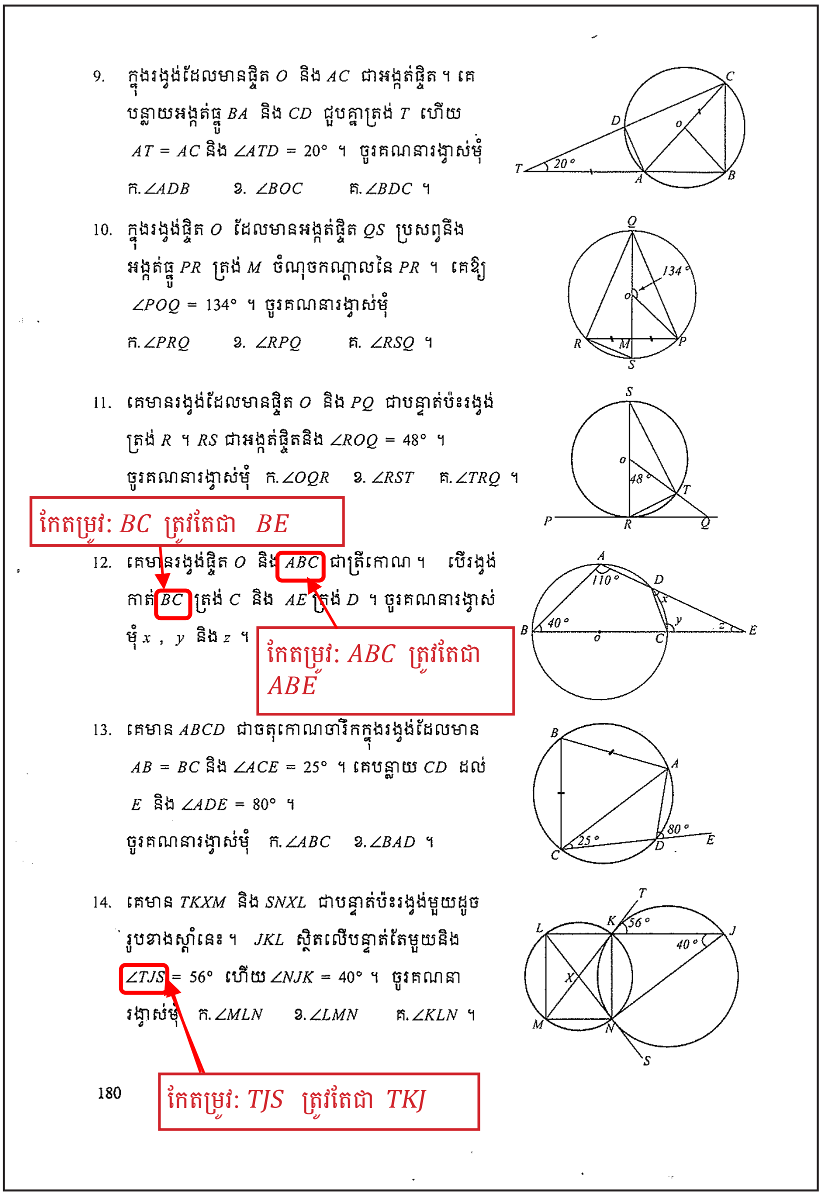
ខ. $\angle RPQ = \angle PRQ = 67°$

គ. $\angle RSQ = \angle RPQ = 67°$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូរួម)

11. ក. ដោយ $SR \perp PQ$, $\angle OQR$

$= 180° - \angle ORQ - \angle QOR$

$= 180° - 90° - 48° = 42°$



9. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង AC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ គេបន្លាយអង្កត់ធ្នូ BA និង CD ជួបគ្នាត្រង់ T ហើយ $AT = AC$ និង $\angle ATD = 20°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle ADB$ ខ. $\angle BOC$ គ. $\angle BDC$ ។

10. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត QS ប្រសព្វនឹងអង្កត់ធ្នូ PR ត្រង់ M ចំណុចកណ្ដាលនៃ PR ។ គេឱ្យ $\angle POQ = 134°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle PRQ$ ខ. $\angle RPQ$ គ. $\angle RSQ$ ។

11. គេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង PQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ R ។ RS ជាអង្កត់ផ្ចិតនិង $\angle ROQ = 48°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ ក. $\angle OQR$ ខ. $\angle RST$ គ. $\angle TRQ$ ។

កែតម្រូវ: BC ត្រូវតែជា BE

12. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង $\boxed{ABC}$ ជាត្រីកោណ ។ បើរង្វង់កាត់ $\boxed{BC}$ ត្រង់ C និង AE ត្រង់ D ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ x , y និង z ។

កែតម្រូវ: ABC ត្រូវតែជា ABE

13. គេមាន $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AB = BC$ និង $\angle ACE = 25°$ ។ គេបន្លាយ CD ដល់ E និង $\angle ADE = 80°$ ។

ចូរគណនារង្វាស់មុំ ក. $\angle ABC$ ខ. $\angle BAD$ ។

14. គេមាន $TKXM$ និង $SNXL$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់មួយដូចរូបខាងស្ដាំនេះ ។ JKL ស្ថិតលើបន្ទាត់តែមួយនិង $\boxed{\angle TJS} = 56°$ ហើយ $\angle NJK = 40°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ ក. $\angle MLN$ ខ. $\angle LMN$ គ. $\angle KLN$ ។

180

កែតម្រូវ: TJS ត្រូវតែជា TKJ

ខ. $\angle RST = \frac{1}{2}\angle ROT = \frac{48°}{2} = 24°$

គ. $\angle TRQ = \angle RST = 24°$ (លក្ខណៈមុំពិសេស)

12. តាមលក្ខណៈមុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ យើងបាន $x = \angle B = 40°$, $y = \angle A = 110°.$

$z = 180° - \angle A - \angle B = 180° - 110° - 40°$

$= 30°$ ។

13. ក. $\angle ABC = \angle ADE = 80°$

ខ. $\angle BAC = \frac{1}{2}(180° - \angle ABC) = \frac{180° - 80°}{2}$

$= 50°$ និង $\angle CAD = \angle ADE - \angle ACD$

$= 80° - 25° = 55°$ ។

ដូចនេះ $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$

$= 50° + 55° = 105°$

14. ក. តាមលក្ខណៈមុំពិសេស យើងបាន

$\angle MLN = \angle MKN = \angle KJN = 40°$ ។

ខ. $\angle LKM = \angle TKJ = 56°$ (មុំទល់កំពូល) និង $\angle MKN = 40°$ ។ ដូចនេះ $\angle LKN = \angle LKM + \angle MKN = 56° + 40° = 96°$ ។

ដោយ $\angle LKN + \angle LMN = 180°$, $\angle LMN = 180° - \angle LKN = 180° - 96° = 84°$ ។

គ. $\angle KNL = \angle KJN = 40°$ ។

ដូចនេះ $\angle \boldsymbol{KLN} = \mathbf{180}° - \angle \boldsymbol{LKN} - \angle \boldsymbol{KNL}$

$= 180° - 96° - 40° = 44°$ ។

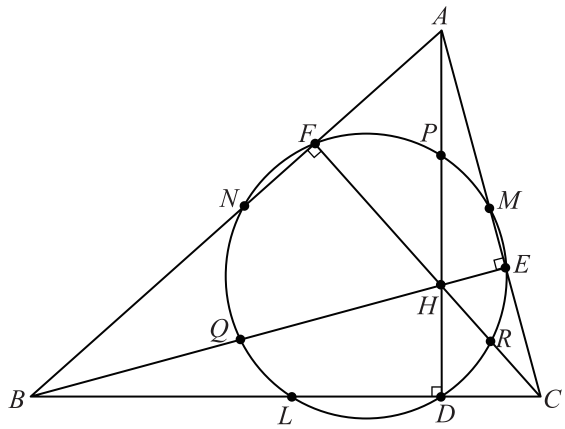
ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

ចំណេះដឹងបន្ថែមទៀតសម្រាប់គ្រូ ទ្រឹស្តីបទ រង្វង់៩ ចំណុច

នៅថ្នាក់ទី ៨ ចំណុចទាំង៥ នៃត្រីកោណត្រូវបានណែនាំដូចជា ទីប្រជុំទម្ងន់ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ អរតូសង់ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង និង ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅត្រីកោណ។ វាគឺជាការមិនគួរឱ្យជឿដែលអស្ចារ្យនិងមានលក្ខណៈជាច្រើនអាចត្រូវបានរកឃើញនៅក្នុង បន្ទាត់ និងរង្វង់នានាទាក់ទងនឹងត្រីកោណ។ ហើយពេលនេះយើងអាចឃើញឧទាហរណ៍មួយទៀតនៃភាពស្រស់ស្អាតនៃធរណីមាត្រ។

ទ្រឹស្តីបទ រង្វង់៩ ចំណុច

ក្នុងត្រីកោណ ΔABC យើងតាង $D,\ E$ និង F ជាជើងចំណោលកែងពីអរតូសង់ H ទៅជ្រុងលើ BC, CA និង AC រៀងគ្នា។ ហើយតាង L, M និង N ជាចំណុចកណ្តាល BC, CA,និង AC រៀងគ្នា ហើយតាង P, Q និង R ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $AH,\ BH$ និង CH រៀងគ្នា។ នោះយើងបានប្រាំបួនចំណុច D, E, F, L, M, N, P, Q និង R នៅលើ រង្វង់ជាក់លាក់មួយដែលគេហៅរង្វង់ប្រាំបួនចំណុច។



សម្រាយបញ្ជាក់ តាមទ្រឹស្តីបទចំណុចកណ្តាលនៃ ΔABC យើងបាន $NM \parallel BC$ និង $NM = \frac{1}{2}BC$។

តាមទ្រឹស្តីបទចំណុចកណ្តាលនៃ ΔHBC យើងបាន $QR \parallel BC$ និង $QR = \frac{1}{2}BC$។ ដូចនេះ $NM \parallel QR \parallel BC$

និង $NM = QR = \frac{1}{2}BC$។

ដូចគ្នានេះដែរ ចំពោះ ΔABH និង ΔACH យើងបាន $NQ \parallel MR \parallel AH$ និង $NQ = MR = \frac{1}{2}AH$។
ដោយ $BC \perp AH$ យើងបាន $NM \perp NQ$ នាំឱ្យ $NQRM$ គឺជាចតុកោណកែង។ យើងគូររង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណកែង $NQRM$ ហើយ NR និង MQ ជាអង្កត់ផ្ចិត។
ធ្វើដូចគ្នាម្តងទៀត យើងបាន $NLRP$ គឺជាចតុកោណកែងដែលរង្វង់ចារឹកក្រៅហើយមាន NR និង LP ជាអង្កត់ផ្ចិត។
ម្យ៉ាងទៀតចតុកោណ $PQLM$ គឺជាចតុកោណកែងដែលរង្វង់ចារឹកក្រៅហើយមាន LP *និង* MQ ជាអង្កត់ផ្ចិត។
តាមវិធីខាងលើនេះ យើងបានចតុកោណកែងបី និងរង្វង់ចារឹកក្រៅបី។
ប៉ុន្តែរង្វង់ទី 1 និងរង្វង់ទី 2 មាន NR ជាអង្កត់ផ្ចិតរួម ហើយរង្វង់ទី 2 និងរង្វង់ទី 3 មាន LP ជាអង្កត់ផ្ចិតរួម។ ដូចនេះមានន័យថា រង្វង់ទាំងបីត្រួតស៊ីគ្នា ហើយ 6ចំណុច L, M, N, P, Q និង R ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ។

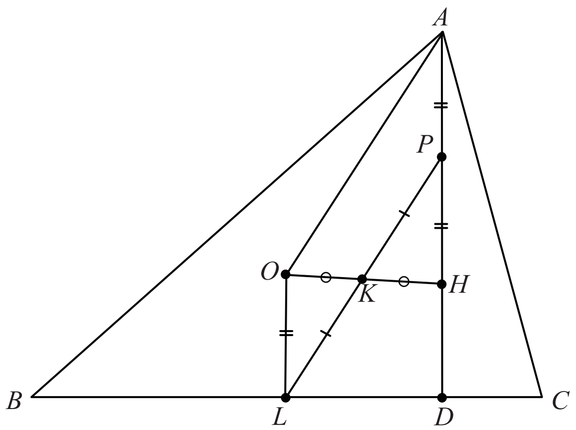
ដោយ $AD \perp BC,\ \angle LDP = 90°$ នាំឱ្យ ចំណុច D ស្ថិតនៅលើរង្វង់ ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត LP គឺរង្វង់ដែលយើងបានខាងលើ។ តាមវិធីដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន E និង F ស្ថិតនៅលើរង្វង់ ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត MQ និង NR រៀងគ្នា រង្វង់ដែលយើងបានខាងលើ។ ដូចនេះ D, E និង F ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ។

ដូចនេះ ៩ ចំណុចស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ។

លក្ខណៈ រង្វង់ ៩ ចំណុច មានលក្ខណៈគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍ផ្សេងទៀត

1. ចំណុច K នៃរង្វង់៩ ចំណុចគឺជាចំណុចកណ្តាលនៃផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ O និងអរតូសង់ H។

សម្រាយបញ្ជាក់នេះពិតដោយបង្ហាញថា $AH = 2OL$ (បង្ហាញក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូថ្នាក់ទី 8) ដោយ P គឺជាចំណុចកណ្តាលនៃ AH (សម្មតិកម្ម នៃចំណុច P) ហើយដោយ K គឺជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ផ្ចិត LP (ផ្ចិតគឺជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ផ្ចិត) ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ។



2. ចំណុច K នៃរង្វង់ ៩ ចំណុចផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ O អរតូសង់ H និងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង I ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ត្រូវបានគេហៅថា បន្ទាត់អឺលែរ។

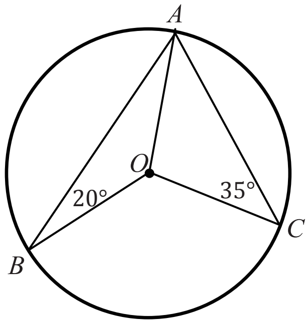
   ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង I គឺជាចំណុចប្រសព្វនៃ AL និង OH ក្នុងរូប។

3. រង្វង់៩ ចំណុច គឺជាចំណុចប៉ះក្នុងនៃរង្វង់ចារឹកក្នុង និងប៉ះក្រៅនៃរង្វង់ចារឹកក្រៅ។ (ទ្រឹស្តីបទFeuerbach’s)

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់ (1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ក្នុងរូបខាងក្រោម O គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែលមាន $\angle OBA = 20°$ និង $\angle OCA = 35°$។



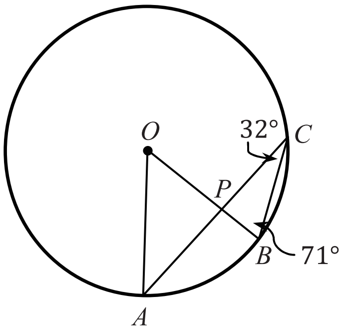
(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle OAB$ (5 ពិន្ទុ)

(a) $20°$ (b) $25°$ (c) $30°$ (d) $35°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BOC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $100°$ (b) $105°$ (c) $110°$ (d) $115°$

2. ក្នុងរូបខាងក្រោម O គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែលមាន $\angle OBC = 71°$ និង $\angle ACB = 32°$ ។



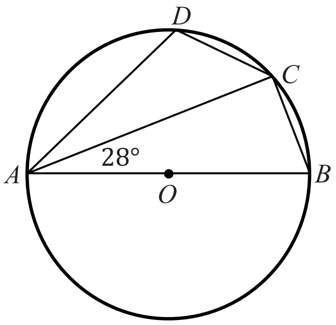
(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle AOB$ (5 ពិន្ទុ)

(a) $60°$ (b) $64°$ (c) $68°$ (d) $72°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle OAC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $35°$ (b) $39°$ (c) $43°$ (d) $47°$

3. ក្នុងរូបខាងក្រោម O គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែលមាន $\angle BAC = 28°$។



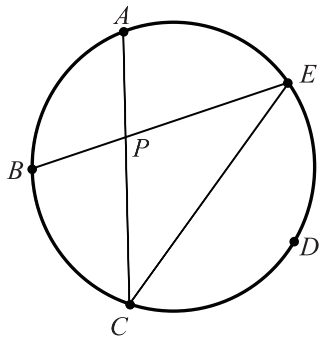
(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle ABC$ (5 ពិន្ទុ)

(a) 50 (b) 56° (c) 62° (d) 68°

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle ADC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) 112° (b) 118° (c) 124° (d) 130°

4. ក្នុងរូបខាងក្រោម គេឱ្យចំណុច A, B, C, D និង E ចែករង្វង់ជា5 ចំណែកស្មើៗគ្នា។



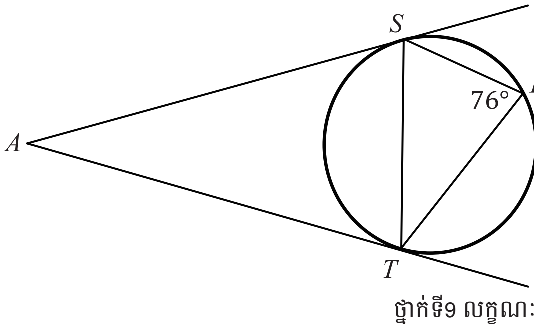
(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BEC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) 18° (b) 24° (c) 30° (d) 36°

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BPC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) 45° (b) 60° (c) 72° (d) 90°

5. ក្នុងរូបខាងក្រោម AS និង AT គឺជាបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពីចំណុច A ទៅប៉ះរង្វង់។



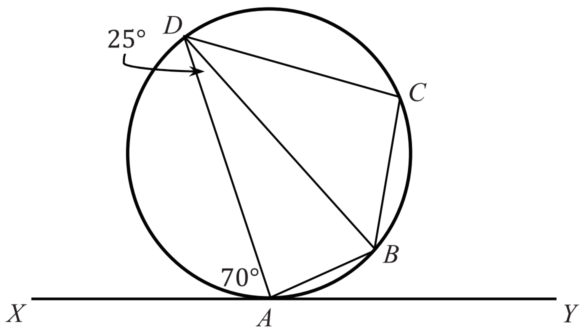
(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle AST$ (5 ពិន្ទុ)

(a) $64°$ (b) $68°$ (c) $72°$ (d) $76°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle A$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $28°$ (b) $36°$ (c) $44°$ (d) $52°$

6. ក្នុងរូបខាងក្រោម XY គឺជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុច A។ ដែលមាន $\angle DAX = 70°$ និង $\angle ADB = 25°$



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle DAB$ (10 ពិន្ទុ)

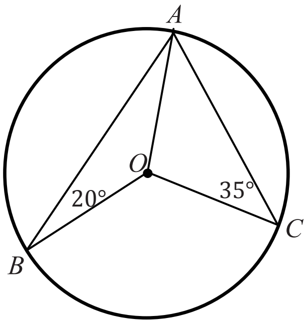
(a) $75°$ (b) $80°$ (c) $85°$ (d) $90°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BCD$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $95°$ (b) $100°$ (c) $105°$ (d) $110°$

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ក្នុងរូបខាងក្រោម O គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែលមាន $\angle OBA = 20°$ និង $\angle OCA = 35°$ ។



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle OAB$ (5 ពិន្ទុ)

(a) $20°$ (b) $25°$ (c) $30°$ (d) $35°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BOC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $100°$ (b) $105°$ (c) $110°$ (d) $115°$

ចម្លើយ

(1) ដោយ ΔOAB គឺជាត្រីកោណសមបាត ដែលមាន $OA = OB$, $\angle OAB = \angle OBA = 20°$។

ចម្លើយ៖ (a) $20°$

(2) ដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន $\angle OAC = 35°$ និង $\angle BAC = 20° + 35° = 55°$។

តាមទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិត និងមុំចារឹក យើងបាន

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 55° = 110°$

ចម្លើយ៖ (c) $110°$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

5 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

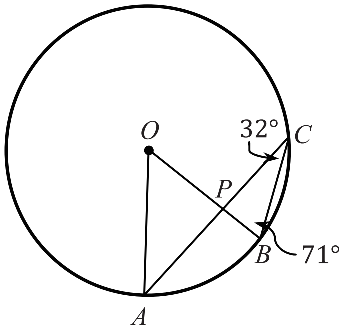
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

2. ក្នុងរូបខាងក្រោម O គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែលមាន $\angle OBC = 71°$ និង $\angle ACB = 32°$ ។



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle AOB$? (5 ពិន្ទុ)

(a) $60°$ (b) $64°$ (c) $68°$ (d) $72°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle OAC$? (10 ពិន្ទុ)

(a) $35°$ (b) $39°$ (c) $43°$ (d) $47°$

ចម្លើយ

(1) $\angle AOB = 2 \times \angle ACB = 2 \times 32° = 64°$.

ចម្លើយ៖ (b) $64°$

(2) $\angle APO = \angle BPC = 180° - 71° - 32° = 77°$។

ដូចនេះ $\angle OAC = 180° - \angle AOP - \angle APO = 180° - 64° - 77° = 39°$

មុំនេះអាចរកបានតាមរបៀបផ្សេងទៀត ភ្ជាប់ OC យើងបាន $\angle OCB = \angle OBC = 71°$ ។

ដូចនេះ $\angle OAC = \angle OCA = \angle OCB - \angle ACB = 71° - 32° = 39°$ ។

ចម្លើយ៖ (b) $39°$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

5 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

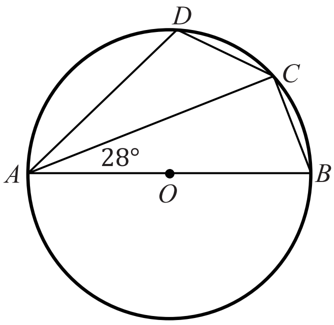
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

3. ក្នុងរូបខាងក្រោម O គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ដែលមាន $\angle BAC = 28°$។



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle ABC$ (5 ពិន្ទុ)

(a) $50°$ (b) $56°$ (c) $62°$ (d) $68°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle ADC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $112°$ (b) $118°$ (c) $124°$ (d) $130°$

ចម្លើយ

(1) ដោយ $\angle ACB = 90°$, $\angle ABC = 180° - 90° - 28° = 62°$

ចម្លើយ៖ (c) $62°$

(2) ដោយចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ យើងបាន $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ។

ដូចនេះ $\angle ADC = 180° - 62° = 118°$

ចម្លើយ៖ (b) $118°$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

5 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

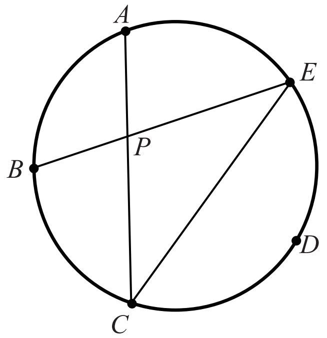
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

4. ក្នុងរូបខាងក្រោម គេឱ្យចំណុច *A, B, C, D* និង *E* ចែករង្វង់ជា 5 ចំណែកស្មើៗគ្នា។



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BEC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $18°$ (b) $24°$ (c) $30°$ (d) $36°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BPC$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $45°$ (b) $60°$ (c) $72°$ (d) $90°$

ចម្លើយ

(1) $\angle BEC$ ស្មើនឹងកន្លះនៃមុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ BC។ ហើយ $\frac{360°}{5} = 72°$។ ដូចនេះ $\angle BEC = \frac{72°}{2} = 36°$។

ចម្លើយ៖ (d) $36°$

(2) $\angle BPC = \angle PCE + \angle PCE = 36° + 36° = 72°$

ចម្លើយ៖ (c) $72°$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

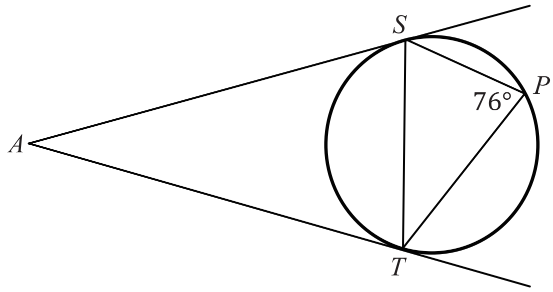
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

5. ក្នុងរូបខាងក្រោម AS និង AT គឺជាបន្ទាត់ប៉ះដែលគូសចេញពីចំណុច A ទៅប៉ះរង្វង់។



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle AST$ (5 ពិន្ទុ)

(a) $64°$ (b) $68°$ (c) $72°$ (d) $76°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle A$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $28°$ (b) $36°$ (c) $44°$ (d) $52°$

ចម្លើយ

(1) តាមលក្ខណៈមុំពិសេស យើងបាន $\angle AST = \angle SPT = 76°$

ចម្លើយ៖ (d) $76°$

(2) ដោយ ΔAST គឺជាត្រីកោណសមបាត ដែលមាន $AS = AT$, $\angle AST = \angle ATS = 76°$។

ដូចនេះ $\angle A = 180° - 2 \times 76° = 28°$

ចម្លើយ៖ (a) $28°$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

5 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

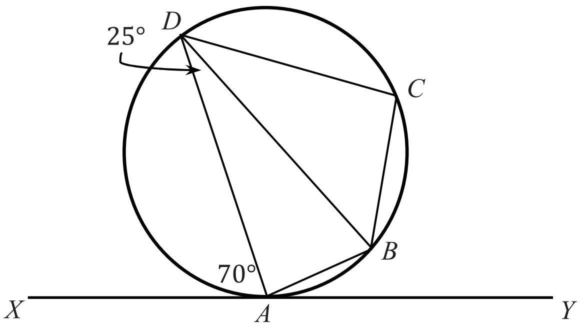
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

6. ក្នុងរូបខាងក្រោម XY គឺជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុច A ដែលមាន $\angle DAX = 70°$និង $\angle ADB = 25°$ ។



(1) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle DAB$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $75°$ (b) $80°$ (c) $85°$ (d) $90°$

(2) រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BCD$ (10 ពិន្ទុ)

(a) $95°$ (b) $100°$ (c) $105°$ (d) $110°$

ចម្លើយ

(1) $\angle BAY = \angle ADB = 25°$ និង $\angle DAB = 180° - 70° - 25° = 85°$

ចម្លើយ៖ (c) $85°$

(2) ដោយចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ យើងបាន $\angle BAD + \angle BCD = 180°$។

ដូចនេះ $\angle BCD = 180° - 85° = 95°$

ចម្លើយ៖ (a) $95°$

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

សម្រាប់ (2)

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 25	សិស្សទាំងនេះខ្វះខាតចំណេះដឹងពីលក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងទ្រឹស្តីបទមុំនៃរង្វង់មួយ ហើយត្រូវការរំលឹកឡើងវិញនូវចំណេះដឹងមូលដ្ឋាននេះយ៉ាងហ្មត់ចត់។
30 – 45	សិស្សទាំងនេះប្រហែលជាបានយល់លក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងពីរបៀបប្រើលក្ខណៈមុំនៃរង្វង់មួយ ប៉ុន្តែមិនអាចអនុវត្តចំណេះដឹងនៅក្នុងស្ថានភាពផ្សេងគ្នា។ ពួកគេត្រូវការធ្វើលំហាត់នៃកម្រិតស្តង់ដារកាន់តែច្រើនបន្ថែមទៀត។
50– 75	សិស្សទាំងនេះមានចំណេះដឹងនិងជំនាញជាមូលដ្ឋាននៅកម្រិតថ្នាក់ទី១ ប៉ុន្តែពេលខ្លះមានការលំបាកក្នុងការដោះស្រាយ លំហាត់ដែលមានភាពស្មុគស្មាញ។ ពួកគេត្រូវពង្រឹងនូវជំនាញរបស់ពួកគេតាមរយៈការធ្វើលំហាត់ជាច្រើនទៀត។
80–100	សិស្សទាំងនេះត្រូវបានទទួលស្គាល់ថាមានកម្រិតចំណេះដឹង និងមានជំនាញគ្រប់គ្រាន់អំពីការដោះស្រាយលំហាត់ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់មួយ។ ពួកគេត្រូវរៀបចំដើម្បីបន្តទៅសិក្សាធរណីមាត្រផ្សេងទៀត។

មេរៀនទី 18 ស្វ៊ែរ

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 18 "ស្វ៊ែរ" នេះមាន 3 ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- កំណត់ផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃស្វ៊ែរបានត្រឹមត្រូវ
- គណនាមាឌនៃស្វ៊ែរដោយប្រើរូបមន្តអំពីទំនាក់ទំនងរវាងផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌបានត្រឹមត្រូវ
- គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាខាង និងផលធៀបនៃមាឌស្វ៊ែរបានត្រឹមត្រូវ។

វត្ថុបំណងទី3 បកស្រាយអំពីស្វ៊ែរដូចគ្នា និងតម្រូវឱ្យសិស្សរកផ្ទៃក្រឡាខាងទាំងអស់ និងមាឌនៃស្វ៊ែរដោយប្រើផលធៀបជ្រុងនៃស្វ៊ែរមួយ និងស្វ៊ែរមួយផ្សេងទៀត។

ម្យ៉ាងវិញទៀតវគ្គូតែសម្គាល់ថាសិស្សបានរៀនខ្លឹមសារនៃរូបដូចគ្នានេះនៅក្នុងថ្នាក់ទី 7 និងទី 8 រួចទៅហើយដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី 1 ខាងក្រោម។ ហើយបានបង្ហាញថាផ្នែកមួយចំនួនត្រួតគ្នារវាងថ្នាក់ទី 8 និងថ្នាក់ទី ៩ ដែរ។ ដូចនេះគ្រូបង្រៀននៅថ្នាក់ទី ៩ ត្រូវរំឭកឡើងវិញនូវរូបមន្តមួយចំនួនជាមូលដ្ឋានដ៏រឹងមាំប៉ុន្តែពួកគេអាចគិតពីខ្លឹមសារទាំងនោះបាន។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀននៃស្វ៊ែរ

	ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់	មាឌ
ថ្នាក់ទី 7	គូប ប្រអប់ ស៊ីឡាំង	គូប ប្រអប់ ស៊ីឡាំង
ថ្នាក់ទី 8	ព្រីស ពីរ៉ាមីត កោន	ព្រីស ពីរ៉ាមីត កោន
ថ្នាក់ទី 9	ពីរ៉ាមីត កោន ស្វ៊ែ	ពីរ៉ាមីត កោន ស្វ៊ែ

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀន "ស្វ៊ែរ" នេះក្រសួងបានកំណត់ 18 ម៉ោងហើយសៀវភៅណែនាំគ្រូផ្តល់នូវម៉ោងបង្រៀន18ម៉ោងដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី 2 ខាងក្រោម ប៉ុន្តែគ្រូអាចផ្លាស់ប្តូរឬបត់បែនដោយបន្ថែមសកម្មភាពនិងការធ្វើលំហាត់បាន។

តារាងទី2 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀននៃស្វ៊ែរ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនស្វ៊ែរ	ទំព័រ
6	1. ផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌនៃស្វ៊ែរ	223-228
(4)	1.1. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃស្វ៊ែរ	223-226
(2)	1.2. មាឌនៃស្វ៊ែរ	226-228
4	2. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌនៃស្វ៊ែរ	228-232
(2)	2.1. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡាខាងនៃស្វ៊ែរ	228-231
(2)	2.2. ផលធៀបមាឌនៃស្វ៊ែរ	231-232
8	លំហាត់	233-236

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

ក្នុងតារាងទី3 ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានគេសន្មតថាធ្វើសកម្មភាព និងវាយតម្លៃដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្ដល់ឱ្យក្នុងតារាងនេះ។ ដោយនៅក្នុងតារាងទី 3 មិនត្រឹមតែរួមបញ្ចូលសកម្មភាពក្នុងការកាត់ពន្លា និងបង្កើតសូលីតពីក្រដាសរឹងប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែក៏ផ្ដោតទៅលើការពន្យល់ទ្រឹស្ដីអំពីទំនាក់ទំនងរវាងផលធៀបផ្ទៃក្រឡាខាងមាឌផងដែរ។

តារាងទី3 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

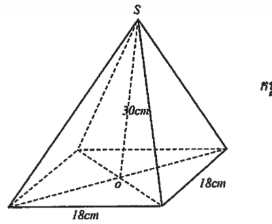
ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1	កំណត់ផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត	● រំលឹកពីវិធីរកផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោន និងពីរ៉ាមីត ● រំលឹកពីវិធីបង្កើតរូបពន្លានៃព្រីស ស៊ីឡាំង ពីរ៉ាមីត និងកោន។	● សិស្សពន្យល់ពីរបៀបរកផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោន និងពីរ៉ាមីតបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សគណនាប្រវែងនៃជ្រុងរូបពន្លាបានត្រឹមត្រូវ។
2	កំណត់ផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត	● គូររូបពន្លានៃព្រីស ស៊ីឡាំង ពីរ៉ាមីត និងកោន រួចបង្កើតព្រីស ស៊ីឡាំង ពីរ៉ាមីត និងកោនដោយប្រើក្រដាសរឹង។	សិស្សរៀបចំសូលីតដោយប្រើរូបពន្លាបានត្រឹមត្រូវ។
3-4	កំណត់ផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត	● គណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីត និងកោន។	● សិស្សគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីត និងកោនបានត្រឹមត្រូវ។
5-6	គណនាមាឌនៃសូលីតដោយប្រើប្រាស់រូបមន្ត	● ប្រើរូបមន្តសម្រាប់គណនាមាឌ ពីរ៉ាមីត កោន និងស្វ៊ែ។	● សិស្សគណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត កោន និងស្វ៊ែបានត្រឹមត្រូវ។
7-8	គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌនៃសូលីត	● បកស្រាយពីមូលហេតុដែលផ្ទៃក្រឡាខាងនៃរូបមួយស្មើនឹង k^2 ដងធំជាងផ្ទៃក្រឡាខាងនៃរូបមួយទៀតប្រសិនបើមានផលធៀបជ្រុងត្រូវគ្នាស្មើនឹង k ● ប្រើផលធៀបនៃរូបពីរដូចគ្នាដើម្បីរកផ្ទៃក្រឡាខាង។	● សិស្សបកស្រាយពីមូលហេតុដែលផ្ទៃក្រឡាខាងនៃរូបមួយស្មើនឹង k^2 ដងធំជាងផ្ទៃក្រឡាខាងនៃរូបមួយទៀតប្រសិនបើមានផលធៀបជ្រុងត្រូវគ្នាស្មើនឹង k បានត្រឹមត្រូវ។ ● ប្រើផលធៀបនៃរូបពីរដូចគ្នាដើម្បីរកផ្ទៃក្រឡាខាងបានត្រឹមត្រូវ។
9-10	គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌនៃសូលីត។	● បកស្រាយពីមូលហេតុដែលមាឌនៃរូបមួយស្មើនឹង k^3 ដងធំជាងមាឌនៃរូបមួយទៀតប្រសិនបើមានផលធៀបជ្រុងត្រូវគ្នាស្មើនឹង k ។ ● ប្រើផលធៀបនៃរូបពីរដូចគ្នាដើម្បីរកមាឌ។	● សិស្សបកស្រាយពីមូលហេតុដែលមាឌនៃរូបមួយស្មើនឹង k^3 ដងធំជាងមាឌនៃរូបមួយទៀតប្រសិនបើមានផលធៀបជ្រុងត្រូវគ្នា ស្មើនឹង k បានត្រឹមត្រូវ។ ● ប្រើផលធៀបនៃរូបពីរដូចគ្នាដើម្បីរកមាឌបានត្រឹមត្រូវ។
11-18	លំហាត់	● ដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 233-236.	● សិស្សដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។

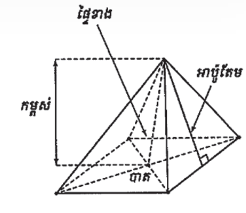
ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

ជាទូទៅក្នុងការបង្រៀនធរណីមាត្រ ភាពត្រឹមត្រូវនៃរូបធរណីមាត្រដែលបានផ្ដល់ឱ្យក្នុងសៀវភៅនេះ និងដែលបានគូរដោយគ្រូបង្រៀនគឺជាការសំខាន់ ព្រោះថាវាអាចផ្ដល់ព័ត៌មានខុសទៅលើការសិក្សា ប្រសិនបើរូបមិនត្រូវបានគូរដោយត្រឹមត្រូវ។ ជាការចង្អុលបង្ហាញនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះគឺក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលមានរូបមួយចំនួនមិនត្រឹមត្រូវ ដូច្នេះគ្រូត្រូវរំលឹកឡើងវិញ និងជួយសិស្សក្នុងការអភិវឌ្ឍគំនិតនៃរូបសូលីតត្រឹមត្រូវ។ ខាងក្រោមនេះគឺជាឧទាហរណ៍នៃរូបមិនត្រឹមត្រូវ។

ឧទាហរណ៍ 1

ចំណោលកែងពីកំពូលនៃពីរ៉ាមីតគឺ មិនកែងទៅលើចំណុចកណ្ដាលនៃប្លង់បាត។ កម្ពស់របស់ពីរ៉ាមីត គឺមិនមានភាពត្រឹមត្រូវ។

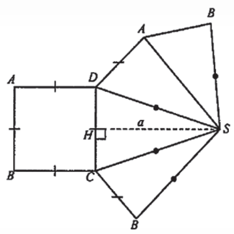


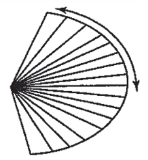


ពីរ៉ាមីតនិយ័ត

ឧទាហរណ៍ 2

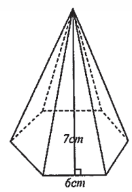
ត្រីកោណទាំងបួនត្រូវតែជាត្រីកោណសមបាតហើយប៉ុនគ្នា។
ផ្នែកទាំងអស់ត្រូវតែស្មើគ្នា ហើយផ្នែកទាំងនេះត្រូវតែជាផ្នែកមួយនៃរង្វង់។

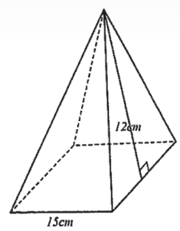




ឧទាហរណ៍ 3

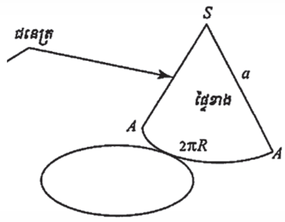
រូបនៅខាងឆ្វេង7 សង់ទីម៉ែតគឺច្រើនជាង 2 ដងនៃ 6 សង់ទីម៉ែត។ នៅក្នុងរូបខាងស្ដាំ 12 សង់ទីម៉ែតគឺវែងជាង 15 សង់ទីម៉ែត្រ។





ឧទាហរណ៍ 4

រូបនេះគឺមិនសមស្របដែលជាកោនមួយទេដោយសារតែសមាមាត្រនៃប្រវែងនេះគឺមិនត្រឹមត្រូវ ហើយសិស្សមិនអាចសម្គាល់បានពីទំនាក់ទំនងរវាងរង្វាស់នេះទេ។



ចំណុចមួយទៀតគឺថាគ្រូបង្រៀនត្រូវការបំពេញនូវសម្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យាដើម្បីឱ្យសិស្សអាចអភិវឌ្ឍជំនាញការគិតតាមបែបតក្ករបស់ពួកគេ។ ប្រធានបទដូចខាងក្រោមត្រូវបានផ្ដោតជាពិសេសនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ ការពន្លាកោនមួយ (ទំព័រ 224នៃសៀវភៅសិក្សាគោល)។

ប្រើរូបដើម្បីពន្យល់ថាហេតុអ្វីបានជាផ្ទៃនៃចំរៀកថាសគឺ $\frac{a}{r}$ នៃរង្វង់ធំមួយ។

2.1 ផលធៀបរូបដូចគ្នា និងផ្ទៃក្រឡាខាង (ទំព័រ 228-229)

2.2 ផលធៀបរូបដូចគ្នា និងមាឌ (ទំព័រ 231)

សូមពិនិត្យករណីទូទៅនៅក្នុងផលធៀបរូបដូចគ្នាដែលមានផលធៀបដំណូច k ថេរមួយ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យមានចំណេះដឹងជាបឋមអំពីផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌនៃរូបសូលីតដែលបានរៀននៅថ្នាក់ទី 7 និងទី 8 ដូចខាងក្រោម៖

- ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់
  - ➢ ថ្នាក់ទី 7: រូបមន្តសម្រាប់គូប ប្រលេពីប៉ែតកែង និងស៊ីឡាំងរួមទាំងវិធីក្នុងការគូររូបពន្លានៃរូបទាំងនេះ។
  - ➢ ថ្នាក់ទី 8: រូបមន្តសម្រាប់ព្រីស ពីរ៉ាមីត និងកោនរួមទាំងវិធីក្នុងការគូររូបពន្លានៃរូបទាំងនេះ។

- មាឌ
  - ➢ ថ្នាក់ទី 7: រូបមន្តសម្រាប់គូប ប្រលេពីប៉ែតកែង និងស៊ីឡាំង
  - ➢ ថ្នាក់ទី 8: រូបមន្តសម្រាប់ព្រីស ពីរ៉ាមីត និងកោន

ក្នុងចំណោមខាងលើនេះស៊ីឡាំង និងកោនមានការលំបាកបន្តិចសម្រាប់សិស្សជាពិសេសក្នុងការពន្លារូបទាំងនេះ។ ដូច្នេះគ្រូបង្រៀននៅថ្នាក់ទី ១ គួរតែផ្តល់ពេលវេលា ដើម្បីពិនិត្យមើលថា តើសិស្សដែលរក្សាចំណេះដឹងនិងជំនាញដែលពួកគេបានទទួលក្នុងថ្នាក់មុនប៉ុន្មានភាគរយ។

1st Period

មេរៀនទី

18 សូលីត

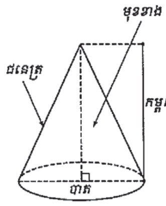
វត្ថុបំណង

- កំណត់ផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត ។
- គណនាមាឌសូលីតតាមរូបមន្ត ទំនាក់ទំនងផ្ទៃក្រឡា និងមាឌនៃសូលីត ។
- គណនាផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត ។

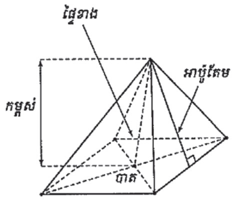
1. ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

1.1. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃសូលីត

មុននឹងសិក្សាផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត គេត្រូវស្គាល់ធាតុនៃសូលីតដូចខាងក្រោម ។

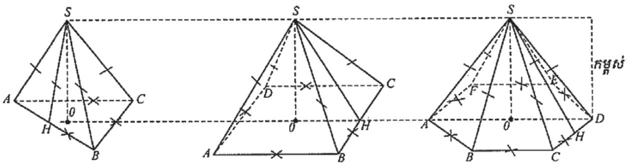


កោណ



ពីរ៉ាមីតនិយ័ត

សូលីតដែលគេជួបប្រទះញឹកញាប់គឺ ពីរ៉ាមីតនិយ័តដូចខាងក្រោម ។



ពីរ៉ាមីតនិយ័តមាន បាតជាត្រីកោណ ABC

ពីរ៉ាមីតនិយ័តមាន បាតជាការេ ABCD

ពីរ៉ាមីតនិយ័តមាន បាតជាឆកោណ ABCDEF

223

សូលីត

ផ្ទៃក្រឡាខាង ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោនគឺជាផ្នែកមួយដែលមានការលំបាក និងត្រូវការពេលវេលាបន្ថែមទៀតសម្រាប់ការបង្រៀននិងការអនុវត្ត។
មាឌ រូបមន្តសម្រាប់រកមាឌនៃរូបសូលីត មិនអាចបង្ហាញឱ្យឃើញនៅក្នុងដំណាក់កាលនេះទេ។ ដូច្នេះមេរៀននេះផ្តោតលើតែការប្រើប្រាស់រូបមន្តទាំងនេះតែប៉ុណ្ណោះ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

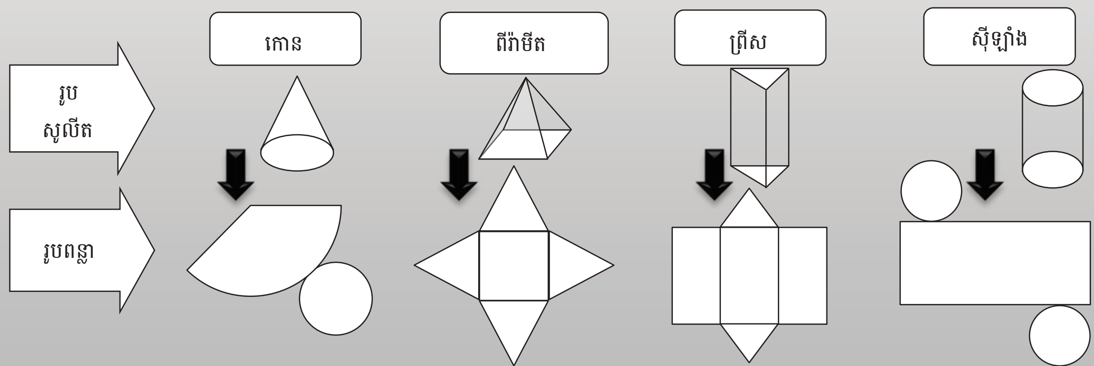
រកផ្ទៃក្រឡាខាង និងមាឌនៃសូលីត។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

គ្រូមិនមានពេលវេលាច្រើនក្នុងការរំលឹកឈ្មោះ និងសមាសភាគនៃរូបទេ។ ផ្ទុយទៅវិញចូរសួរសិស្សពីការពន្លាតរូបសូលីត។ (សូមមើលប្រអប់ខាងក្រោម)

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់ការបង្រៀនធ្វើដូចម្តេចដើម្បីបង្កើតសូលីតមួយ?

ការធ្វើរូបសូលីតមួយអាចជួយឱ្យសិស្សយល់ពីគ្រោងនៃរូបនេះ។ នៅពេលដែលយើងធ្វើរូបសូលីតមួយដោយដៃយើងត្រូវគិតពីការពន្លាតរូបសូលីតមួយ។ រូបពន្លាតគឺជាគំរូសំណុំនៃផ្នែកប្លង់មួយដែលយើងអាចកាត់ និងបត់ដើម្បីធ្វើជាគំរូនៃរូបសូលីតមួយបាន។ ខាងក្រោមនេះគឺជាការពន្លាតរូបកោន ពីរ៉ាមីត ព្រីស និងស៊ីឡាំង។ ដើម្បីរៀបចំរូបពន្លានៃរូបសូលីតមួយយើងត្រូវមានចំណេះដឹងលើផ្ទៃក្រឡាខាង។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

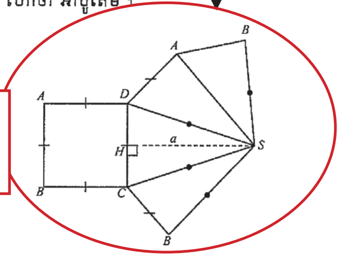
រូបពន្លាតនេះមិនត្រឹមត្រូវទេ អាចផ្តល់ព័ត៌មានខុសដល់សិស្សពីពីរ៉ាមីត។ គ្រូបង្រៀនគួរតែគូររូបនេះឡើងវិញឱ្យបានត្រឹមត្រូវនៅលើក្តារខៀន។

- $[OS]$ កែងនឹងប្លង់បាតហៅថាកម្ពស់នៃពីរ៉ាមីត
- $[SH]\perp[AB]$ ឬ $[SH]\perp[BC]$ ឬ $[SH]\perp[CD]$ ហៅថា អាប៉ូតែម ។

ដើម្បីគណនាផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត គេពន្លាតពីរ៉ាមីតនិយ័តដែលមានបាតជាការេដាក់លើប្លង់មួយ ។

$$S_L = 4\times S_{ABC}$$
$$= 4\times\frac{1}{2}DC\times HS$$
$$= \frac{1}{2}\times\underbrace{4DC}_{\text{បរិមាត្របាត}}\times\underbrace{HS}_{\text{អាប៉ូតែម}}$$

កែតម្រូវ: S_{ABS} ឬ S_{CDS}

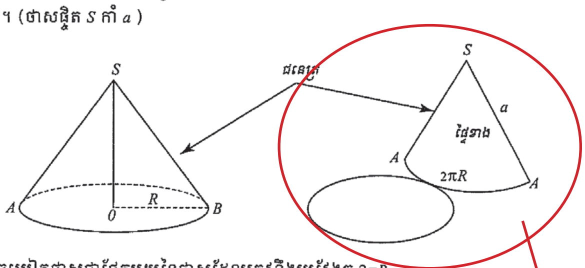


សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សិស្សមិនត្រូវទន្ទេញចាំមាត់នូវរូបមន្តទាំងនេះទេដោយសារតែលំដាប់នៃការអនុវត្តរបស់វាមានកំណត់។ អ្វីដែលសំខាន់ជាងនេះគឺអាចគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងត្រឹមត្រូវដោយប្រើប្រាស់រូបមន្តផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ។

> *ជាទូទៅ :* ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័តស្មើនឹងផលគុណរវាងកន្លះបរិមាត្របាតនឹងអាប៉ូតែម
> $S_L = \frac{1}{2}\times p\times a$ (p : បរិមាត្រពហុកោណនិយ័តបាត , a : អាប៉ូតែម) ។

ដូចគ្នានេះដែរ បើគេពន្លាតផ្ទៃខាងនៃកោណដោយកាត់តាមជនៃត្រណាមួយដាក់លើប្លង់ នោះគេបានចម្រៀកថាសមួយហើយធ្នូកំណត់ចម្រៀកថាសនេះមានរង្វាស់ស្មើនឹងបរិមាត្រនៃរង្វង់បាតរបស់កោណ ។ (ថាសផ្ចិត S កាំ a)



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់នេះហាក់ដូចជាមានការលំបាកសម្រាប់សិស្សដោយសារខ្វះរូប។ ផ្តល់ការណែនាំនៅក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

ចម្រៀកថាសជាផ្នែកមួយនៃថាសដែលត្រូវនឹងប្រវែងធ្នូ $2\pi R$

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាស

ផ្ទៃថាស πa^2 ត្រូវនឹងប្រវែងធ្នូ $2\pi a$

ផ្ទៃចម្រៀកថាស S ត្រូវនឹងប្រវែងធ្នូ $2\pi R$

$$\frac{\pi a^2}{S} = \frac{2\pi a}{2\pi R} \quad , \quad S = \frac{2\pi^2 Ra^2}{2\pi a} = \pi Ra$$

រូបមិនត្រឹមត្រូវ
នេះប្រហែលជាពត៌មានខុសអំពីកោណ

224

2nd Period

ចំណេះដឹងបន្ថែម ការពន្លាកោន

ប្រសិនបើជនៃត្រនៃកោនមួយស្មើនឹង a cm និងកាំបាតស្មើនឹង R cm ហើយបន្ទាប់មកយើងអាចរៀបចំពន្លាកោននេះដូចខាងក្រោម។

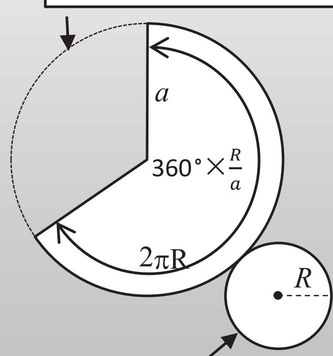
1) គូររង្វង់មួយដែលមានកាំ R cm និងរង្វង់មួយទៀតដែលមានកាំ a cm ប៉ះគ្នា។

2) ផលធៀបនៃធ្នូលើបរិមាត្ររង្វង់ធំស្មើនឹង $\frac{2\pi R}{2\pi a} = \frac{R}{a}$ ។ ដូច្នេះការគណនាមុំផ្ចិតគឺ $360°\times\frac{R}{a}$

និងយកមុំក្នុងរង្វង់ធំនេះដូចទៅនឹងរូបបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។

3) គូររូបលើក្រដាសមួយបន្ទាប់មកកាត់ផ្នែកទាំងនេះដើម្បីធ្វើកោនមួយ។

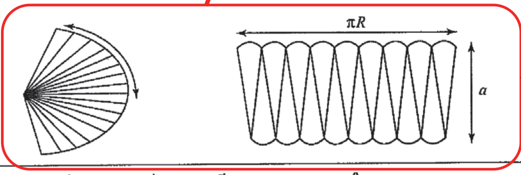
បរិមាត្រ = 2πa



បរិមាត្រ = 2πR

ការអនុវត្ត

រៀបចំរូបពន្លាកោនដែលមានជនៃត្រស្មើនឹង 10cm និងកាំបាតស្មើ 6cm ។



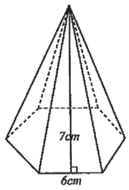
ជាទូទៅ : ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណគឺ $S_L = \pi Ra$ (R កាំបាត , a ជនេត្រ)

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ $S_T = \pi Ra + \pi R^2 = \pi R(a+R)$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត(តាមរូបខាងក្រោម) ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាង

$$S_L = \frac{1}{2}pa$$
$$= \frac{1}{2}(6\times 6)\times 7$$
$$= 126$$



ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័តគឺ $S_L = 126cm^2$ ។

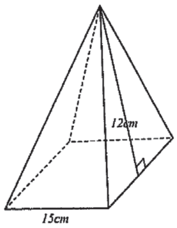
លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរគណនាក្រឡាផ្ទៃទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត(តាមរូបខាងក្រោម) ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាង

$$S_L = \frac{1}{2}pa$$
$$= \frac{1}{2}(15\times 4)\times 12$$
$$= 360$$

ផ្ទៃក្រឡាបាត

$$S_B = a^2$$
$$= 15^2$$
$$= 225$$



ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

$$S_T = S_L + S_B$$
$$= 360 + 225$$
$$= 585$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ : $S_T = 585cm^2$ ។

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សិស្សមិនចាំបាច់ត្រូវប្រើរូបមន្តនេះទេ ហើយអាចគណនាផ្ទៃនៃត្រីកោណនីមួយៗរួចសរុប។

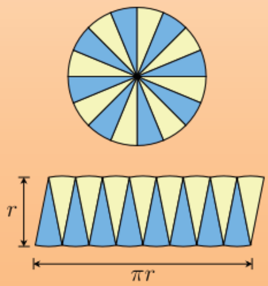
សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សិស្សមិនត្រូវទន្ទេញចាំមាត់នូវរូបមន្តនេះ ទេដោយសារតែលំដាប់នៃការអនុវត្តរបស់វាមានកំណត់។ ប៉ុន្តែគួរតែ

- រករូបមន្តសម្រាប់ផ្ទៃក្រឡាខាង πRa
- គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ត្រឹមត្រូវដោយប្រើរូបមន្តទាំងពីរនេះ (πRa និង πR^2) ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុនពេលពន្យល់ផ្នែកនេះ គ្រូបង្រៀនគួរតែពិនិត្យមើលប្រសិនបើមានសិស្សមានចំណេះដឹងអំពីតម្លៃប្រហែលនៃផ្ទៃក្រឡារង្វង់មួយដោយផលបូកនៃផ្នែកតូចៗដូចខាងក្រោមនេះ។



សកម្មភាពបន្ថែម បង្កើតរូបសូលីត (30 - 40 នាទី)

កិច្ចការ រៀបចំ ព្រីស ស៊ីឡាំង ពីរ៉ាមីត និងកោន។

រៀបចំសម្ភារ ប៊ិក ក្រដាស កន្ត្រៃ ដែកឈាន បន្ទាត់ និង បន្ទាត់រ៉ាប៉ទ័រ ល្អជាងនេះទៅទៀត កាវ និងស្កុតថ្លា

របៀបផលិត

(1) ចែកសិស្សជាក្រុម រួចចែកក្រដាស និងស្កុតថ្លា។ ជូនដំណឹងដល់សិស្សថាក្នុងមេរៀនមុននេះពួកគេត្រូវយកកន្ត្រៃដែកឈាន បន្ទាត់ និងបន្ទាត់រ៉ាប៉ទ័រមកប្រើ សម្រាប់មេរៀននេះ។

(2) ឱ្យពួកគេសម្រេចចិត្តថាតើត្រូវធ្វើសូលីតមួយណាក្នុងចំណោមព្រីស ស៊ីឡាំង ពីរ៉ាមីត និងកោន។ បន្ទាប់មកឱ្យពួកគេចាប់ផ្ដើមគូររូបពន្លានៅលើក្រដាសនេះ។ គ្រូត្រួតពិនិត្យមើលការងាររបស់សិស្ស និងផ្ដល់នូវការគាំទ្រចាំបាច់ដើម្បីឱ្យសិស្សអាចទាញរករូបពន្លាបានត្រឹមត្រូវ។

(3) បន្ទាប់ពីធ្វើរូបពន្លារួចឱ្យសិស្សកាត់រូបពន្លាដើម្បីបត់ និងបង្កើតជាសូលីត។

(4) សម្របសម្រួលសិស្សក្នុងការបង្ហាញសូលីតរបស់ពួកគេទៅគ្នាទៅវិញទៅមក និងការផ្លាស់ប្ដូរគំនិតយោបល់អំពីរបៀបដើម្បីធ្វើវាឱ្យកាន់តែស្រស់ស្អាត។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

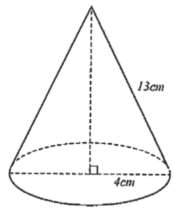
សិស្សមិនចាំបាច់ប្រើរូបមន្តនេះទេ ហើយអាចគណនាផ្ទៃផ្នែកនីមួយៗបន្ទាប់មកបូកសរុបផ្ទៃទាំងពីរដូចជា

ផ្ទៃក្រឡាខាង = $163.28cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាបាត = $3.14 \times 4^2 = 50.24cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាសរុប = $213.52cm^2$

លំហាត់គំរូទី3 : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណ(តាមរូបខាងស្តាំ) ។ ($\pi = 3.14$)



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាង

$$S_L = \pi Ra$$
$$= 3.14 \times 4 \times 13$$
$$= 163.28cm^2$$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

$$S_T = \pi R(R+a)$$
$$= 3.14 \times 4(4+13)$$
$$= 213.52cm^2 \text{ ។}$$

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាង S_L = ផ្ទៃក្រឡាខាង S_B = ផ្ទៃក្រឡាបាត និង S = ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ដោយយក $\pi = 3.14$

(a) បើបាតមានរាងជាការេ

$S_L = \frac{1}{2} \times 5 \times 13 \times 4 = 130cm^2$

$S_B = 5^2 = 25\ cm^2$

$S = 130 + 25 = 155\ cm^2$

(b) $S_L = \pi \times 10 \times 5 = 157\ cm^2$

$S_B = \pi \times 5^2 = 78.5cm^2$

$S = 157 + 78.5 = 235.5cm^2$

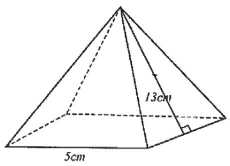
(c) បើបាតមានរាងជាឆកោណនិយ័ត

$S_L = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \times 6 = 30cm^2$

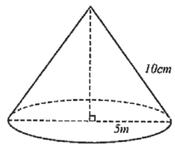
$S_B = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}cm^2$

$S = 30 + 6\sqrt{3}\ cm^2$

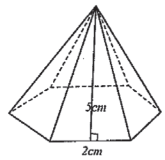
ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់តាមរូបខាងក្រោម ។



រូប(a)



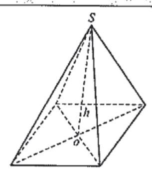
រូប(b)



រូប(c)

1.2. មាឌនៃសូលីត

ខាងក្រោមនេះជារូបមន្តនៃមាឌសូលីត ។

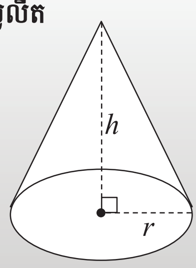
រូប	ឈ្មោះ	មាឌ (V)
	ពីរ៉ាមីត	$V = \frac{1}{3}S_B \times h$ $SO = h$ ជាកម្ពស់ពីរ៉ាមីត S_B ផ្ទៃក្រឡាបាត

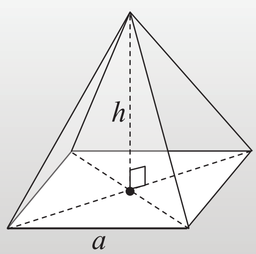
4th Period

5th Period

ការអនុវត្តបន្ថែម ដើម្បីរកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៅពេលដែលស្គាល់កម្ពស់របស់សូលីត

ក្រៅពីករណីដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងឧទាហរណ៍នេះលំហាត់នៅក្នុងសៀវភៅនេះមានករណីដ៏សំខាន់មួយបន្ថែមទៀត។ តើអ្នកធ្វើដូចម្តេចដើម្បីរកផ្ទៃក្រឡានៃកោន និងពីរ៉ាមីតពេលដែលកម្ពស់របស់វាត្រូវបានផ្តល់ឱ្យដូចជានៅក្នុងរូបបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ ?





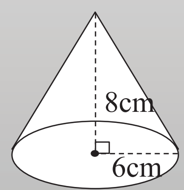
ក្នុងករណីនេះយើងប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករ

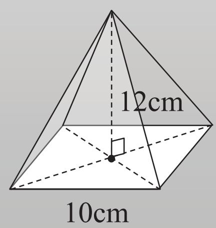
ប្រវែងជនេត្រនៃកោណមួយ $\sqrt{h^2 + r^2}$

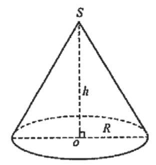
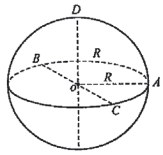
កម្ពស់នៃត្រីកោណចំហៀងនៃពីរ៉ាមីត $\sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

ការអនុវត្ត

រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីតដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។(ចម្លើយ កោណ$96\pi cm^2$ ពីរ៉ាមីត $360\ cm^2$)





	កោណ	$V = \frac{1}{3}\pi R^2\ h$ $SO = h$ ជាកម្ពស់កោណ R កាំនៃថាសបាត
	ស្វ៊ែ ឬ ប៊ូល	$S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ O ហៅថា ផ្ចិតនៃប៊ូល ឬ ស្វ៊ែ $[OA]$, $[OD]$ ហៅថា កាំ $OA = OB = OC = OD = R$ $[BC]$ ហៅថា អង្កត់ផ្ចិត $BC = 2R$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូររកមាឌនៃពីរ៉ាមីត(រូបខាងស្តាំ) ។

ចម្លើយ : មាឌនៃពីរ៉ាមីត

ផ្ទៃក្រឡាបាត

$S_B = 18 \times 18$

$= 324cm^2$

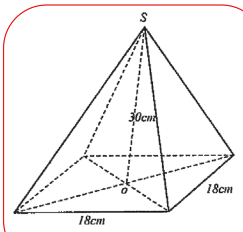
មាឌនៃពីរ៉ាមីត

$V = \frac{S_B \times h}{3}$

$= \frac{324 \times 30}{3}$

$= 4\ 860cm^3$

ដូចនេះ មាឌនៃពីរ៉ាមីត $V = 4\ 860cm^3$ ។



រូបមិនត្រឹមត្រូវ គ្រូបង្រៀនត្រូវគូររូបនេះឡើងវិញ ដែលថាកម្ពស់ SOគឺត្រូវតែកែងនឹងផ្ទៃបាត។

កែតម្រូវ

$\frac{324 \times 30}{3} = 324 \times 10 = 3240$

$V = 3240\ cm^3$

227

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

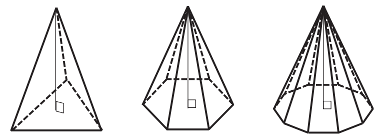
គ្រូមិនអាចឆ្លើយទៅនឹងសំណួរថាហេតុអ្វីបានជាយើងអាចគណនាមាឌដោយប្រើរូបមន្តទាំងនេះ។ ដូច្នេះគ្រូបង្រៀនគួរតែផ្តោតលើការប្រើប្រាស់រូបមន្តដើម្បីរកមាឌ និងផ្ទៃក្រឡាខាង ក្នុងមេរៀននេះ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

រូបមន្តទូទៅនៃមាឌពីរ៉ាមីត និងកោណ

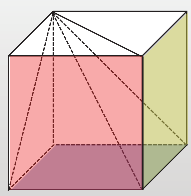
$$V = \frac{1}{3}Sh$$

ដែល S គឺជាផ្ទៃក្រឡានៃបាត និង h គឺជាកម្ពស់។ ហើយរូបមន្តទាំងនេះប្រើសម្រាប់កោន និងពីរ៉ាមីតគ្រប់ប្រភេទ

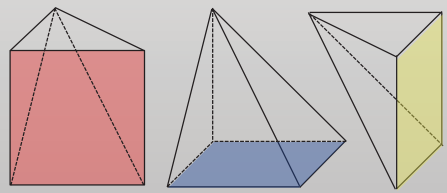


ចំណេះដឹងបន្ថែម ហេតុអ្វីបានជាមាឌនៃពីរ៉ាមីតស្មើនឹងមួយភាគបីនៃមាឌប្រឡេពីប៉ែតកែង?

ទោះបីជាយើងចាំបាច់ត្រូវរង់ចាំថ្នាក់ទី11 និងទី12 ដើម្បីបង្ហាញរូបមន្តកោណ និងពីរ៉ាមីតក៏ដោយ យើងអាចពន្យល់វាដោយប្រើរូបធរណីមាត្រ។



ដើម្បីធ្វើឱ្យមានលក្ខណៈសាមញ្ញក្នុងការពិភាក្សាយើងប្រើគូបដែលមានជ្រុងស្មើនឹង a។ ឥឡូវនេះយើងចែកគូបទៅជាពីរ៉ាមីតត្រង់បាតជាចតុកោណកែង 3 ដូចគ្នាដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ។ (ចំណាំថាពីរ៉ាមីតទាំងអស់នេះផ្គុំឡើងដោយការ 1 ត្រីកោណកែងសមបាត 2 និងត្រីកោណដូចពីរផ្សេងទៀត)



ដោយសារតែមាឌនៃគូបនេះគឺ a^3 មាឌនៃពីរ៉ាមីតនីមួយៗគឺស្មើនឹងមួយភាគបីនៃគូប $\frac{1}{3}a^3$

សំណួរបន្ថែម

បន្ទាប់ពីលំហាត់ទី 2 មានកោណដែលមានកម្ពស់ 24 cm និងមាឌស្មើនឹង $800\pi cm^3$ ។ រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោននេះ។

ចម្លើយ $360\pi cm^3$

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

28cm = 2.8dm, 13cm = 1.3dm

$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\times(\pi\times1.3^2)\times2.8$

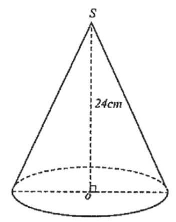
$= \frac{1}{3}\times 3.14 \times 4.732$

$\approx 4.95\ dm^3$

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលពន្យល់ឧទាហរណ៍ទី 3 ចូរឱ្យសិស្សទាយ តើការេធំច្រើនជាងការេតូចប៉ុន្មានដង។

លំហាត់គំរូទី 2 : កោណមួយមានកម្ពស់ $24cm$ ហើយមានមាឌ $3\ 018cm^3$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ

តាមរូបមន្ត $V = \frac{S_B\times h}{3}$ នាំឱ្យ $S_B = \frac{3V}{h}$

$S_B = \frac{3\ 018\times3}{24}$

$= 377.25$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ $S_B = 377.25cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូររកផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែនិងមាឌប៊ូលដែលកាំមានប្រវែង $14cm$ ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែ

$S = 4\pi R^2$

$= 4\times3.14\times(14)^2$

$= 2461.76cm^2$

មុនពេលបង្ហាញលំហាត់នេះ ត្រូវការណែនាំអំពី π ដែលសិស្សត្រូវប្រើ π ឬប្រើតម្លៃ 3.14 ឬ 22/7

មាឌប៊ូល

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$= \frac{4}{3}\times3.14\times(14)^3$

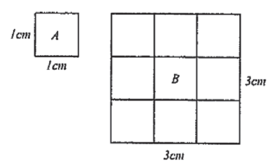
$= 11488.21cm^3$ ។

ប្រតិបត្តិ : កោណមួយមានកម្ពស់ $28cm$ និង កាំនៃថាសបាតមានប្រវែង $13cm$ ។ ចូរគណនាមាឌកោណគិតជា dm^3 ។

2. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

2.1. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានការេ A និងការេ B ដូចរូបខាងក្រោម ។ តើផលធៀបផ្ទៃក្រឡារបស់វាស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?



- ផ្ទៃក្រឡាការេ A ស្មើនឹង $1\times1 = 1cm^2$
- ផ្ទៃក្រឡាការេ B ស្មើនឹង $3\times3 = 9cm^2$
- ផលធៀបរវាងជ្រុងនៃការេទាំងពីរគឺ $\frac{1}{3}$
- ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡានៃការេទាំងពីរគឺ $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

228

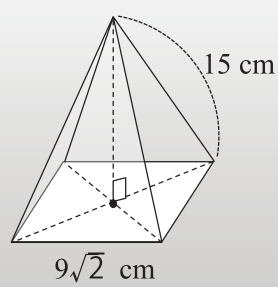
6th Period

7th Period

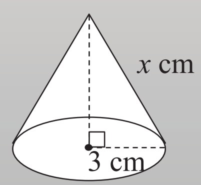
លំហាត់បន្ថែម ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាគរ

លំហាត់បន្ថែមខាងក្រោមនេះអាចដោះស្រាយដោយប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាគរ។

(1) ពីរ៉ាមីតមួយដែលមានបាតជាការេ និងមុខខាងជាត្រីកោណដែលមានជ្រុងបាតស្មើនឹង $9\sqrt{2}\ cm$និងជនេត្រ $15\ cm$ ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។ រកមាឌ V នៃពីរ៉ាមីតនេះ។



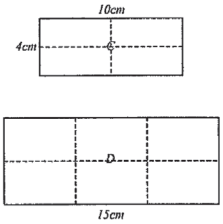
(2) គេមានកោនត្រង់មួយដែលមានកាំបាត 3 cm និងមាឌ$9\sqrt{3}\ \pi\ cm^3$ ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។ រកប្រវែងជនេត្រ នៃកោណនេះ(គិតជាសង់ទីម៉ែត្រ) ។



ចម្លើយ

(1) $V = 648\ cm^3$ (2) $x = 6$ cm

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានចតុកោណកែងពីរ(ដូចរូបខាងស្តាំ) ។



ផលធៀបរវាងបណ្តោយទាំងពីរស្មើនឹង $\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$

ផលធៀបរវាងទទឹងទាំងពីរស្មើនឹង $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

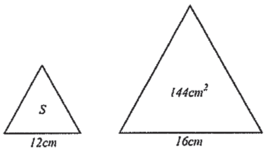
ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរស្មើនឹង

$\frac{15\times6}{10\times4}=\frac{3\times3}{2\times2}=\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ។

សំគាល់ : ជ្រុងនៃចតុកោណកែងទាំងពីរសមាមាត្រនឹងគ្នាជាចតុកោណកែងដូចគ្នា ។

> *ជាទូទៅ :* កាលណារូបពីរដូចគ្នាផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងការេនៃផលធៀបរវាងធាតុត្រូវគ្នាពីរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ត្រីកោណទាំងពីរខាងស្តាំនេះជាត្រីកោណដូចគ្នា ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S

បើ S ជាផ្ទៃក្រឡាដែលត្រូវរក

គេបាន $\frac{S}{144}=\left(\frac{12}{16}\right)^2$

$=\frac{9}{16}$

$=\left(\frac{3}{4}\right)^2$

នាំឱ្យ $S=\frac{9}{16}\times144$

$=81$

ដូចនេះ $S=81cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានចតុកោណកែងពីរដូចគ្នាដែលមានផ្ទៃក្រឡារៀងគ្នាស្មើនឹង $18dm^2$ និង $8dm^2$ ។ ចូរគណនាបណ្តោយចតុកោណធំដោយដឹងថា ចតុកោណតូចមានបណ្តោយស្មើនឹង $6dm$ ។

229

សកម្មភាពសំខាន់សម្រាប់សិស្ស

ទោះបីជាសៀវភៅដែលបាននាំសិស្សដល់ការសន្និដ្ឋានដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងប្រអប់នេះតាមរយៈឧទាហរណ៍ទី 1 និងទី 2 គួរតែមានសកម្មភាពសិស្សក្នុងការរកលទ្ធផលដោយការគូររូប និងការវាស់ជ្រុង។

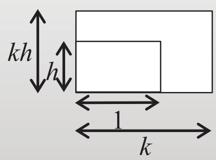
របៀបធ្វើ

1. ប្រាប់សិស្សឱ្យគូរត្រីកោណពីរដូចគ្នាឬចតុកោណកែងពីរដូចគ្នានៅលើសៀវភៅរបស់ពួកគេ។
2. ឱ្យពួកគេរកផលធៀបប្រវែងនៃជ្រុងត្រូវគ្នានៃរូបដែលដូចគ្នាទាំងនេះ។
3. ចូរប្រាប់សិស្សឱ្យគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ និងចតុកោណដូចគ្នាទាំងនេះ។
4. សូមឱ្យពួកគេរកឃើញផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡានៃរូបដូចគ្នាទាំងនេះ។
5. ត្រូវប្រាកដថាសិស្សទាំងអស់បានឈានដល់ការសន្និដ្ឋានដូចដែលបានពណ៌នានៅក្នុងប្រអប់ដែលបានបង្ហាញនៅខាងឆ្វេង។

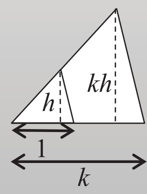
ចំណេះដឹងបន្ថែម ការពន្យល់ជាទូទៅ

ជាទូទៅនៅពេលដែលគេឱ្យរូបពីរដូចគ្នា បើផលធៀបនៃរង្វាស់ជ្រុងត្រូវគ្នាស្មើ k នោះផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡារូបទាំងនេះស្មើនឹង k^2 ។

ឧទាហរណ៍នៅក្នុងរូបខាងក្រោមនេះប្រសិនបើបាតកើនឡើងធំជាងមុន k ដង នោះកម្ពស់ក៏នឹងកើនឡើងធំជាងមុន k ដងដែរ។



ផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងទាំងពីរនេះគឺ $\frac{\text{ធំ}}{\text{តូច}}=\frac{k\times kh}{1\times h}=k^2$



ផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណពីរនេះគឺ : $\frac{\text{ធំ}}{\text{តូច}}=\frac{\frac{1}{2}\times k\times kh}{\frac{1}{2}\times1\times h}=\mathrm{k}^2$

នៅក្នុងករណីទាំងពីរផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាគឺ k^2 ដែលជាផលធៀបការេនៃជ្រុងត្រូវគ្នា។

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

ផ្នែកនៃចម្លើយនេះមានកំហុសមួយ ដោយសារតែ

$x^2 = 81 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{81} = \pm 9$

ដោយ x គឺជាបណ្ដោយនៃចតុកោណកែងមួយនោះតម្លៃ x ត្រូវតែវិជ្ជមាន។

ដូចនេះ: x = 9 ។

ចំណាំថាដំណោះស្រាយដែលមានកំហុសនៅក្នុងដំណើរការត្រូវបានវាយតម្លៃថាមិនត្រឹមត្រូវ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជួយសម្របសម្រួលសិស្សដើម្បីរកដំណោះស្រាយផ្សេងទៀតនៃលំហាត់គំរូ 3 ដូចខាងក្រោម

ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀត

ដោយមាត្រដ្ឋានស្មើនឹង 1/2500 នោះ: បណ្ដោយពិត និងទទឹងពិតនៃដីសាលានេះ: គឺធំជាងនៅក្នុងផែនទី 2500 ដង។ ដូច្នេះ:

2 cm x 2500 = 5000 cm = 50 m

3 cm x 2500 = 7500 cm = 75 m

ដូច្នេះផ្ទៃក្រឡាសាលានេះគឺ

$S = 50 \times 75 = 3750\ m^2$

ចម្លើយ : ចូរបណ្ដោយចតុកោណកែងធំ

តាង x ជាបណ្ដោយចតុកោណកែងធំ

គេបាន $\frac{18}{8} = \left(\frac{x}{6}\right)^2$

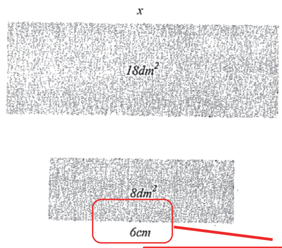
$\frac{9}{4} = \frac{x^2}{36}$

$x^2 = \frac{9}{4} \times 36$

$= 81$

នាំឱ្យ $x = \sqrt{81}$

$= 9$



កែតម្រូវ: 6 dm

ដូចនេះ បណ្ដោយចតុកោណកែងធំ $x = 9dm$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : នៅពេលសិក្សាមេរៀនភូមិវិទ្យាលោកគ្រូបានយកផែនទីនៃទីធ្លារបស់សាលារៀនដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ ។ គេដឹងថាវិមាត្រនៃទីធ្លាសាលារៀននៅក្នុងប្លង់មានរាងចតុកោណកែងមានរង្វាស់ $3cm$ និង $2cm$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាទីធ្លារបស់សាលារៀនពិត ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាទីធ្លាសាលារៀន

នៅក្នុងផែនទីជាប្លង់បង្រួមនៃទីធ្លាសាលារៀនដែលផលធៀបវិមាត្រស្មើនឹង $\frac{1}{2\ 500}$

បើ S ជាផ្ទៃក្រឡារបស់សាលារៀន ហើយ S' ជាផ្ទៃក្រឡានៅក្នុងផែនទី

គេបាន $\frac{S'}{S} = \left(\frac{1}{2\ 500}\right)^2$

នាំឱ្យ $S = S' \times (2\ 500)^2$

តែ $S' = 2 \times 3$

$= 6$

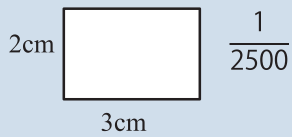
នោះ $S = S' \times (2\ 500)^2$

$= 6 \times (2\ 500)^2$

$S = 375 \times 10^5$ ឬ $S = 3\ 750m^2$

ដូចនេះ ទីធ្លាសាលារៀនមានផ្ទៃក្រឡា $S = 3\ 750m^2$ ។

គូររូបដើម្បីជួយការគិតរបស់បញ្ហារបស់សិស្ស



230

ការអនុវត្តបន្ថែម

យើងអាចបង្កើតលំហាត់មួយចំនួនដែលស្រដៀងគ្នាទៅនឹងលំហាត់ 3 ខាងលើ។

សំណួរ

ផ្ទៃក្រឡានៃប្រទេសកម្ពុជានេះគឺប្រហែល 181 035 km²។ នៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/1 000 000 តើផ្ទៃក្រឡានៃប្រទេសកម្ពុជាមានប៉ុន្មានសង់ទីម៉ែត្រការេនៅលើផែនទី?

ចម្លើយ

$181\ 035\ km^2 = 18.1\ 035 \times 10^4\ km^2 = 18.1\ 035 \times 10^4 \times 10^6\ m^2 = 18.1\ 035 \times 10^4 \times 10^6 \times 10^4\ cm^2$

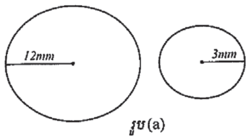
$= 18.1\ 035 \times 10^{14}\ cm^2$

$1 / 1\ 000\ 000 = 1 \times 10^{-6} \Rightarrow (1 / 1\ 000\ 000)^2 = 1 \times 10^{-12}$

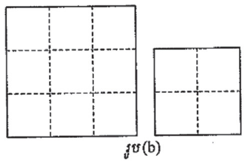
ដូច្នេះផ្ទៃក្រឡានៅលើផែនទីគឺ $(18.1\ 035 \times 10^{14}) \times (1 \times 10^{-12}) = 18.1\ 035 \times 10^2\ cm^2 = 1810.35\ cm^2$

ចំណាំ វានឹងទាក់ទាញការចាប់អារម្មណ៍ពីសិស្សប្រសិនបើគ្រូប្រើផែនទីនៃខេត្តមួយ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរសរសេរផលធៀបបរិមាត្រនិងផលធៀបផ្ទៃក្រឡានៃរូបដូចគ្នាខាងក្រោម ។



រូប(a)



រូប(b)

2.2. ផលធៀបមាឌ

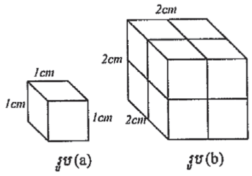
ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានគូបពីរ(ដូចរូបខាងស្តាំ)

មាឌរបស់គូប (*a*) ស្មើនឹង $V_a = 1\times1\times1 = 1cm^3$

មាឌរបស់គូប (*b*) ស្មើនឹង $V_b = 2\times2\times2 = 8cm^3$

ផលធៀបវិមាត្រស្មើនឹង $\frac{1}{2}$

ផលធៀបមាឌស្មើនឹង $\frac{1\times1\times1}{2\times2\times2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ។



រូប(a) រូប(b)

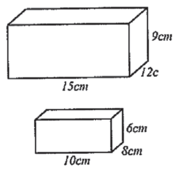
ឧទាហរណ៍ទី 2 : ចូរពិនិត្យប្រអប់ពីរដូចគ្នា(រូបខាងក្រោម) ។

ផលធៀបបណ្តោយស្មើនឹង $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបទទឹងស្មើនឹង $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបកម្ពស់ស្មើនឹង $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបមាឌស្មើនឹង $\frac{3\times3\times3}{2\times2\times2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$



ប្រអប់មានវិមាត្រសមមាត្រគ្នាជាប្រអប់ដូចគ្នា ។

> *ជាទូទៅ :* កាលណារូបពីរដូចគ្នាផលធៀបរវាងមាឌ ស្មើនឹងគូបនៃផលធៀបរវាងធាតុត្រូវគ្នាពីរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃគូបស្មើនឹង $\frac{16}{25}$ ។ ចូរគណនាផលធៀបរវាងជ្រុងនិងផលធៀបរវាងមាឌនៃគូបពីរដូចគ្នា ។

ចម្លើយ : យើងដឹងថាផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងការេផលធៀបរវាងជ្រុងត្រូវគ្នា

តាង x ជាផលធៀបរវាងជ្រុងនោះ $x^2 = \frac{16}{25}$, $x = \frac{4}{5}$

ដូចនេះផលធៀបរវាងមាឌស្មើនឹង $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{135}$ ។

231

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ឧបមាថាសំណុំរូបនីមួយៗដូចគ្នា។

a) ផលធៀបបរិមាត្រនៃរូបខាងឆ្វេងទៅខាងស្តាំស្មើនឹង $\frac{12}{3}=4$ នោះផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $4^2 = 16$ ។

b) ផលធៀបបរិមាត្រនៃរូបខាងឆ្វេងទៅខាងស្តាំស្មើនឹង $\frac{3}{2}$ នោះផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពិភាក្សានេះហាក់បីដូចជាការយល់ច្រឡំ។ យើងត្រូវការគណនាមាឌនីមួយៗដើម្បីប្រៀបធៀបដូចជា ផលធៀបនៃមាឌស្មើនឹង $\frac{15\times12\times9}{10\times8\times6} = \frac{27}{8}$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^3$

ដូច្នេះផលធៀបនៃមាឌស្មើនឹងគូបនៃផលធៀបជ្រុង ឬផលធៀបជ្រុងស្វ័យគុណបី។

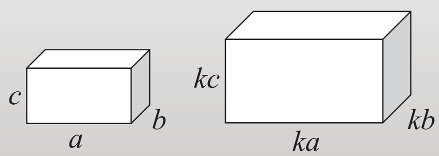
សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សូមឱ្យសិស្សពិនិត្យថាតើលក្ខណៈនេះអាចអនុវត្តបានទេចំពោះរូបផ្សេងទៀតដូចជា កោណ ពីរ៉ាមីត និងស្វ៊ែ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម: មាឌនៃសូលីតដូចគ្នា

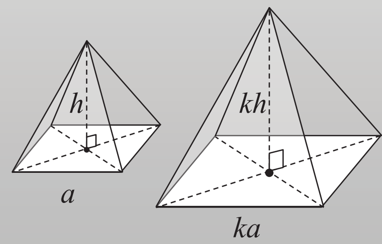
ជាទូទៅនៅពេលដែលគេឱ្យរូបពីរដូចគ្នា ប្រសិនបើផលធៀបនៃប្រវែងជ្រុងមួយនៃរូបមួយទៅនឹងប្រវែងជ្រុងមួយនៃរូបមួយផ្សេងទៀតស្មើនឹង k នោះផលធៀបនៃមាឌរបស់រូបទាំងនោះស្មើនឹង k^3។

សូមពិនិត្យសំណុំនៃប្រឡេពីប៉ែតកែងដូចគ្នា និងពីរ៉ាមីតដូចគ្នាដែលផលធៀបនៃជ្រុងស្មើនឹង k (សូមមើលរូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ) ។



ផលធៀបមាឌនៃប្រឡេពីប៉ែតកែងទាំងពីរនេះគឺ $\frac{ka\times kb\times kc}{a\times b\times c} = k^3$

ផលធៀបមាឌនៃពីរ៉ាមីតទាំងពីរនេះគឺ $\frac{\frac{1}{3}\times ka\times kh}{\frac{1}{3}\times a^2\times h} = k^3$



នៅក្នុងករណីទាំងពីរនេះផលធៀបមាឌគឺ k^3 គឺជផលធៀបនៃជ្រុងស្វ័យគុណបី

ប្រតិបត្តិ

ពិនិត្យប្រសិនបើផលធៀបមាឌនៃ (i) កោណពីរដូចគ្នា និង (ii) ស្វ៊ែពីរដូចគ្នាគឺ k^3។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ក្នុងលំហាត់ទី2 និងទី3 គ្រូបង្រៀនគួរតែគូររូបនៅលើក្តារខៀនដើម្បីជួយក្នុងការគិតរបស់សិស្ស។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

ប្រសិនបើគេមានវត្ថុពីរត្រូវបានធ្វើឡើងឱ្យដូចគ្នានោះទម្ងន់របស់វាសមាមាត្រទៅនឹងមាឌរបស់វា។ ដូច្នេះនៅក្នុងរូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំនោះផលធៀបនៃ m លើ M គឺ v លើ V ឬ $\frac{m}{M} = \frac{v}{V}$ ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ផលធៀបជ្រុងនៃ S_{ABC} លើ S_{ADE} គឺ $\frac{5}{3}$ ។

ដូចនេះ ផលធៀបផ្ទៃក្រឡា S_{ABC} លើ S_{ADE}

គឺ $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ ។

(A) ដោយផ្ទៃក្រឡានៃ S_{ADE} គឺ 6 cm^2

នោះផ្ទៃក្រឡានៃ S_{ABC} គឺ

$$S = 6 \times \frac{25}{9} = \frac{50}{3}\ cm^2$$

(b) ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ S_{DECB} គឺ

$$S_{ABC} - S_{ADE}$$

$$= \frac{50}{3} - 6 = \frac{32}{3}\ cm^2$$

លំហាត់គំរូទី 2 : ផលធៀបរវាងបណ្តោយនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដូចគ្នាពីរស្មើនឹង $\frac{4}{3}$ ។ បើប្រលេពីប៉ែតកែងតូចមានមាឌ $54dm^3$ ចូររកមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងធំ ។

ចម្លើយ : មាឌប្រលេពីប៉ែតកែងធំ

តាង V ជាមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែងធំ

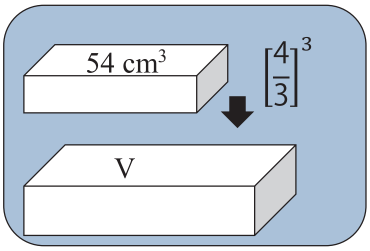
គេបាន $\frac{V}{54} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$

$= \frac{64}{27}$

នាំឱ្យ $V = \frac{64}{27} \times 54$

$= 128dm^3$

ដូចនេះ $V = 128dm^3$ ។



លំហាត់គំរូទី 3 : ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃគូបស្មើនឹង 16 : 25 ។ តើគូបធំមានម៉ាសប៉ុន្មានបើគេដឹងថាគូបតូចមានម៉ាសស្មើនឹង $32g$ (គូបទាំងពីរធ្វើពីវត្ថុធាតុតែមួយ) ។ គូបទាំងពីរជាគូបដូចគ្នា ។

ចម្លើយ : ម៉ាសគូបធំ

ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $\frac{s}{S} = \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$

ផលធៀបរវាងមាឌ $\frac{v}{V} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$

យើងដឹងថាផលធៀបរវាងម៉ាសគូបទាំងពីរស្មើនឹងផលធៀបរវាងមាឌរបស់វា

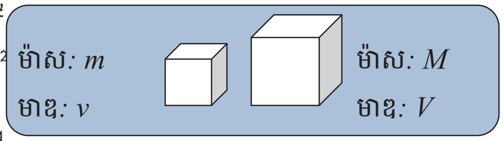
បើ m និង M ជាម៉ាស់នៃគូបទាំងពីរនាំឱ្យ $\frac{m}{M} = \frac{v \cdot \mu}{V \cdot \mu} = \frac{v}{V} = \frac{64}{125}$ ដែល μ ជាម៉ាសមាឌ

$M = \frac{125 \times m}{64}$

$= \frac{125}{64} \times 32$

$= 62.5$

ដូចនេះ $M = 62.5g$ ។

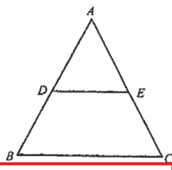


ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យ $(DE) // (BC)$ $AD = 3cm$, $AB = 5cm$ ។

ដោយដឹងថាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ADE = 6cm^2$ ។

ក. ចូររកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC

ខ. ចូររកក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ $DECB$ ។

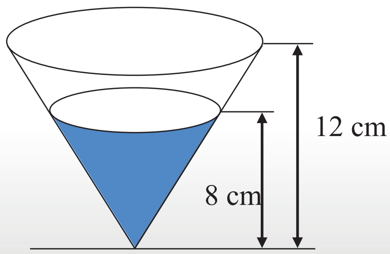


232

លំហាត់នេះមិនសមស្របទេ ព្រោះថាផ្នែកនេះអំពីមាឌ មិនមែនផ្ទៃក្រឡាទេ

10th Period

ប្រតិបត្តិបន្ថែម



ពេលដែលយើងចាក់ទឹកដោះគោ 240 ml ចូលទៅក្នុងកោនកញ្ចក់មួយដែលមានកម្ពស់ 12 cm ទឹកដោះគោឡើងបាន 8 cm ពីបាតនៃកញ្ចក់ដូចរូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។

ប្រសិនបើយើងបន្ថែមទឹកដោះគោរហូតវាដល់ផ្នែកខាងលើនៃកញ្ចក់។ តើយើងត្រូវការបន្ថែមទឹកដោះគោប៉ុន្មានមីលីលីត្រទៀត?

ចម្លើយ:

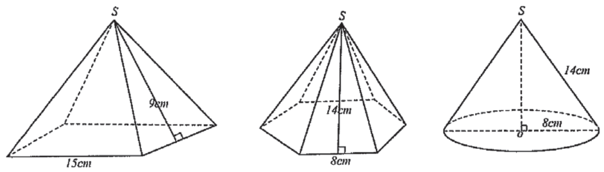
ផលធៀបនៃកម្ពស់កោនធំ និងតូចគឺ 12/8 = 3/2 ដូច្នេះផលធៀបនៃមាឌគឺ $(3/2)^3$ = 27/8។ដោយមាឌកោនតូច 240ml នោះមាឌកោនធំគឺ 240 × 27/8 = 810 ml។

ដូចនេះបរិមាណនៃទឹកដោះគោដែលយើងត្រូវការបន្ថែមទៀតគឺ: 810 - 240 = 570 ml។

ចម្លើយ 570 ml

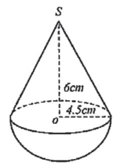
លំហាត់

1. ចូររកផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម ។

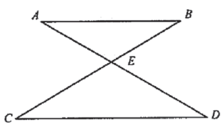


រូប(a) រូប(b) រូប(c)

2. ចូររកមាឌកោណដែលមានកម្ពស់និងកាំបាតក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម ។
   ក. $R = 5cm$, $h = 12cm$ ខ. $R = 3.4cm$, $h = 8.9cm$
   គ. $R = 3.7cm$, $h = 7cm$ ឃ. $R = 5.2cm$, $h = 11cm$
   ង. $R = \sqrt{5}mm$, $h = 13.4mm$ ច. $R = 7dm$, $h = 16dm$ ។
3. ចូររកផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែនិងមាឌប៊ូលក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម ។
   ក. $R = 3cm$ ខ. $D = 18dm$ គ. $R = 3.7cm$ ឃ. $D = 23.2cm$ ។
4. ចូររកកាំស្វ៊ែដោយស្គាល់ផ្ទៃក្រឡាដូចខាងក្រោម ។
   ក. $S = \frac{36}{25}\pi cm^2$ ខ. $S = \frac{46}{16}\pi m^2$ គ. $S = \frac{12}{5}\pi dm^2$ ឃ. $S = 1\ 764\pi cm$ ។
5. ចូររកកាំនៃប៊ូលដោយស្គាល់មាឌ
   ក. $V = 288\pi cm^3$
   ខ. $V = \frac{32}{16}\pi m^3$ ។
6. គេឱ្យកោណនិងកន្លះស្វ៊ែដូចរូបខាងស្តាំ ។
   ក. ចូររកមាឌទាំងអស់នៃសូលីត ។
   ខ. ចូររកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត ។



7. គេឱ្យបន្ទាត់ $AB // CD$ ដែល $\frac{BE}{CE} = \frac{1}{2}$ ។
   ផ្ទៃក្រឡា ΔCED ស្មើនឹង $16cm^2$
   ចូររកផ្ទៃក្រឡា ΔAEB ។



233

ចម្លើយ

1. (ឧបមាថា (a) និង(b) ជាពីរ៉ាមីតនិយ័ត)

(a) ផ្ទៃក្រឡាខាង $\frac{1}{2}\times 15 \times 9 \times 4 = 270\ cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ = ផ្ទៃក្រឡាខាង + ផ្ទៃក្រឡាបាត$=270 + 152$

$= 495\ cm^2$។

(b) ផ្ទៃក្រឡាខាង$=\frac{1}{2}\times 8 \times 14 \times 6$

$= 336\ cm^2$។

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ = ផ្ទៃក្រឡាខាង + ផ្ទៃក្រឡាបាត $=336+\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}\times 6$

$= 336 + 96\sqrt{3}\ cm^2$

(c) ផ្ទៃក្រឡាខាង$=\pi\times 8\times 14=112\pi\ cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ = ផ្ទៃក្រឡាខាង + ផ្ទៃក្រឡាបាត $= 112\pi + 64\pi$

$= 176\pi\ cm^2$

2. (ក) $\frac{1}{3}\times\pi\times 5^2\times 12 = 100\pi\ cm^3$

(ខ) $\frac{1}{3}\times\pi\times 3.4^2\times 8.9 = 34.3\pi\ cm^3$

(គ) $\frac{1}{3}\times\pi\times 3.7^2\times 7 = 31.9\pi\ cm^3$

(ឃ) $\frac{1}{3}\times\pi\times 5.2^2\times 11 = 99.1\pi\ cm^3$

(ង) $\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{5})^2\times 13.4= 22.3\ \pi\ mm^3$

(ច) $\frac{1}{3}\times\pi\times 7^2\times 16 = 261.3\pi\ dm^3$

3. (ក) $S = 4\times\pi\times 3^2 = 36\ \pi\ cm^2$ $V = \frac{4}{3}\times\pi\times 3^3 = 36\pi\ cm^3$

(ខ) $S = 4\times\pi\times(18\div 2)^2 = 324\pi\ dm^2$

$V = \frac{4}{3}\times\pi\times(18\div 2)^2 = 972\pi\ dm^3$

(គ) $S = 4\times\pi\times 3.7^2 = 54.76\ \pi\ cm^2$

$V = \frac{4}{3}\times\pi\times 3.7^3 = 67.54\pi\ cm^2$

(ឃ) $S = 4\times\pi\times(23.2\div 2)^2 = 538.24\pi\ cm^2$

$V = \frac{4}{3}\times\pi\times(23.2\div 2)^3 = 2081.49\pi\ cm^3$

4. (ក) $4\times\pi\times R^2 = \frac{36}{25}\pi cm^2 \Rightarrow R^2 = \frac{36}{4\times 25} \Rightarrow R = \frac{3}{5}$ cm

(ខ) $4\times\pi\times R^2 = \frac{46}{16}\pi\ m^2 \Rightarrow R^2 = \frac{46}{4\times 26} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{46}}{8}$ m

(គ) $4\times\pi\times R^2 = \frac{12}{5}\pi cm^2 \Rightarrow R^2 = \frac{12}{4\times 5} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{15}}{5}$ cm

(ឃ) $4\times\pi\times R^2 = 1764\pi\ cm^2 \Rightarrow R^2 = 441 \Rightarrow R = 21$ cm

5. (ក) $\frac{4}{3}\times\pi\times R^3 = 288\pi\ cm^3 \Rightarrow R^3 = \frac{288\times 3}{4} = 216 = 6^3$

$\Rightarrow R = 6$ cm

(ខ) $\frac{4}{3}\times\pi\times R^3 = \frac{32}{16}\pi = 2\pi\ m^3 \Rightarrow R^3 = \frac{2\times 3}{4} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ cm

6. (ក) V = (មាឌកោន) + (មាឌនៃកន្លះស្វ៊ែ)

$= \frac{1}{3}\times\pi\times 4.5^2\times 6 + \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 4.5^3 = 40.5\pi + 60.75\pi$

$= 101.25\pi\ cm^3$

(ខ) S=(ផ្ទៃក្រឡាខាងកោណ)+(ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកន្លះស្វ៊ែ)

$= \frac{9}{15}\times\pi\times 7.5^2 + \frac{1}{2}\times 4\times\pi\times 4.5^2 = 33.75\pi + 40.5\pi$

$= 74.25\pi\ cm^2$

7 $S_{AEB} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times S_{CED} = \frac{1}{4}\times 16 = 4\ cm^2$

8. ឧបមាថា GM // CN (យើងមិនអាចដោះស្រាយលំហាត់នេះដោយគ្មានលក្ខខណ្ឌបានទេ) នោះ

Δ DMG ~ Δ DNG យើងបាន

$\frac{DG}{DC} = \frac{DM}{DN} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ ព្រោះថា

ចតុកោណ DEFG ដូចគ្នានឹងDABC នោះផលធៀបផ្ទៃក្រឡាគឺ

$$\frac{S_{DEFG}}{S_{DABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

ផ្ទៃក្រឡា DEFG ស្មើនឹង $\frac{9}{25}$ ដងតូចជាង DABC

9.ដោយ AB ស្របនឹង DC យើងបាន

Δ BIO ~ Δ DCO ដូចនេះ

$$\frac{\Delta BIO}{\Delta DCO} = \left(\frac{BI}{DC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

ផ្ទៃក្រឡា S_{BIO} តូចជាង S_{DCO} 4ដង

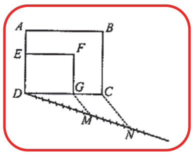
10. ផលធៀបនៃកម្ពស់នៃជញ្ជាំងពិតលើរូបថតគឺ 6 m = 600 cm លើ 3 cm។

ផ្ទៃក្រឡានៃជញ្ជាំងពិតគឺ 9 $cm^2 \times \left(\frac{600}{3}\right)^2 =$

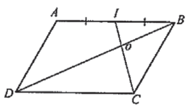
$360000cm^2 = 36\ m^2$

យើងមិនអាចដោះស្រាយលំហាត់នេះបានទេពីព្រោះ ខ្វះលក្ខខណ្ឌ។ រូបនេះមិនមែនជាការេទេ។

8. តើផ្ទៃក្រឡាការេ *DEFG* តូចជាងផ្ទៃក្រឡា *ABCD* ប៉ុន្មានដង ?



9. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម *ABCD* និង *I* ជាចំណុចកណ្តាលនៃ *AB* ។ បន្ទាត់ *BD* និង *CI* ប្រសព្វគ្នាត្រង់ *O* ។ តើផ្ទៃក្រឡា ΔBIO តូចជាងផ្ទៃក្រឡា ΔDOC ប៉ុន្មានដង ?



10. រូបថតនៃជញ្ជាំងមួយមានកំពស់ 3*cm* និងមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $9cm^2$ ។ គេដឹងថាជញ្ជាំងមានកម្ពស់ពិត 6*m* ។ តើវាមានផ្ទៃក្រឡាពិតប្រាកដប៉ុន្មាន m^2 ។

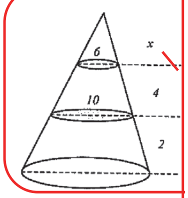
11. ផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាសាលាមួយមានរង្វាស់ $144cm^2$ នៅក្នុងផែនទី 1 ហើយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $256cm^2$ នៅក្នុងផែនទីពីរ ។ ដោយដឹងថាវិមាត្រមួយនៃទីធ្លានោះស្មើនឹង 18*cm* នៅក្នុងផែនទីទីមួយ ។ តើវិមាត្រនេះស្មើនឹងប៉ុន្មាន *cm* នៅក្នុងផែនទីទីពីរ ?

12. ទីធ្លាមួយមានផ្ទៃក្រឡាពិត 9 $600m^2$ ។ តើផ្ទៃក្រឡានេះមានប៉ុន្មាន cm^2 នៅក្នុងប្លង់មួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ ។

13. គេកាត់កោណឱ្យស្របនឹងបាតជាបីចំណែក (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ មុខកាត់មានអង្កត់ផ្ចិតរៀងគ្នា 6*cm* និង 10*cm* ។

ក. ចូរគណនា *x*

ខ. ចូររកមាឌនៃកោណនោះ ។



មិនច្បាស់ថា អ្វីទៅជា x, 4 និង 2 មធ្យម និង ផលធៀបវា មិនត្រឹមត្រូវ

14. *SABCD* ជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេ ។ ជ្រុងនៃការេនេះមានប្រវែង 60*cm* ។ កម្ពស់ [*SO*] នៃពីរ៉ាមីតមានប្រវែង 80*cm* គេកាត់ពីរ៉ាមីតនេះឱ្យស្របនឹងបាត ។ គេបានការេ *EFGK* ។ គេឱ្យ $OO' = x$ ។

ត្រូវការពន្យល់លើ O និង O'

ក. ចូររកជ្រុងនៃការេ *EFGK* តាមតម្លៃ *x* ។

ខ. បើ $x = 30cm$ គណនាមាឌនៃកំណាត់ពីរ៉ាមីតខណ្ឌដោយ *ABCD* និង *EFGK* ។

234

11. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានៃផែនទី 1 លើផែនទី 2 គឺ $\frac{144}{256} = \left(\frac{12}{16}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ ។ ដូចនេះផលធៀបបណ្តោយនៃផែនទី 1 លើផែនទី 2 គឺ $\frac{3}{4}$ ។ ដូចនេះ 18 cm នៃផែនទី 1 ស្មើនឹង 18 cm $\times \frac{4}{3} = 24$cm

12. បើផ្ទៃក្រឡានៃសួនកុមារពិត 9600 m^2 ផ្ទៃក្រឡានៃផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2500}$ ស្មើនឹង

$$9600 \times \left(\frac{1}{2500}\right)^2 = 9600 \times \frac{1}{25^2 \times 10000} = \frac{96}{62500}\ m^2$$

$$= \frac{960000}{62500}\ cm^2 = \frac{384}{25}\ cm^2 \quad \text{ឬ} 15.36\ cm^2$$

13. ឧបមាថា x, 4 និង2 ជាកម្ពស់ផ្នែកនីមួយៗនៃកោនមួយ។ (បើមិនដូច្នោះទេសំណួរ (2) មិនអាចដោះស្រាយបានទេ)

(ក) $\frac{x}{4+x} = \frac{6}{10} \Rightarrow 5x = 3(4 + x) \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$ (cm)

13. (ខ) តាង y ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃបាតកោន

នោះ: $\frac{6}{y} = \frac{x}{x+4+2} = \frac{6}{6+4+2} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 12$ cm

មាឌកោននេះគឺ

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (12 \div 2)^2 \times (6 + 4 + 2) = 144\ \pi cm^3$$

14. (ក) $\frac{SO'}{SO} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{80 - X}{80} = \frac{EF}{60} \Rightarrow EF = \frac{3(80 - X)}{4}$ cm

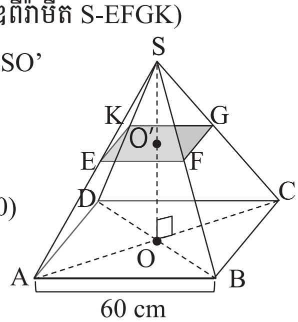
(ខ) បើ $x = 30$ នោះ $EF = \frac{3(80 - 30)}{4} = \frac{150}{4}$ cm ឬ 37.5 cm

(មាឌពីរ៉ាមីត S-ABCD) – (មាឌពីរ៉ាមីត S-EFGK)

$$= \frac{1}{3} \times AB^2 \times SO - \frac{1}{3} \times EF^2 SO'$$

$$= \frac{1}{3} \times 60^2 \times 80 - \frac{1}{3} \times \left(\frac{150}{4}\right)^2 \times (80 - 30)$$

$$= 96000 - 23437.5$$



ខ្វះលក្ខខណ្ឌក្នុងសំណួរ

រូបមិនត្រឹមត្រូវ

15. តាមរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ $BA = 6$, $SA = 8$, $SA' = \frac{2}{3}SA$ ។ រង្វាស់គិតជា cm ។

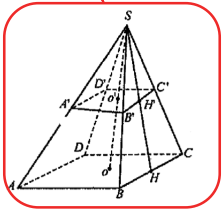
ក. ចូរគណនា $A'B'$ ។

ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃការេ $A'B'C'D'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ថាផ្ទៃក្រឡា $A'B'C'D' = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times$ ផ្ទៃក្រឡា $ABCD$ ។

គ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{2}{3}SO$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាមាឌ

SA'B'C'D'

មាឌ $A'B'C'D' = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times$ មាឌ $SABCD$ ។



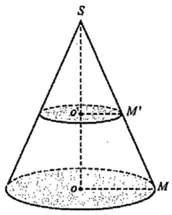
16. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ $SM' = \frac{1}{2}SM$, $SO = 10cm$, $OM = 6cm$ ។

ក. ចូរគណនា $O'M'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ ផ្ទៃក្រឡាថាស $(O') = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ផ្ទៃក្រឡាថាស (O) ។

សំណួរនេះ គួរតែសួរមុន

ខ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{1}{2}SO$ ។

គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា មាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត O' ស្មើនឹងមាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត (O) គុណនឹង $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ។



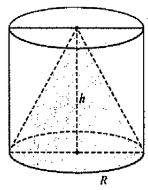
17. អ្នកលក់ឪឡឹកម្នាក់កំណត់លក់ផ្លែឪឡឹកតូចពីរ ថ្លៃស្មើនឹងផ្លែឪឡឹកធំមួយ ។ ដោយថាកាំនៃផ្លែឪឡឹកតូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃកាំឪឡឹកធំ ។ តើអ្នកទិញត្រូវជ្រើសរើសមួយណាដើម្បីឱ្យបានចំណេញជាង ?

18. ឈ្មួញម្នាក់លក់ម៉ាស៊ីនបោកខោអាវពីរប្រភេទដែលមានរាងស៊ីឡាំងដូចគ្នា ។ តែវិមាត្រនៃម៉ាស៊ីនទីមួយស្មើនឹង $\frac{9}{10}$ នៃវិមាត្រម៉ាស៊ីនទីពីរ ។ តម្លៃនៃម៉ាស៊ីនតូចស្មើនឹង $\frac{7}{10}$ នៃម៉ាស៊ីនធំ ។ តើគេត្រូវជ្រើសរើសយកម៉ាស៊ីនប្រភេទណាទើបចំណេញជាង ?

19. ស៊ីឡាំងមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h គេយកកោណដែលមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h ដាក់ក្នុងស៊ីឡាំងតាមរូប ។

ក. ចូរគណនាមាឌកោណនិងមាឌនៃស៊ីឡាំង

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃកោណនិងមាឌនៃស៊ីឡាំង ។



235

15. (ឧបមាថា ចតុកោណ ABCD និង A’B’C’D’ ជាការេពីរស្របគ្នា)

(ក) $\frac{A'B'}{AB} = \frac{SA'}{SA} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow A'B' = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ cm

(ខ) ផ្ទៃក្រឡានៃការេ $S_{A'B'C'D'} = 4^2 = 16$ cm²។ ដោយផ្ទៃក្រឡានៃការេ S_{ABCD} គឺ $6^2 = 36$ cm² យើងបាន

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ ឬ}$$

(ផ្ទៃក្រឡានៃ A’B’C’D’)

$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times$ (ផ្ទៃក្រឡានៃ ABCD)

(3) $AO = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$ cm,

$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2}$

$= \sqrt{8^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{46}$ cm

$A'O' = \frac{A'B'}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ cm,

$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow SO' = \frac{2}{3}SO = \frac{2}{3}\sqrt{46}$ cm

មាឌ នៃ SABCD

$= \frac{1}{3} \times 6^2 \times \sqrt{46} = 12\sqrt{46}$ cm³

(តទៅតារាងខាងឆ្វេង)

មាឌ នៃ SA’B’C’D’

$= \frac{1}{3} \times 4^2 \times \frac{2}{3}\sqrt{46} = \frac{32}{9}\sqrt{46}$ cm³

ដូចនេះ: $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}} = \frac{\frac{32}{9}\sqrt{46}}{12\sqrt{46}} = \frac{32}{9 \times 12} = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ ឬ

(មាឌនៃ A’B’C’D’) $= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times$ (មាឌនៃ ABCD)

16. (ក) $O'M' = \frac{1}{2} \times OM = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ cm

$\frac{\text{រង្វង់}O'}{\text{រង្វង់}O} = \frac{\pi \times 3^2}{\pi \times 6^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ឬ

(ផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់ O’) $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times$ (ផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់ O)

(ខ) Δ SOM និង Δ SO’M’ ជាត្រីកោណពីរដូចគ្នា។ ដូចនេះ

$\frac{SO'}{SO} = \frac{SM'}{SM} = \frac{1}{2} \Rightarrow SO' = \frac{1}{2}SO$

16. (គ) $SO' = \frac{1}{2}SO = 5$ cm

មាឌនៃកោណធំគឺ $V_O = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 10 = 120\,\pi$ cm³

មាឌនៃកោណតូចគឺ $V_{O'} = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 55 = 15\pi$cm³

ដូចនេះ: $\frac{V_{O'}}{V_O} = \frac{15\pi}{120\pi} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow V_{O'} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 V_O$

17. តាង r ជាកាំនៃឪឡឹកតូច ហើយកាំនៃឪឡឹកធំគឺ 4r នោះទំហំនៃឪឡឹកតូចគឺ $V_S = \frac{4}{3}\pi r^3$ ហើយមាឌនៃឪឡឹកធំគឺ

$V_L = \frac{4}{3} \times \pi\ (4r)^3 = \frac{4}{3}\pi^3 \times 64 = 64 \times V_s$ ។

ដូច្នេះ មាឌឪឡឹកធំមួយស្មើនឹង 64 ដងធំជាងមាឌឪឡឹកតូចមួយ។ ដូចនេះមានន័យថាការទិញ ឪឡឹកធំមួយ គឺល្អប្រសើរជាងទិញឪឡឹកតូច2 បើទោះបីជាតម្លៃដូចគ្នាក៏ដោយ។

18. តាង V_1 និង V_2 ជាមាឌនៃម៉ាស៊ីនបោកគក់ទី 1 និងមាឌនៃម៉ាស៊ីនបោកគក់ទី 2 រៀងគ្នា។ ដោយផលធៀបវិមាត្រនៃម៉ាស៊ីន 1 និងម៉ាស៊ីន 2 ស្មើនឹង $\frac{9}{10}$ យើងបាន

$$V_1 = \left(\frac{9}{10}\right)^3 V_2 = \frac{729}{1000}V_2 > \frac{7}{10}V_2$$

ម្យ៉ាងវិញទៀតតម្លៃនៃម៉ាស៊ីន 1ស្មើ 7/10 នៃម៉ាស៊ីន 2 បើទោះបីជាសមត្ថភាពរបស់វាច្រើនជាង 7/10 ម៉ាស៊ីន 2 ដូច្នេះវាអាចនឹងល្អជាងប្រសិនបើយើងទិញម៉ាស៊ីន 1

19. តាងV_AនិងV_B ជាមាឌនៃកោន និងស៊ីឡាំងរៀងគ្នា។

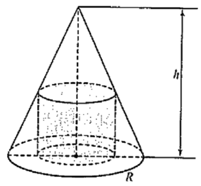
(ក) $V_A = \frac{1}{3}\pi R^2h$ $V_B = \pi R^2h$

(ខ) $\frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{1}{3}\pi R^2h}{\pi R^2h} = \frac{1}{3}$

20. កោណមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h នៅក្នុងកោណនោះមានស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង $\frac{R}{2}$ ។

ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះ

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំងនិងមាឌនៃកោណ ។

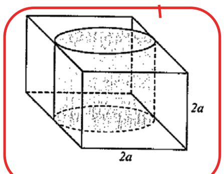


កែតម្រូវ:

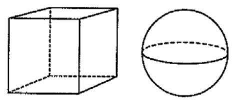
21. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $2a$ នៅក្នុងគូបនោះគេមានស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់កាំស្មើនឹង a និងមានកម្ពស់ស្មើនឹង $2a$ ។

ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំង

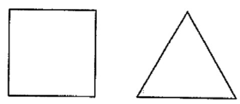
ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំងនិងមាឌនៃគូប ។



22. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $2cm$ ហើយស្វ៊ែមួយមានកាំ r ។ ចូរកំណត់កាំ r ដោយដឹងថាមាឌនៃគូបស្មើនឹងពីរដងនៃមាឌស្វ៊ែ ។ គេបង្គត់ $\pi = 3$ ។



23. ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សដែលមានជ្រុង $1cm$ ។ តើត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយនៃផ្ទៃក្រឡានៃការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$ ។



លំហាត់នេះមិនមានទំនាក់ទំនងជាមួយផ្ទៃក្រឡាខាង ឬមាឌទេ

20. (ក) ពីលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យយើងទាញបានកម្ពស់នៃស៊ីឡាំងគឺពាក់កណ្ដាលនៃកម្ពស់កោន។ ដូច្នេះយើងបាន $\frac{h}{2}$ ។ មាឌនៃស៊ីឡាំងគឺ

$$V_1 = \pi\times\left(\frac{R}{2}\right)^2 \times \frac{h}{2} = \frac{\pi R^2h}{8}$$

(ខ) មាឌនៃកោណ $V_2 = \frac{\pi R^2h}{3}$

ដូចនេះ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\pi R^2h}{8}}{\frac{\pi R^2h}{3}} = \frac{3}{8}$

21. (ក) មាឌនៃស៊ីឡាំងគឺ

$$V_1 = \pi\times a^2 \times 2a = 2\pi a^3$$

(ខ) មាឌនៃគូបគឺ $V_2 = (2a)^3 = 8a^3$

ដូចនេះ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi a^3}{8a^3} = \frac{\pi}{4}$

22. តាង V_1 និង V_2 ជាមាឌនៃគូប និងស្វ៊ែរៀងគ្នា $V_1 = 2V_2$ ម្យ៉ាងទៀត

$$V_1 = 2^3 = 8\text{ cm}^3,\ V^2 = \frac{4\pi r^3}{3} \approx \frac{4\times3\times r^3}{3} = 4r^3\text{ cm}^3$$

ដូចនេះ $8 = 2\times4r^3 = 8r^3 \Rightarrow r^3 = 1 \Rightarrow r = 1$ cm

23. (លំហាត់នេះគឺមិនសមសម្រាប់ជំពូកនេះទេ)

ផ្ទៃនៃការេគឺ $1^2 = 1\text{ cm}^2$។ ដោយកម្ពស់នៃត្រីកោណគឺ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ នោះ

ផ្ទៃក្រឡារបស់វាគឺ $\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ។ ដូចនេះផលធៀប

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណលើការេគឺ $\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx \frac{1.732}{4} = 0.433$ ឬ

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ43.3% នៃការេ។

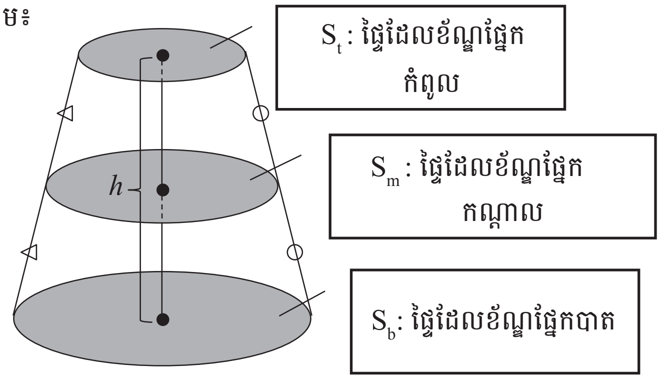
ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូបង្រៀន

ទ្រឹស្តីបទ ស៊ីមសុន ៖ រូបមន្តសម្រាប់រូបធរណីមាត្រខ្លះៗ

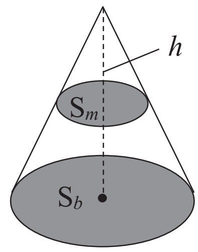
តាង T ជារូបធរណីមាត្រ ហើយ S_t, S_m និង S_b ផ្ទៃដែលខ័ណ្ឌផ្នែកកំពូល កណ្តាល និងបាត ហើយតាង h និង V ជាកម្ពស់ និងមាឌនៃ T។
បន្ទាប់មកទ្រឹស្តីបទ ស៊ីមសុនពិតគ្រប់ករណីដូចខាងក្រោម៖

$$\boxed{V = \frac{h(S_t+4S_m+S_b)}{6}}$$



ចំណាំ សម្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យាសម្រាប់ទ្រឹស្តីបទស៊ីមសុននេះគឺតម្រូវឱ្យមានចំណេះដឹងក្នុងការគណនាអាំងតេក្រាល។ ប្រសិនបើលោកអ្នកមានចំណាប់អារម្មណ៍សូមចូលមើលគេហទំព័រដូចខាងក្រោម។
http://mathworld.wolfram.com/SimpsonsRule.html

ឧទាហរណ៍ទី 1 កោណ ឬពីរ៉ាមីត

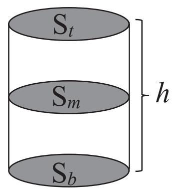


ប្រសិនបើគេមាន T ជាកោណ ឬពីរ៉ាមីត នោះ $S_t = 0$ និង $S_m = \frac{1}{4}S_b$។

ដូចនេះ មាឌគឺ

$$V = \frac{h(S_t+4S_m+S_b)}{6} = \frac{h(0 + 4 \times S_b+S_b}{6} = \frac{h\times 2S_b}{6} = \frac{1}{3}S_b h$$

ឧទាហរណ៍ទី 2 ស៊ីឡាំង ឬព្រីស

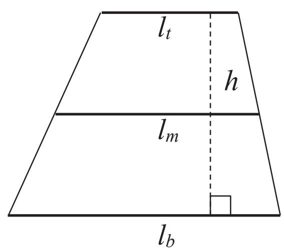


ប្រសិនបើគេមាន T ជាស៊ីឡាំង ឬព្រីស នោះ $S_t = S_m = \frac{1}{3} S_b$

ដូចនេះ មាឌគឺ $V = \frac{h(S_t+4S_m+S_b)}{6} = \frac{h(S_b+4S_b+S_b)}{6} = \frac{h\times 6S_b}{6} = S_b h$

ក្នុងឧទាហរណ៍ទាំងពីរ លទ្ធផលបង្ហាញរូបមន្តដែលយើងបានរៀនរួចទៅហើយ។ យើងអាចអនុវត្តទ្រឹស្តីបទនេះសម្រាប់រូបក្នុងប្លង់ផងដែរ។ ប្រសិនបើគេមាន T ជារូបក្នុងប្លង់មួយ នោះ S_t, S_m និង S_b ក្លាយទៅជាប្រវែង l_t, l_m និង l_b ហើយមាឌ V ក្លាយទៅជាផ្ទៃក្រឡា S នៃរូប T។ រូបមន្តខាងលើនឹងទៅជា

$$S = \frac{h(l_t+4l_m+l_b)}{6}$$



ឧទាហរណ៍ទី 3 ចតុកោណព្នាយ

ប្រសិនបើគេមាន T ជាចតុកោណព្នាយ នោះ $l_m = \frac{1}{2}(l_t+l_b)$ ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយគឺ

$$S = \frac{h(l_t+4l_m+l_b)}{6} = \frac{h(l_t+4\times(l_t+l_b)+l_b)}{6} = \frac{h(3l_t+3l_b)}{6} = \frac{1}{2}(I_t+I_b)h$$

ឧទាហរណ៍ទី 4 ត្រីកោណ

ប្រសិនបើគេមាន T ជាត្រីកោណនោះ

$l_t = 0$ និង $l_m = \frac{1}{2}l_b$. ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណគឺ

$$S = \frac{h(l_t+4l_m+l_b)}{6} = \frac{h\,(0+4\times l_b+l_b)}{6} = \frac{h\times 3l_b}{6} = \frac{1}{2}I_b h$$

ក្នុងឧទាហរណ៍ទាំងពីរ លទ្ធផលបង្ហាញរូបមន្តចតុកោណព្នាយ និងត្រីកោណដែលយើងបានរៀនរួចទៅហើយ។

លំហាត់

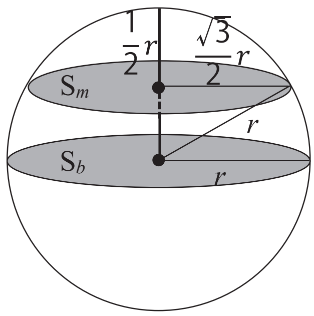
1) ពិនិត្យ បើសិនជាទ្រឹស្តីបទ ស៊ីមសុនពិតចំពោះចតុកោណកែង
2) ពិនិត្យ បើសិនជាទ្រឹស្តីបទ ស៊ីមសុនពិតចំពោះស្វ៊ែ

ចម្លើយ

1) ប្រសិនបើគេមាន T ជាចតុកោណកែងនោះ $l_m = l_t = l_b$។ ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងគឺ

$$S = \frac{h(l_t+4l_m+l_b)}{6} = \frac{h\,(l_b+4l_b+l_b)}{6} = \frac{h\times 6l_b}{6} = I_b h$$

នេះគឺស្របជាមួយនឹងរូបមន្តសម្រាប់ចតុកោណកែង។



2) ប្រសិនបើគេមាន T ជាស្វ៊ែដែលមានកាំស្មើ r យើងពិនិត្យកន្លះស្វ៊ែដូចក្នុងរូបខាងស្តាំតាមទ្រឹស្តីបទ ស៊ីមសុន យើងបាន

$h = r$, $S_t = 0$, $S_b = \pi r^2$ និង

$$S_m = \pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2 = \frac{3}{4}\pi r^2 = \frac{3}{4}S_b$$

ដូចនេះ មាឌនៃស្វ៊ែគឺ

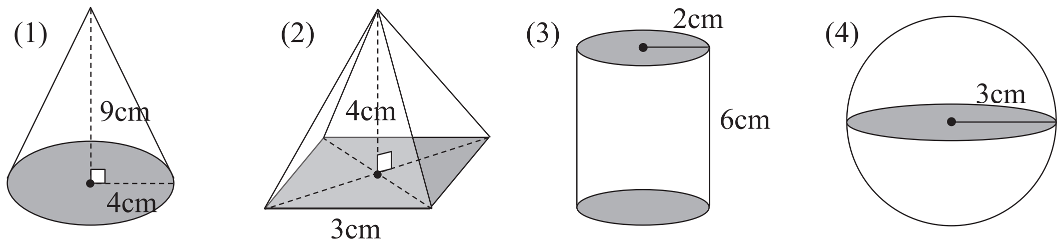
$$V = 2\times(\text{កន្លះស្វ៊ែ}) = 2\times\frac{h(S_b+4S_m+S_b)}{6} = 2\times\frac{r\,(0+4\times S_b+S_b)}{6} = 2\times\frac{r\times 4S_b}{6}$$

$$= \frac{4}{3}rS_b = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (\text{ព្រោះថា } S_b = \pi r^2)$$

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់មាឌ(1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ផ្គូផ្គងរូបធរណីមាត្រខាងក្រោមនេះជាមួយនឹងមាឌរបស់វា (5 ពិន្ទុ × 4 = 20 ពិន្ទុ)

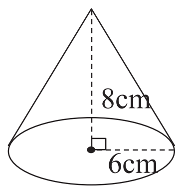


(a) 36π cm³ (b) 24π cm³ (c) 48π cm³ (d) 12 cm³

រូប	(1)	(2)	(3)	(4)
ចម្លើយមាឌ				

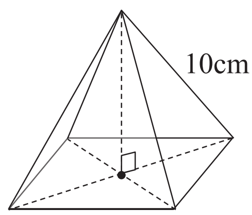
2. ឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោមនៅលើផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោនមួយ។

(1) បង្ហាញថាផ្ទៃក្រឡាខាងកំណត់ដោយ $S = aR\pi$ បើជនេត្រ និងកាំបាតគឺ a និង R រៀងគ្នា។ (15 ពិន្ទុ)

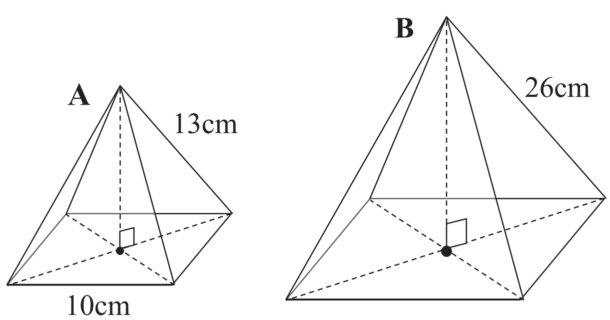


(2) រកផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោនដែលបង្ហាញនៅខាងស្តាំ (10 ពិន្ទុ)

3. រកមាឌពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេដែលបង្ហាញខាងស្តាំ (15 ពិន្ទុ)



4. គេមានពីរ៉ាមីតបាតជាការេពីរដូចគ្នា A និង B ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំនេះ។ រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A និង B ។ (15 ពិន្ទុ)



5. គេមានស្វ៊ែពីរ A និង B ។

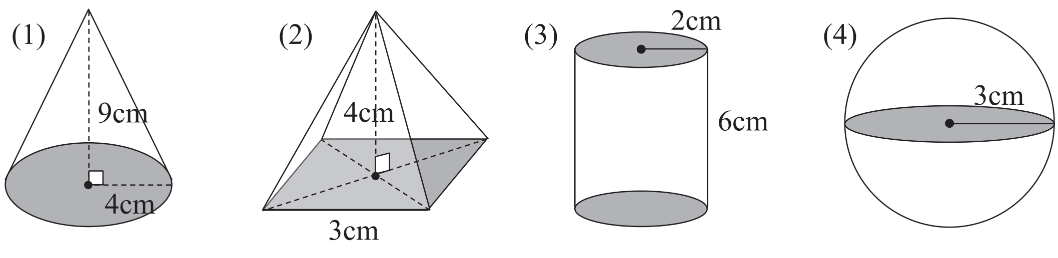
(1) ឧបមាថាកាំនៃស្វ៊ែ A និង B គឺជា R និងkR រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា B មានមាឌធំជាង A k^3ដង។

(10 ពិន្ទុ)

(2) បើផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A គឺ 16π cm^2 និងកាំនៃ B ស្មើនឹង $\frac{3}{2}$ ធំជាងកាំនៃ A។ រកមាឌនៃ B។ (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ផ្គូផ្គងរូបធរណីមាត្រខាងក្រោមនេះជាមួយនឹងមាឌរបស់វា (5 ពិន្ទុ × 4 = 20 ពិន្ទុ)



(a) 36π cm^3 (b) 24π cm^3 (c) 48π cm^3 (d) 12 cm^3

រូប	(1)	(2)	(3)	(4)
ចម្លើយមាឌ				

ចម្លើយ

(1) $V = \frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times9 = 48\pi$ cm^3 (2) $V = \frac{1}{3}\times3^2\times4^2 = 12$ cm^3

(3) $V = \pi\times2^2\times6 = 24\pi$ cm^3 (4) $V = \frac{4}{3}\times\pi\times3^2 = 36\pi$ cm^3

រូប	(1)	(2)	(3)	(4)
ចម្លើយ	(c)	(d)	(b)	(a)

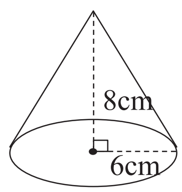
ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវទាំងអស់

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវមួយ

2. ឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោមនៅលើផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណមួយ។

(1) បង្ហាញថាផ្ទៃក្រឡាខាងកំណត់ដោយ $S = aR\pi$ បើជនេត្រ និងកាំបាតគឺ a និង R រៀងគ្នា។ (15 ពិន្ទុ)



(2) រកផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណដែលបង្ហាញនៅខាងស្តាំ

(10 ពិន្ទុ)

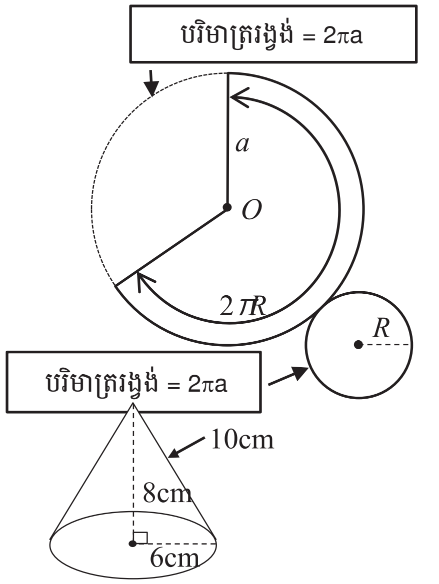
ចម្លើយ

(1) រូបពន្លាតនៃកោនតាមផ្នែកបាតខាងក្រោមនិងចំរៀករង្វង់ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ផលធៀបនៃចំរៀករង្វង់ធំគឺ $\frac{2\pi R}{2\pi a} = \frac{R}{a}$ ។ ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃចំរៀក $S = \pi a2\times\frac{R}{a} = \pi Ra$

(2) តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ ប្រវែងជនេត្រនៃកោនដែលឱ្យគឺស្មើនឹង 10 cm ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោនស្មើនឹង

$S = \pi\times R\times a = \pi\times 6 \times 10 = 60\pi cm^2$

ចម្លើយ: $60\pi\ cm^2$



កាដាក់ពិន្ទុ

(1) 15 ពិន្ទុ = គណនាសមមាត្រចំរៀកថាសនៃរង្វង់ធំ $\frac{2\pi R}{2\pi a} = \frac{R}{a}$ និងផ្ទៃក្រឡា $S=\pi a^2\times\frac{R}{a} = \pi Ra$បានត្រឹមត្រូវ

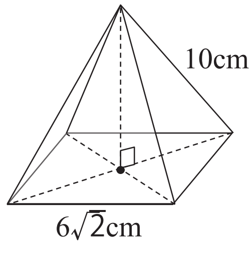
5 ពិន្ទុ = គណនាសមមាត្រចំរៀកថាសនៃរង្វង់ធំ $\frac{2\pi R}{2\pi a} = \frac{R}{a}$ ប៉ុន្តែអាចទាញដល់សន្និដ្ឋានត្រឹមត្រូវបាន។

0 ពិន្ទុ = គ្រាន់តែឱ្យរូបមន្ត $S = \pi Ra$ ដោយគ្មានពិភាក្សា ឬក៏ពិភាក្សា និងការគណនាមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 10 ពិន្ទុ = គណនាប្រវែងជនេត្រនៃកោណ និងប្រើរូបមន្តខាងលើត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬសរសេរចម្លើយដោយគ្មានការសរសេរដំណើរការ។

3. រកមាឌពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេដែលបង្ហាញខាងស្តាំ (15 ពិន្ទុ)



ចម្លើយ

តាងឈ្មោះពីរ៉ាមីត S-ABCD និងតាង O ជាផ្ចិត

នៃបាតការេដូចរូបដែលបង្ហាញ

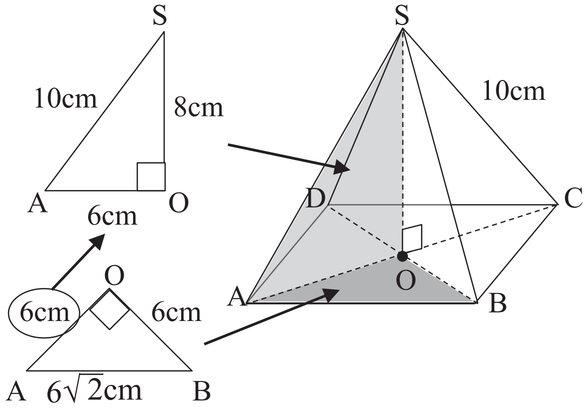
ខាងស្តាំ។ ហើយក្នុងត្រីកោណកែងសមបាត

AOB យើងមាន AO = 6 cm។ ដូចនេះ ក្នុងត្រី

កោណកែងសមបាត SAO យើងបាន

SO = 8 cm

ដូចនេះមាឌនៃពីរាមីតគឺ



$V = \frac{1}{3} \times$ (ផ្ទៃក្រឡាបាត) $\times$ (កម្ពស់) $= \frac{1}{3} \times (6\sqrt{2}^{2}) \times 8 = 192$ cm^3

ចម្លើយ 192 cm^3

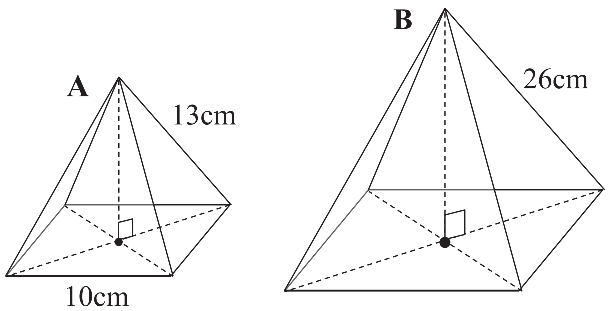
ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ជាមួយនឹងសរសេរដំណើការគណនាត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ជាមួយនឹងការគណនាប៉ន្តែមិនសរសេរដំណើការក្នុងការរកកម្ពស់មិនត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬសរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវតែមិនសរសេរដំណើការ

4. គេមានពីរ៉ាមីតបាតជាការេពីរដូចគ្នា A និង B ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំនេះ។ រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A និង B (15 ពិន្ទុ)។



ចម្លើយ

ផលធៀបនៃជ្រុងពីរ៉ាមីត B លើជ្រុងពីរ៉ាមីត A គឺ $\frac{26}{13} = 2$ ។ ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ B គឺ $2^2 = 4$ ដងធំជាងផ្ទៃ

ក្រឡាទាំងអស់នៃ A។ ក្នុងពីរ៉ាមីត A កម្ពស់នៃត្រីកោណស្មើនឹង $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ cm។ ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A គឺ

S_A = (ផ្ទៃក្រឡាបាត) + (ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណមុខខាងទាំងបួន)

$= 10^2 + 4\times\frac{1}{2}\times10\times12 = 100 + 240 = 340$ cm^2

ព្រោះ S_B នៃពីរ៉ាមីត B គឺ $2^2 = 4$ ដងធំជាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីត A

$S_B = 340 \times 4 = 1360$ cm^2

ចម្លើយ ពីរ៉ាមីត A 340 cm^2 ពីរ៉ាមីត B 1360 cm^2

ចម្លើយផ្សេងទៀត

យើងអាចរកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ B តាមរបៀបផ្សេងទៀត

ដោយជ្រុងបាតនៃពីរ៉ាមីត A ស្មើនឹង 10 cm ដែល B ស្មើនឹង $10\times 2 = 20$ cm

ក្នុងពីរ៉ាមីត B កម្ពស់នៃត្រីកោណស្មើនឹង $\sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24$ cm

ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីត B គឺ

S_B = (ផ្ទៃក្រឡាបាត) + (ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណមុខខាងទាំងបួន)

$= 20^2 + 4\times\frac{1}{2}\times20\times24 = 400 + 960 = 1360$ cm^2

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ជាមួយនឹងការសរសេរដំណើរការគណនាត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ =សរសេរចម្លើយចំពោះពីរ៉ាមីត A ត្រឹមត្រូវ ជាមួយនឹងការសរសេរដំណើរការគណនាត្រឹមត្រូវ ប៉ុន្តែសរសេរចម្លើយចំពោះពីរ៉ាមីត B មិនត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬសរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវតែមិនសរសេរដំណើរការ

6. គេមានស្វ៊ែពីរ A និង B ។

(1) ឧបមាថាកាំនៃស្វ៊ែ A និង B គឺជា R និង kR រៀងគ្នា។បង្ហាញថា B មានមាឌធំជាង A k^3ដង។ (10 ពិន្ទុ)

(2) បើផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A គឺ 16π cm^2 និងកាំនៃ B ស្មើនឹង $\frac{3}{2}$ ធំជាងកាំនៃA។ រកមាឌនៃ B។ (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

(1) មាឌនៃស្វ៊ែ A គឺ $V_A = \pi R^3 \frac{4}{3}$

មាឌនៃស្វ៊ែ B គឺ $V_B = \frac{4}{3}\pi(kR)^3 = \frac{4}{3}\pi k^3R^3 = k^3V_A$

ដូចនេះមាឌនៃស្វ៊ែ B គឺស្មើនឹង k^3 ដងធំជាង A។

(2) ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A ស្មើនឹង $4\pi R^2 = 16\pi$ ដូចនេះ $R = 2$ cm។ មាឌនៃ A ស្មើនឹង$VA = \frac{4}{3}\pi\times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$ cm^3 ។ ដោយកាំនៃ B ស្មើនឹង $\frac{3}{2}$ ដងធំជាងកាំនៃ A នោះមាឌនៃ B ស្មើនឹង $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$ ដងធំជាង A។ ដូចនេះ មាឌ B $V_B = \frac{32}{3}\pi\times\frac{27}{8} = 36\pi$ cm^3។

ចម្លើយ 36π cm^3

ចម្លើយផ្សេងទៀតសម្រាប់ (2)

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃ A ស្មើនឹង $4\pi R^2 = 16\pi$ ។ ដូចនេះ $R = 2$ cm។ ដោយកាំនៃ B ស្មើនឹង $\frac{3}{2}$ ដងធំជាងកាំនៃ A នោះកាំនៃ B ស្មើនឹង $2\times\frac{3}{2} = 3$ cm។ ដូចនេះ មាឌនៃ B ស្មើនឹង $\frac{3}{2}\pi\times 3^3 = 36\pi$ cm^3។

ចម្លើយ 36π cm^3

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 10 ពិន្ទុ = ប្រើរូបមន្តស្វ៊ែត្រឹមត្រូវក្នុងការបង្ហាញថាមាឌនៃ B ស្មើនឹង k^3 ដងធំជាងមាឌ A

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬពន្យល់មិនពេញលេញ។

(2) 15 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវជាមួយនឹងការសរសេរដំណើរការដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវដោយគ្មានការពន្យល់

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ការសរសេរដំណើរការដំណោះស្រាយមិនត្រឹមត្រូវ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមិនចាំរូបមន្តមូលដ្ឋានសម្រាប់ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ និងមាឌនៃរូបសូលីតដូចនេះត្រូវពិនិត្យឡើងវិញនូវចំណេះដឹងមូលដ្ឋានយ៉ាងហ្មត់ចត់។
30 – 50	សិស្សទាំងនេះប្រហែលជាចេះរូបមន្តជាមូលដ្ឋានក្នុងការទាក់ទងទៅនឹងរូបសូលីតប៉ុន្តែពួកគេទំនងជាមិនបានប្រើប្រាស់រូបមន្តទាំងនេះប្រសិនបើលក្ខខណ្ឌត្រូវបានផ្លាស់ប្តូរ។ ពួកគេត្រូវការធ្វើលំហាត់កម្រិតស្តង់ដាកាន់តែច្រើនទៀត។
50 – 80	សិស្សទាំងនេះអាចមានចំណេះដឹង និងជំនាញនៅកម្រិតថ្នាក់ទី ១ តែទំនងជាមានការលំបាកក្នុងការពន្យល់អំពីសម្រាយរូបមន្តគណិតវិទ្យា។ ពួកគេត្រូវការពង្រឹងជំនាញក្នុងការផ្តល់នូវការស្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យាតាមរយៈការធ្វើលំហាត់។
80 – 100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិតគ្រប់គ្រាន់នៃចំណេះដឹង និងជំនាញក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់គ្រប់គ្រាន់ទោះបីជាពួកគេអាចធ្វើឱ្យមានកំហុសតិចតួចក៏ដោយ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំលំហាត់ដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាមុនមួយចំនួនបន្ថែមទៀតដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់ពួកគេកាន់តែស៊ីជម្រៅថែមទៀត។

គាំទ្រដោយ