ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀន

គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី ៨

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
លេខ: ៤៩៣ អយក.បច

រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី០៧ ខែកុម្ភៈ ឆ្នាំ២០១៦

ជម្រាបមក

លោក លោកស្រីប្រធានមន្ទីរអប់រំ យុវជន និងកីឡារាជធានី ខេត្ត

កម្មវត្ថុ៖ ការអនុញ្ញាតឱ្យប្រើប្រាស់សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ។

សេចក្តីដូចមានចែងក្នុងកម្មវត្ថុខាងលើ ខ្ញុំសូមជម្រាបលោក លោកស្រីថា ក្រសួងអនុញ្ញាតឱ្យប្រើប្រាស់សៀវភៅណែនាំសម្រាប់គ្រូបង្រៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រថ្នាក់ទី៧ ទី៨ និងទី៩ ដើម្បីលើកកម្ពស់គុណភាព និងប្រសិទ្ធភាពនៃការបង្រៀននិងរៀននៅកម្រិតមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ។

ដើម្បីអនុវត្តខ្លឹមសារនេះប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាព លោក លោកស្រីត្រូវយកចិត្តទុកដាក់ប្រើប្រាស់ឯកសារនេះក្នុងគោលបំណង៖

១- បណ្តុះបណ្តាលគរុសិស្សនៅតាមមជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគ

២- បង្រៀនសិស្សានុសិស្សនៅតាមសាលាមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

៣- ធ្វើវិក្រឹតការគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិដើម្បីមានសមត្ថភាពក្នុងការបង្រៀន។

ក្រសួងសង្ឃឹមថា លោក លោកស្រីនឹងខិតខំយកចិត្តទុកដាក់ និងប្រើប្រាស់ឯកសារនេះឱ្យអស់លទ្ធភាព ដើម្បីពង្រឹងគុណភាពនៃការបង្រៀន និងរៀន សំដៅប្រែក្លាយគ្រូបង្រៀន និង សិស្សានុសិស្សឱ្យក្លាយជាអ្នកបង្រៀនល្អ និងរៀនល្អ។

រដ្ឋមន្ត្រីក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

បណ្ឌិត ហង់ ជួន ណារ៉ុន

ចម្លងជូន

- សាលារាជធានី ខេត្ត "ដើម្បីសូមជ្រាបជាព័ត៌មាន"
- អង្គភាពពាក់ព័ន្ធក្រោមឱវាទក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា "ដើម្បីជាព័ត៌មាន"
- មជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគរាជធានី ខេត្ត "ដើម្បីអនុវត្ត"

-កាលប្បវត្តិ

-ឯកសារ: នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និង វិក្រឹតការ

មាតិកា

គណៈកម្មការសម្របសម្រួល

ឯកឧត្តមបណ្ឌិត ណាត ប៊ុនរឿន	រដ្ឋលេខាធិការ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
ឯកឧត្តម ពុត សាមិត្ត	អគ្គនាយកនៃអគ្គនាយកដ្ឋានអប់រំ
ឯកឧត្តម លឹម សុធា	អគ្គនាយកនៃអគ្គនាយកដ្ឋានគោលនយោបាយ និងផែនការ
ឯកឧត្តមបណ្ឌិត សៀង សុវណ្ណា	នាយកវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ
ឯកឧត្តម លាង សេងហាក់	ទីប្រឹក្សាក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
លោក លី សទ្ធិ	អគ្គនាយករងនៃអគ្គនាយកដ្ឋានរដ្ឋបាល និងហិរញ្ញវត្ថុ
លោក ង៉ោ ប៉េងឡុង	ប្រធាននាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រឹតការ
លោក អ៊ឹង ង៉ោហុក	ប្រធាននាយកដ្ឋានមធ្យមសិក្សាចំណេះទូទៅ
លោក អោ សៀម	ប្រធាននាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា

គណៈកម្មការនិពន្ធ និងត្រួតពិនិត្យ

លោក ថៃ ហេង	អនុប្រធានការិយាល័យនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ
លោក ព្រំ ងួន	អនុប្រធានការិយាល័យនៃនាយកដ្ឋានអភិវឌ្ឍកម្មវិធីសិក្សា
លោក ហែមសុខលក្ខ័	មន្ត្រីជំនាញ នាយកដ្ឋានបណ្តុះបណ្តាល និងវិក្រឹតការ
លោក ឌុច មករា	មន្ត្រីជំនាញ នាយកដ្ឋានមធ្យមសិក្សាចំណេះទូទៅ
លោក គូហ៊ីរ៉ូ តាកាហាស៊ី	ប្រធានគម្រោង STEPSAM3

មេរៀនទី 3 ទំហំសមាមាត្រ និងភាគរយ

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 3 នេះមានបីចំណុចដូចខាងក្រោម៖

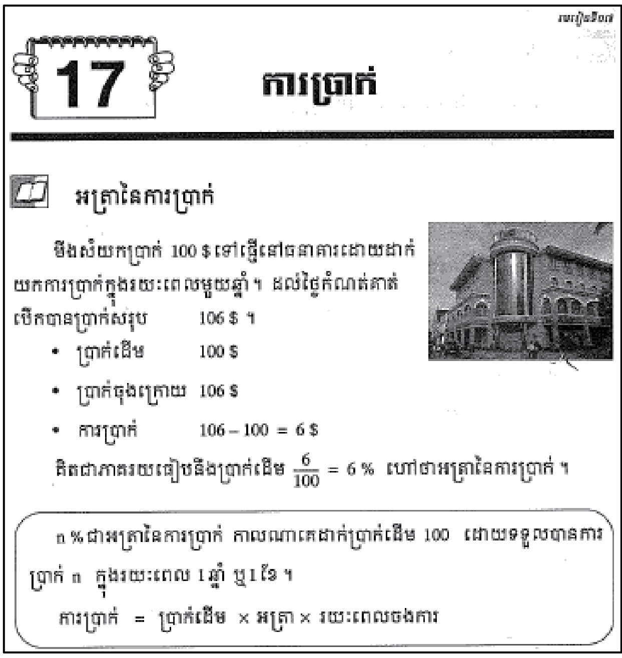
- កំណត់ទំហំពីរសមាមាត្រគ្នាបានត្រឹមត្រូវ
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្របានត្រឹមត្រូវ
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយ និងកិច្ចការជំនួញបានត្រឹមត្រូវ។

ម្យ៉ាងទៀត យើងគួរសម្គាល់ថាមេរៀននេះសិស្សបានរៀនម្តងរួចហើយនៅថ្នាក់ទី 5, 6 និង 7 ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1ខាងក្រោមនេះ៖

តារាងទី1 មេរៀន ផលធៀប សមាមាត្រ និងភាគរយ

	ផលធៀប	សមាមាត្រ	ភាគរយ	ការអនុវត្តភាគរយ
ថ្នាក់ទី 5	មេរៀនទី 5	-----	មេរៀនទី 5	-----
ថ្នាក់ទី 6	មេរៀនទី 12	មេរៀនទី 13	មេរៀនទី 16	មេរៀនទី 17 (ការប្រាក់ និងការបង់រំលោះ)
ថ្នាក់ទី 7	មេរៀនទី 11		មេរៀនទី 6 (ចំណេញ ខាត ការចុះតម្លៃ កម្រៃជើងសារ និងការប្រាក់)	

ជាឧទាហរណ៍ សិស្សបានរៀនរួចហើយ អំពីការប្រាក់ និងការបង់រំលោះនៅថ្នាក់ទី 6 និងរៀនម្តងទៀតនៅថ្នាក់ទី 8។ នោះពួកគេមានចំណេះដឹង និងជំនាញជាមូលដ្ឋានលើមេរៀននេះ។ តែបើគ្រូបង្រៀនគិតថា ពួកគេមិនទាន់បានរៀនមេរៀននេះទេ គាត់គួររំលឹករូបមន្តគ្រឹះមួយចំនួនដូចជា $a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc$, a %នៃ b គឺ $\frac{ab}{100}$" នៅជំហានដំបូងនៃមេរៀន។


17 ការប្រាក់

អត្រានៃការប្រាក់

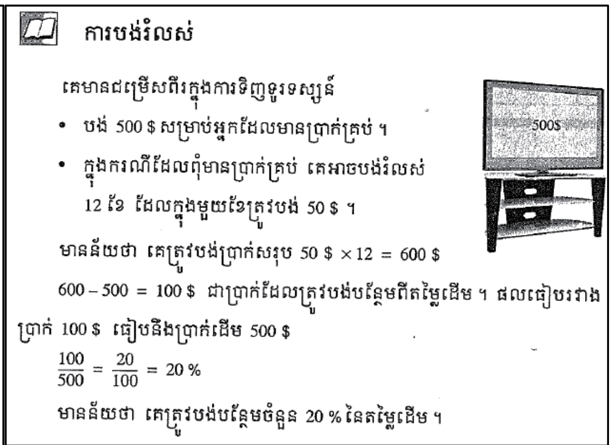
មីងសំយកប្រាក់ 100 $ ទៅផ្ញើនៅធនាគារដោយដាក់យកការប្រាក់ក្នុងរយៈពេលមួយឆ្នាំ។ ដល់ថ្ងៃកំណត់គាត់បើកបានប្រាក់សរុប 106 $ ។

- ប្រាក់ដើម 100 $
- ប្រាក់ចុងក្រោយ 106 $
- ការប្រាក់ $106 - 100 = 6$ $

គិតជាភាគរយធៀបនឹងប្រាក់ដើម $\frac{6}{100} = 6$ % ហៅថាអត្រានៃការប្រាក់ ។

a % ជាអត្រានៃការប្រាក់ កាលណាគេដាក់ប្រាក់ដើម 100 ដោយទទួលបានការប្រាក់ a ក្នុងរយៈពេល 1ឆ្នាំ ឬ1ខែ ។

ការប្រាក់ = ប្រាក់ដើម × អត្រា × រយៈពេលចងការ


ការបង់រំលស់

គេមានជម្រើសពីរក្នុងការទិញទូរទស្សន៍

- បង់ 500 $ សម្រាប់អ្នកដែលមានប្រាក់គ្រប់ ។
- ក្នុងករណីដែលពុំមានប្រាក់គ្រប់ គេអាចបង់រំលស់ 12 ខែ ដែលក្នុងមួយខែត្រូវបង់ 50 $ ។

មានន័យថា គេត្រូវបង់ប្រាក់សរុប $50\ \$ \times 12 = 600\ \$$

$600 - 500 = 100\ \$$ ជាប្រាក់ដែលត្រូវបង់បន្ថែមពីតម្លៃដើម ។ ផលធៀបរវាងប្រាក់ 100 $ ធៀបនឹងប្រាក់ដើម 500 $

$\frac{100}{500} = \frac{20}{100} = 20$ %

មានន័យថា គេត្រូវបង់បន្ថែមចំនួន 20 % នៃតម្លៃដើម ។

ថ្នាក់ទី 6 មេរៀនទី 17 "ការប្រាក់"

ផែនការបង្រៀន

បើយោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ មេរៀនទី 3 "សមាមាត្រ និងភាគរយ" នេះប្រើរយៈពេលបង្រៀនចំនួន 16 ម៉ោង។ សៀវភៅណែនាំគ្រូបានបែងចែករយៈពេលទាំង 16 ម៉ោង ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី2 ខាងក្រោម ប៉ុន្តែគ្រូត្រូវមានភាពបត់បែន អាចផ្លាស់ប្តូរចំនួនម៉ោងនៃការបង្រៀននេះទៅតាមកម្រិតយល់ដឹងរបស់សិស្ស ដោយបន្ថែមសកម្មភាព និងការធ្វើលំហាត់។

តារាងទី 2 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀន មេរៀន សមាមាត្រ និងភាគរយ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀន	ទំព័រ
4	1. ទំហំសមាមាត្រ	27-31
(1)	1.1 ទំហំសមាមាត្រស្រប	27-28
(1)	1.2. លក្ខណៈនៃសមាមាត្រស្រប	28-30
(2)	1.3. ទំហំសមាមាត្រច្រាស	30-31
8	2. ភាគរយ	31-40
(1)	2.1. ការសរសេរបរិមាណមួយ ជាភាគរយនៃបរិមាណមួយទៀត	31-32
(1)	2.2. ភាគរយប្រាក់ចំណេញ និងប្រាក់ខាត	32-33
(1)	2.3. ការបញ្ចុះតម្លៃ	33-34
(1)	2.4. បម្រែបម្រួលភាគរយ	34-35
(1)	2.5. ការប្រាក់សាមញ្ញ	35-37
(1)	2.6. ការប្រាក់សមាស	37-38
(2)	2.7. ការទិញបណ្តាក់	38-40
4	លំហាត់	40-42

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

តារាងទី 3 ខាងក្រោមនេះនឹងបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូត្រូវបង្រៀននឹងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាងនេះ។

តារាងទី 3 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1	កំណត់ទំហំសមាមាត្រ	• រំលឹកបញ្ញត្តិនៃផលធៀប និងសមាមាត្រ ដែលសិស្សបានរៀនរួចហើយតាំងពីថ្នាក់ទី5 • រកបរិមាណ 2 ដែលជាបរិមាណនៃសមាមាត្រស្រប។	• សិស្សកំណត់ពីបរិមាណ 2 នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃដែលជាបរិមាណនៃសមាមាត្រស្របបានត្រឹមត្រូវ។
2	ដោះស្រាយលំហាត់សមាមាត្រ	• ដោះស្រាយសមីការដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រស្រប • ដោះស្រាយលំហាត់លើសមាមាត្រស្រប។	• សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់លើសមាមាត្រស្របបានត្រឹមត្រូវ។
3-4	ដោះស្រាយលំហាត់សមាមាត្រ	• បង្ហាញទំនាក់ទំនងដែលឱ្យក្នុងតារាង • ដោះស្រាយលំហាត់លើសមាមាត្រច្រាស • រកបរិមាណពីរដែលជាសមាមាត្រច្រាសគ្នា។	• សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់លើសមាមាត្រច្រាសបានត្រឹមត្រូវ • សិស្សអាចកំណត់ពីរបរិមាណក្នុងជីវភាព រស់នៅដែលជាសមាមាត្រច្រាសបានត្រឹមត្រូវ។

5-12	ដោះស្រាយលំហាត់លើភាគរយ និងជំនួញ	ដោះស្រាយលំហាត់លើភាគរយដែលទាក់ទងនឹង ៖ - ប្រាក់ចំណេញ និងប្រាក់ខាត - ការបញ្ចុះតម្លៃ - ការប្រាក់សាមញ្ញ - ការប្រាក់សមាស - ការបង់បណ្ដាក់	សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗលើភាគរយ និងជំនួញបានត្រឹមត្រូវ។
13-16	លំហាត់	ដោះស្រាយលំហាត់ទំព័រទី 40-42។	សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

គ្រូបង្រៀន ត្រូវដឹងថាផ្នែកទី 1 "សមាមាត្រ" ពាក់ព័ន្ធនឹងបញ្ញត្តិពីរផ្សេងទៀតគឺសមាមាត្រស្រប និងសមាមាត្រច្រាស។ ទោះបីជាបញ្ញត្តិទាំងនេះគឺថ្មីសម្រាប់សិស្សតែពេលវេលាដែលបានត្រៀមទុកសម្រាប់មេរៀននេះមានកម្រិត ដូច្នេះហើយ វាជាបញ្ហានៅពេលដែលសិស្សធ្វើលំហាត់គឺ សិស្សមិនអាចកំណត់ថាសមាមាត្រមួយណា ជាសមាមាត្រដែលទាក់ទងនឹងប្រយោគសំណួរដែលបានបង្ហាញនេះ ។ ដើម្បីឱ្យសិស្សអាចរកឃើញទំនាក់ទំនងរវាងទំហំទាំងពីរ។

ម្យ៉ាងទៀត គំនិតជាមូលដ្ឋាននៃចំនួនភាគរយត្រូវបានគេ ណែនាំនៅក្នុងថ្នាក់ទី 5 ហើយមេរៀនទាំងអស់នេះបង្រៀននៅថ្នាក់ទី 8 (ឧទាហរណ៍ អត្រាការប្រាក់ ប្រាក់ចំណេញ ប្រាក់ខាត ការបញ្ចុះតម្លៃ និងការបង់បណ្ដាក់) បានបង្រៀននៅក្នុងថ្នាក់ទី 6 និងទី 7 ដូច្នេះមេរៀននេះផ្ដោតលើការរំលឹកឡើងវិញនូវមេរៀនដែលបានរៀនរួចហើយ និងការដោះស្រាយលំហាត់នៅក្នុងកម្រិតមួយដែលខ្ពស់ជាងនេះ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានលើកទឹកចិត្តក្នុងការរៀបចំលំហាត់ បន្ថែមដើម្បីអភិវឌ្ឍជំនាញគណិតវិទ្យារបស់សិស្ស។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មានមេរៀនមួយដែលទាក់ទងនឹងមេរៀននេះដែលសិស្សបានរៀនតាំងពីថ្នាក់ទី 5 ដែលបានបង្ហាញនៅខាងក្រោម។ គ្រូដែលបង្រៀននៅថ្នាក់ទី 8 គួរតែផ្ដល់ពេលវេលានៅក្នុងការចាប់ផ្ដើមនៃផ្នែកនីមួយៗ ដើម្បីពិនិត្យមើលថាតើសិស្សនៅរក្សាចំណេះដឹង និងជំនាញដែលពួកគេបានទទួលកាលពីមុនដែរឬទេ។ ជាពិសេសគំនិតជាមូលដ្ឋានអំពីផលធៀប និងសមាមាត្រ ក៏ដូចជាភាគរយដូចជា តើ A:B មានន័យដូចម្ដេច របៀបក្នុងការគណនា $A: B = C:D$ និងអ្វីទៅជា a% នៃ b ..

- ផលធៀប និងសមាមាត្រ:
  - ថ្នាក់ទី 5 ផលធៀប និងភាគរយ (មេរៀនទី 5)
  - ថ្នាក់ទី 6 ផលធៀប (មេរៀនទី 12) និងសមាមាត្រ (មេរៀនទី 13)
  - ថ្នាក់ទី 7 ផលធៀប និងសមាមាត្រ (មេរៀនទី 11)
- ភាគរយ:
  - ថ្នាក់ទី 5 ផលធៀប និងភាគរយ (មេរៀនទី 5)
  - ថ្នាក់ទី 6 ភាគរយ (មេរៀនទី 16)
  - ថ្នាក់ទី 7 ភាគរយ (មេរៀនទី 6)

សមាមាត្រ និងភាគរយ

មេរៀនទី

3 ទំហំសមាមាត្រនិងភាគរយ

វត្ថុបំណង
- ☐ កំណត់ទំហំពីរសមាមាត្រគ្នា
- ☐ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ
- ☐ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយនិងកិច្ចការជំនួញ ។

វត្ថុបំណងបង្ហាញថាមេរៀននេះផ្តោតលើការដោះស្រាយលំហាត់។ សម្គាល់ថាសិស្សដែលបានរៀនភាគរយនៅថ្នាក់ទី 5 និងទី 6 ដូច្នេះស្តង់ដានៃសំណួរក្នុងមេរៀននេះគួរតែមានកម្រិតខ្ពស់ជាងពីថ្នាក់ មុន។

1st Period

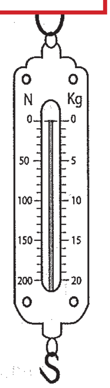
1. ទំហំសមាមាត្រ

1.1. ទំហំសមាមាត្រស្រប

N និង Kg នៅក្នុងរូបនេះមិនមានទំនាក់ទំនងទៅនឹងសំណួរ

ឧទាហរណ៍ : គេប្រើជញ្ជីងដៃក្នុងការថ្លឹងម៉ាស គេទទួលបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម

ម៉ាស x (គិតជា g)	50	100	150	250	....
ប្រវែងរ៉ឺស័រលូត y (គិតជា mm)	10	20	30	50	....



តាមតារាងខាងលើគេសង្កេតឃើញថា កាលណាម៉ាសកាន់តែធំនោះរ៉ឺស័ររលូតបានកាន់តែវែងទៅតាមចំនួនដងនៃម៉ាស ។

គេកត់សំគាល់ឃើញថា $\frac{y}{x} = \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = \frac{30}{150} = \dots = 0.2$

គេអាចបកស្រាយទំនាក់ទំនងរវាងទំហំ x និង y ដោយខ្លី

$\frac{y}{x} = 0.2$ ឬ $y = 0.2x$

គេថា x និង y ជាទំហំសមាមាត្រស្របនិង 0.2 ជាមេគុណសមាមាត្រ ។

ជាទូទៅ : y និង x ជាទំហំសមាមាត្រស្របនិង $a \neq 0$ ជាមេគុណសមាមាត្រ
គេបាន $\frac{y}{x} = a$ ឬ $y = ax$ ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

ប្រើទំនាក់ទំនងរវាងសមាមាត្រស្រប និងសមាមាត្រច្រាស ($y = ax$ និង $y = a/x$) ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សួរសិស្សកំណត់បរិមាណពីរដែលមាននៅក្នុងសមាមាត្រស្រប។ (ឧទាហរណ៍ ចំនួននិងម៉ាសនៃក្រដាស)

កម្រិតតែស្តត្រួតពិនិត្យសម្រាប់សិស្ស រកតម្លៃនៃចំនួនវិជ្ជមាន x

(1) $\frac{8}{x} = \frac{32}{28}$ (2) $\frac{x}{12} = \frac{3}{x}$ (3) $\frac{4}{x} = \frac{x}{16}$ **ចម្លើយ** (1) x = 7 (2) x = 6 (3) x = 8

លំហាត់បន្ថែម: បំពេញបន្ថែមលើតារាង

តារាងខាងលើនេះមានព័ត៌មានច្រើនអំពីទំនាក់ទំនងរវាងម៉ាស និងប្រវែងនៃរ៉ឺស័រ។ ឧទាហរណ៍ ពង្រីកតារាងដែលបានបង្ហាញខាងក្រោមនេះ រួចឱ្យសំណួរដូចខាងក្រោមទៅសិស្ស តាមរយៈមូលដ្ឋាននៃការយល់អំពីទំនាក់ទំនង "$y = 0.2x$" ខាងលើ ..

x ម៉ាស (g)	50	100	150	250	500	[B]	1200	[D]
y ប្រវែងនៃរ៉ឺស័រ (mm)	10	20	30	50	[A]	160	[C]	500

សំណួរទី 1 រកតម្លៃដែល A, B, C និង D (ចម្លើយ: A = 100, B = 800 C = 240, D = 2500)

សំណួរទី 2 នៅក្នុងតារាង បើតម្លៃនៃ x ប្រែប្រួលទៅជា 2ដង 3ដង និង 5ដង តើតម្លៃនៃ y ផ្លាស់ប្តូរដូចម្តេច? (ចម្លើយ តម្លៃនៃ y ក៏បានប្រែប្រួលទៅជា 2ដង 3ដង និង 5ដងដែរ។)

សំណួរទី 3 ក្នុងតារាងបើតម្លៃនៃ x ប្រែប្រួលទៅជា k ដង នោះតើតម្លៃនៃ y ប្រែប្រួលយ៉ាងដូចម្តេច?

(ចម្លើយ វាក៏ប្រែប្រួលទៅជា k ដងដែរ)

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយយន្តហោះនេះ ហោះបាន 800 km ក្នុង 1 ម៉ោង នោះចម្ងាយដែលវាអាចហោះហើរនៅក្នុងរយៈពេល 8 ម៉ោងគឺ

$800 \times 8 = 6400$ km

ចម្លើយ 6400 km

ទំនាក់ទំនងរវាងបរិមាណ ទាំងពីរនេះគឺ $y = 800x$ ដែល x គឺជារយៈពេល (ម៉ោង) និង y គឺជាចម្ងាយចរ (km) ។ ប៉ុន្តែវាមិនចាំបាច់ក្នុងការសរសេរទំនាក់ទំនងនៅក្នុងចម្លើយនេះទេពីព្រោះវាមិនបានសួរនៅក្នុងសំណួរ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ប្រភេទនៃការពន្យល់អរូបីនេះប្រើ $x_1, x_2, \ldots$, វាត្រូវបានប្រើជាញឹកញាប់នៅក្នុងកម្រិតមធ្យមសិក្សាប៉ុន្តែហាក់ដូចជាមានការលំបាកសម្រាប់សិស្សថ្នាក់ទី 8។ វានឹងមានប្រយោជន៍សម្រាប់សិស្សភាគច្រើន ប្រសិនបើគ្រូបង្រៀនបានពន្យល់ថាទំនាក់ទំនងនេះផ្អែកលើ ឧទាហរណ៍ជាក់ស្តែងដែលបានបង្ហាញក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

លំហាត់គំរូ : ក្នុងការពិន័យអ្នកដែលបានខ្ចីសៀវភៅអានពីបណ្ណាល័យមួយ បើអ្នកបានសងសៀវភៅវិញហួសកំណត់មួយថ្ងៃនឹងត្រូវពិន័យប្រាក់ 100៛ ។ ចូរសរសេរទំនាក់ទំនងរវាងទំហំទាំងពីរនេះ ។

ចម្លើយ : តាង x ជាចំនួនថ្ងៃដែលបានខ្ចីសៀវភៅហួសកំណត់

តាង y ជាប្រាក់ដែលត្រូវបានពិន័យ ។

ប្រាក់ពិន័យនិងកើនទៅតាមចំនួនដងនៃថ្ងៃដែលបានហួសកំណត់ វាជាទំហំសមាមាត្រស្របកំណត់ដោយ $y = 100x$ ។

ប្រតិបត្តិ : យន្តហោះមួយគ្រឿងហោះក្នុងល្បឿន $800km/h$ ។ ចូរកំណត់ចម្ងាយចរនៅពេលដែលវាចរអស់រយៈពេល 8 ម៉ោង ។

1.2. លក្ខណៈនៃសមាមាត្រស្រប

ក. លក្ខណៈទី 1

យើងពិនិត្យតម្លៃសមាមាត្រនៃ y និង x ដែលមានមេគុណសមាមាត្រ $a \neq 0$ ។ បើ x_1 និង x_2 ជាតម្លៃពីរផ្សេងគ្នានៃ x និង y_1 និង y_2 ជាតម្លៃត្រូវគ្នានៃ y

យើងបាន $y_1 = ax_1$ និង $y_2 = ax_2$

$\frac{y_1}{x_1} = a$ និង $\frac{y_2}{x_2} = a$ ។

ដូចនេះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ ឬ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ ជាសមាមាត្រ ហើយ x_1 , x_2 , y_1 និង y_2 ហៅថាតួនៃសមាមាត្រ ។

ក្នុងសមាមាត្រ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$, y_1 និង x_2 ហៅថាតួចុងនិង x_1 និង y_2 ហៅថាតួមធ្យម ។

បើយើងគុណអង្គទាំងពីរនៃសមាមាត្រ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ និង x_1x_2

យើងបាន : $\frac{y_1}{x_1} \times x_1x_2 = \frac{y_2}{x_2} \times x_1x_2$ សមមូលនឹង $y_1x_2 = y_2x_1$ ។

លក្ខណៈទី 1 : ក្នុងសមាមាត្រ ផលគុណតួចុងស្មើនឹងផលគុណតួមធ្យម $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ សមមូលនឹង $x_2y_1 = x_1y_2$ ។

លំហាត់គំរូ : រូបខាងក្រោមជាចតុកោណកែងបីដែលមានប្រវែងបណ្តោយសមាមាត្រនឹងប្រវែងទទឹង ។ វិមាត្រទាំងអស់គិតជាសង់ទីម៉ែត្រ (cm) ។ ចូររក :

28

2nd Period

ការផ្តល់យោបល់សម្រាប់ការបង្រៀននៅលើទំនាក់ទំនងរបស់ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

ការបង្រៀនដោយប្រើឧទាហរណ៍ជាក់ស្តែងជាញឹកញាប់គឺមានប្រសិទ្ធិភាពសម្រាប់សិស្សមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ។ សម្រាប់ទំនាក់ទំនងខាងលើគ្រូអាចប្រើតារាងដូចក្នុងទំព័រមុន។ ប្រាប់សិស្សឱ្យគណនាផលធៀប $\frac{y}{x}$ សម្រាប់គូផ្សេងទៀតនៃ x និង y។

x: ម៉ាស (g)	50	100	150	250	500	800	1200	2500
y: ប្រវែងនៃរ៉ឺស័រ (mm)	10	20	30	50	100	160	240	500

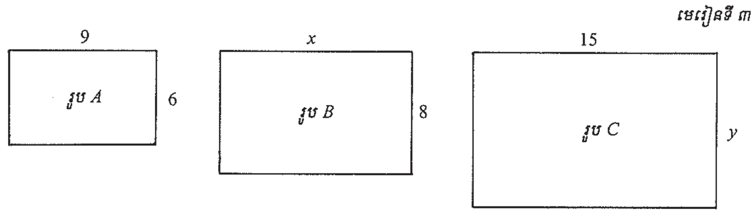
សំណួរ៖ រកផលធៀបនៃ y លើ x សម្រាប់គូ (50, 10), (250, 50) និង (1200, 240) នៅក្នុងតារាងនេះ។

ចម្លើយ៖ ផលធៀបទាំងអស់នៃ $\frac{y}{x}$ គឺស្មើនឹង $\frac{1}{5}$ ។

ដូច្នេះសម្រាប់គូនៃ x និង y ដូចជា (x_1, y_1) និង (x_2, y_2) នៅក្នុងតារាងនេះយើងបាន $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ និង $x_2y_1 = x_1y_2$។

ឧទាហរណ៍សម្រាប់គូ (50, 10) និង (250, 50), $x_2y_1 = 250 \times 10 = 2500$ និង $x_1y_2 = 50 \times 50 = 2500$ ។

មេរៀនទី ៣



ក. ប្រវែងបណ្ដោយនៃរូប B ។

ខ. ប្រវែងទទឹងនៃរូប C ។

ចម្លើយ : ផលធៀបប្រវែងបណ្ដោយនឹងប្រវែងទទឹងនៃរូប A គឺ $\frac{3}{2}$

ក. ចំពោះរូប B : ដោយរូប B សមាមាត្រនឹងរូប A

គេបាន $\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$ នោះ $x = \frac{3}{2} \times 8 = 12$

ដូចនេះបណ្ដោយនៃរូប B មានប្រវែង $12cm$ ។

ខ. ចំពោះរូប C : ដោយរូប C សមាមាត្រនឹងរូប A

គេបាន $\frac{3}{2} = \frac{15}{y}$ នោះ $y = \boxed{\frac{3}{2} \times 15} = 10$

ដូចនេះទទឹងនៃរូប C មានប្រវែង $10cm$ ។

កែតម្រូវ:

$\frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{3}$

ប្រតិបត្តិ : ថ្លៃផ្លែក្រូចសមាមាត្រនឹងចំនួនផ្លែក្រូច ។ បើក្រូច 9 ផ្លែ ថ្លៃ 1200៛ ។ ចូររក :

ក. ថ្លៃក្រូច 12 ផ្លែ

ខ. ចំនួនផ្លែក្រូចដែលថ្លៃ 32000៛ ។

ខ. លក្ខណៈទី 2

បើ $y_1 = ax_1$ និង $y_2 = ax_2$ ដែល $a \neq 0$

យើងបាន $\frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{ax_1 + ax_2}{x_1 + x_2} = \frac{a(x_1 + x_2)}{x_1 + x_2} = a$

តែ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = a$ នោះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}$ ។

លក្ខណៈទី 2 :

- x_1 និង x_2 ជាពីរចំនួនខុសពីសូន្យដែល $x_1 + x_2 \neq 0$ ។ បើ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ នោះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}$ ។
- ដូចគ្នាដែរ x_1 , x_2 , x_3 ជាបីចំនួនខុសពីសូន្យដែល $x_1 + x_2 + x_3 \neq 0$ បើ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3}$ នោះ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{x_1 + x_2 + x_3}$ ។

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

ប្រសិនបើជំនាញក្នុងការគណនារបស់សិស្សនៅមានកម្រិតទាប នោះគ្រូត្រូវផ្ដល់នូវការពន្យល់បន្ថែមដូចខាងក្រោម៖

សម្រាប់ចតុកោណកែង A

បណ្ដោយ / ទទឹង $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

ដោយ $\frac{3}{2} = \frac{15}{y}$ យើងបាន

$3y = 15 \times 2 \Rightarrow y = \frac{30}{3} = 10$

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ចំនួននៃផ្លែក្រូច និងតម្លៃ គឺជាសមាមាត្រ។

(ក) តាង x ជាថ្លៃសម្រាប់ផ្លែក្រូច 12 ផ្លែ។ នោះ:

$$\frac{1200}{9} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 1600$$

ចម្លើយ 1600 រៀល

(ខ) តាង y ជាចនួននៃផ្លែក្រូចសម្រាប់ 32000 រៀល នោះ:

$$\frac{1200}{9} = \frac{32000}{y} \Rightarrow y = \frac{32000 \times 9}{1200} = 240$$

ចម្លើយ 240 ផ្លែ

ការផ្ដល់យោបល់សម្រាប់ការបង្រៀននៅលើទំនាក់ទំនងរបស់ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}$

ការពន្យល់នេះអរូបីណាស់សម្រាប់សិស្សមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ។ ដូច្នេះគ្រូបង្រៀនគួរតែជួយសិស្សឱ្យយល់ដឹងពីទំនាក់ទំនងនេះតាមរយៈឧទាហរណ៍ជាក់ស្ដែងមួយចំនួន។ ជាថ្មីម្ដងទៀតដោយប្រើតារាងក្នុងទំព័រមុនយើងអាចឱ្យសិស្សបញ្ជាក់ពីទំនាក់ទំនងខាងលើបាន។

x: **ម៉ាស (g)**	50	100	150	250	500	800	1200	2500
y: **ប្រវែងនៃរ៉ឺស័រ (mm)**	10	20	30	50	100	160	240	500

កិច្ចការទី 1: រើសយក 2 គូ x និង y ដោយជ្រើសរើសយក (100, 20) និង (800, 160) ជាឧទាហរណ៍។

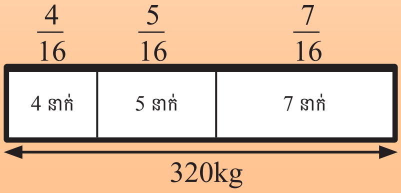
កិច្ចការទី 2: គណនា $\frac{20}{100}, \frac{160}{800}$ និង $\frac{20 + 160}{100 + 800}$ រួចប្រៀបធៀបលទ្ធផលទាំងនេះដើម្បីបញ្ជាក់ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}$ ។

កិច្ចការទី 3: ពិនិត្យមើលប្រសិនបើយើងអាចទទួលបានលទ្ធផលដូចគ្នារបស់គូផ្សេងគ្នានៃ x និង y។

កិច្ចការទី 4: បើមានពេលគ្រប់គ្រាន់ចូរជ្រើស 3 គូនៃ x និង y ពីតារាងហើយបញ្ជាក់ $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{x_1 + x_2 + x_3}$ គឺត្រឹមត្រូវ។

ចម្លើយផ្សេងទៀត

លំហាត់នេះអាចធ្វើចម្លើយផ្សេងទៀត ដោយពិចារណា លើសមាមាត្រនៃគ្រួសារនីមួយៗ ដែលទទួលបាន



ចម្លើយផ្សេងទៀត

ដោយស្រូវដែលបានចែកសមាមាត្រទៅនឹងចំនួនសមាជិកគ្រួសារ នោះ 3 គ្រួសារទទួលបាន:

$\frac{4}{4+5+7} = \frac{4}{16} = \frac{5}{4+5+7} = \frac{5}{16}$ និង

$\frac{7}{4+5+7} = \frac{7}{16}$ នៃបរិមាណអង្ករសរុប។

ដូចនេះ គ្រួសារនីមួយៗទទួលបាន៖

គ្រួសារទី 1 $\quad 320 \times \frac{4}{16} = 80$ kg

គ្រួសារទី 2 $\quad 320 \times \frac{5}{16} = 100$ kg

គ្រួសារទី 3 $\quad 320 \times \frac{7}{16} = 140$ kg

លំហាត់គំរូ : កាកបាទក្រហមបានផ្តល់អង្ករ $320kg$ ឱ្យប្រជាជនបីគ្រួសាររងគ្រោះដោយទឹកជំនន់ ដែលគ្រួសារនីមួយៗមានសមាជិក 4 នាក់ 5 នាក់ និង 7 នាក់ ។ គេដឹងថាមនុស្សម្នាក់ៗទទួលបានអង្ករស្មើគ្នាហើយចំណែកនៃគ្រួសារនីមួយៗ សមាមាត្រនឹងចំនួនសមាជិកនៅក្នុងគ្រួសារ ។ ចូររកចំណែកអង្ករដែលគ្រួសារនីមួយៗ ទទួលបាន ។

ចម្លើយ : តាង a , b និង c ជាចំណែករៀងគ្នានៃគ្រួសារនីមួយៗ ។ ដោយចំណែកគ្រួសារនីមួយៗសមាមាត្រនិងចំនួនសមាជិកនៅក្នុងគ្រួសារ

យើងបាន $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7}$ ហើយ $a+b+c = 320$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ

យើងបាន $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{4+5+7} = \frac{320}{16} = 20$ ។

យើងទាញបាន :

$\frac{a}{4} = 20$ នោះ $a = 4 \times 20 = 80$ ។

$\frac{b}{5} = 20$ នោះ $b = 5 \times 20 = 100$ ។

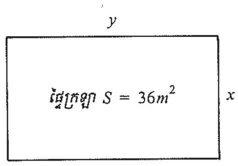
$\frac{c}{7} = 20$ នោះ $c = 7 \times 20 = 140$ ។

ដូចនេះចំណែកនៃគ្រួសារនីមួយៗ គឺ $80kg$, $100kg$ និង $140kg$ ។

ប្រតិបត្តិ : បុរសម្នាក់បានចែកប្រាក់ 140 000៛ ឱ្យកូនបីនាក់មានអាយុ 7ឆ្នាំ 10ឆ្នាំ និង 11ឆ្នាំ ។ គេដឹងថាចំណែកនៃកូនម្នាក់ៗសមាមាត្រនិងអាយុរបស់ពួកគេ ។ រកចំណែកប្រាក់ដែលកូនម្នាក់ៗទទួលបាន ។

1.3. ទំហំសមាមាត្រច្រាស

ឧទាហរណ៍ : គេចង់បានដីមួយកន្លែងរាងចតុកោណកែងដែលមានផ្ទៃក្រឡា $36m^2$ ។



គេអាចមានជំរើសច្រើនបែបក្នុងការកំណត់ទទឹងនិងបណ្តោយនៃចតុកោណនោះដូចខាងក្រោម

ប្រវែងទទឹង x (គិតជា m)	1	2	3	4	6
ប្រវែងបណ្តោយ y (គិតជា m)	36	18	12	9	6

យើងសង្កេតលើតារាងឃើញថា កាលណាតម្លៃ x កើន តម្លៃ y ថយចុះ ឬតម្លៃ x ថយចុះនោះតម្លៃ y កើន ហើយផលគុណតម្លៃទាំងពីរគឺ

30

3rd-4th Periods

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយប្រាក់ដែលត្រូវចែកសមាមាត្រនឹងអាយុ នោះ:

ក្មេង3 នាក់ អាចទទួលបាន $\frac{7}{7+10+11} = \frac{7}{28}$

$\frac{10}{7+10+11} = \frac{10}{28}$ និង $\frac{11}{7+10+11} = \frac{11}{28}$ ប្រាក់សរុប

ដូចនេះ:

ក្មេងទី 1 $\quad 140000 \times \frac{7}{28} = 35000$៛

ក្មេងទី 2 $\quad 140000 \times \frac{10}{28} = 50000$៛

ក្មេងទី 3 $\quad 140000 \times \frac{11}{28} = 55000$៛

សកម្មភាពបន្ថែមលើសមាមាត្រច្រាស

គ្រូបង្រៀនអាចប្រើឧទាហរណ៍នេះសម្រាប់សកម្មភាពសិស្ស

1) ឱ្យសិស្សបំពេញតារាងរយៈពេល ៥ នាទី រួចត្រួតពិនិត្យថាតើពួកគេ យល់ពីអត្ថន័យនៃសំណួរឬទេ។

x(m)	1	2	3	4	6	12	18	36
y(m)								

2) ឱ្យពួកគេពិភាក្សារក ទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ក្នុងតារាងដូចជា៖

- ផលគុណនៃ x និង y គឺ 36
- បើ x ទៅជាពីរដង នោះ: y ទៅជាកន្លះ

5th Period

មេរៀនទី ៣

$xy = 1\times 36 = 2\times 18 = 3\times 12 = 4\times 9 = 6\times 6 = 36$

យើងអាចបកស្រាយទំនាក់ទំនង x និង y ដោយខ្លី : $xy = 36$ ឬ $y = \frac{36}{x}$ ។

គេថាប្រវែងទទឹង $x(m)$ និងបណ្ដោយ $y(m)$ ជាទំហំសមាមាត្រច្រាសហើយ 36 ជាមេគុណសមាមាត្រច្រាស ។

ជាទូទៅ : បើ y និង x ជាទំហំសមាមាត្រច្រាសនិង $a \neq 0$ ជាមេគុណសមាមាត្រច្រាស នោះ $xy = a$ ឬ $y = \frac{a}{x}$ ។

លំហាត់គំរូ : កម្មករ 35 នាក់សង់ផ្ទះមួយហើយក្នុងរយៈពេល 16 ថ្ងៃ ។ តើកម្មករ 28 នាក់សង់ផ្ទះនោះហើយក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានថ្ងៃ ?

ចម្លើយ : តាង x ជាចំនួនថ្ងៃដែលកម្មករ 28 នាក់សង់ផ្ទះនោះហើយ ។

ចំនួនកម្មករ	35	28
ចំនួនថ្ងៃ	16	x

ចំនួនកម្មករនិងចំនួនថ្ងៃជាទំហំសមាមាត្រច្រាស

យើងបាន : $28x = 35\times 16$ នោះ $x = \frac{35\times 16}{28} = 20$ ។

ដូចនេះកម្មករ 28 នាក់សង់ផ្ទះនោះហើយក្នុងរយៈពេល 20 ថ្ងៃ ។

ប្រតិបត្តិ : គេបញ្ចូលទឹកដាក់ក្នុងអាងមួយដោយប្រើរ៉ូប៊ីនេ 4 ចំណាយពេលអស់ $70mn$ ទើបពេញអាង ។ បើគេប្រើរ៉ូប៊ីនេ 7 តើត្រូវចំណាយពេលអស់ប៉ុន្មានទើបបញ្ចូលទឹកពេញអាងនោះ ?

2. ភាគរយ

2.1. ការសរសេរបរិមាណមួយជាភាគរយនៃបរិមាណមួយទៀត

ឧទាហរណ៍ : សរសេរ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$ ។

- ដំបូងសរសេរប្រភាគ $\frac{45}{1000}$ (ដោយ $1km = 1000m$)
- ប្តូរប្រភាគទៅជាភាគរយ $= \frac{45}{1000}\times 100\,\% = 4.5\,\%$ ។

ដូចនេះ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$ គឺ $4.5\,\%$ ។

31

ខ្វះការពន្យល់អំពីសមាមាត្រច្រាស ចូរបន្ថែមការពន្យល់នៅក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម និង នៅក្នុងទំព័របន្ទាប់

ការពណ៌នាមិនត្រឹមត្រូវប្រយ័ត្ន វាមិនគ្រាន់តែជា "ប្រភាគ" ប៉ុន្តែជា "ផលធៀប" នៃ 45 m លើ 1km = 1000 m

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

ផ្តល់ឱ្យសិស្សនូវសំណួរបន្ថែមទៀតមុនពេលដោះស្រាយលំហាត់នេះ។

1) រកបរិមាណពីរដែលមានសមាមាត្រច្រាសនៅជុំវិញខ្លួនយើង។

2) សរសេរទំនាក់ទំនងខាងលើដោយប្រើ x និង y ។

ឧទាហរណ៍

- នៅពេលធ្វើដំណើរបាន 40 km ដែលល្បឿន $x\ (km/h)$ និងរយៈពេល y ម៉ោង (h)។ នាំឱ្យ $xy = 40$

- នៅពេលដែលយើងបែងចែកស្ករគ្រាប់ចំនួន 24 គ្រាប់ ដែល x ជាចំនួនកុមារ និង y ជាចំនួនស្ករគ្រាប់ដែលកុមារម្នាក់ៗទទួលបាន។ នាំឱ្យ $xy = 24$

ចម្លើយ ប្រតិបត្តិ

តាង x (នាទី) ជារយៈពេលដើម្បីបំពេញអាងនេះដោយប្រើរ៉ូប៊ីនេចំនួន 7 ។ នោះយើងបាន

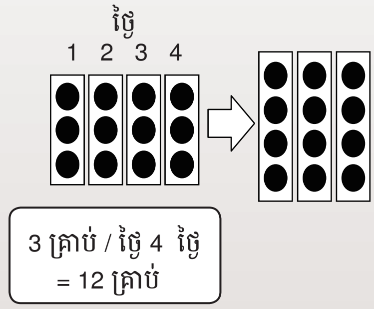
$4\times 70 = 7\times x$ នាំឱ្យ $x = 40$

ចម្លើយ 40 នាទី

ការពន្យល់បន្ថែមអំពីលំហាត់លើសមាមាត្រច្រាស

លំហាត់ទាំងពីរនៅលើទំព័រនេះគឺមានការលំបាកបន្តិច។ មុនពេលដោះស្រាយការធ្វើលំហាត់គំរូនៅលើទំព័រនេះ គ្រូបង្រៀនត្រូវតែផ្តល់នូវឧទាហរណ៍សាមញ្ញ និងលំហាត់ដូចខាងក្រោម ដែលធ្វើឱ្យសិស្សមានគំនិតប្រើសមាមាត្រច្រាសនេះ។

ឧទាហរណ៍ មានស្ករគ្រាប់មួយចំនួន។ ប្រសិនបើអ្នកម្តាយរបស់ក្មេងប្រុសម្នាក់បានចែកស្ករគ្រាប់ 3 គ្រាប់ក្នុងមួយថ្ងៃ ស្ករគ្រាប់នឹងអស់នៅក្នុងរយៈពេល 4 ថ្ងៃ។ ប្រសិនបើម្តាយបានផ្តល់ឱ្យគាត់នូវ 4 គ្រាប់ក្នុងមួយថ្ងៃ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានថ្ងៃទើបស្ករគ្រាប់នេះអស់?



ចម្លើយ៖ ស្ករគ្រាប់នឹងត្រូវបានបញ្ចប់នៅក្នុង 4 ថ្ងៃប្រសិនបើម្តាយដែលបានផ្តល់ឱ្យ 3 គ្រាប់ក្នុងមួយថ្ងៃ។ ដូច្នេះមានស្ករគ្រាប់ទាំងអស់ 3 4 គ្រាប់។ ប្រសិនបើម្តាយដែលបានផ្តល់ឱ្យ 4 គ្រាប់ក្នុងមួយថ្ងៃ នោះស្ករគ្រាប់នឹងបញ្ចប់ក្នុងរយៈពេល 3 ថ្ងៃ ដោយសារតែ $(3\times 4)\div 4 = 3$ ។

លំហាត់៖ ប្រសិនបើម្តាយរបស់គាត់ចង់ឱ្យអស់ស្ករគ្រាប់នៅក្នុងរយៈពេល 6 ថ្ងៃ។ តើគាត់ត្រូវឱ្យស្ករគ្រាប់ក្នុងមួយថ្ងៃប៉ុន្មានគ្រាប់? (ចម្លើយ 2 គ្រាប់)

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2

ប្រើបញ្ញតិនៃភាគរយដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

គណិតវិទ្យា $\frac{95}{100}\times 100 = 95\%$

ភាសាខ្មែរ $\frac{92}{100}\times 100 = 92\%$

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

វានឹងមានប្រយោជន៍សម្រាប់សិស្សប្រសិនបើគ្រូបង្រៀនផ្តល់នូវលំហាត់ជាច្រើនដែលងាយស្រួលមុនពេលធ្វើលំហាត់នេះដូចខាងក្រោម។

ឧទាហរណ៍ ឧបមាថាហាងមួយទិញវត្ថុមួយតម្លៃ 1000 រៀល។

1) ប្រសិនបើគាត់លក់វាក្នុងតម្លៃ 1200 រៀល តើគាត់ចំណេញបានប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (ចម្លើយ 20%)

2) ប្រសិនបើគាត់លក់វាក្នុងតម្លៃ 900 រៀល តើគាត់ខាតបង់ប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (ចម្លើយ 10%)

ជាទូទៅ : ដើម្បីសរសេរបរិមាណ a មួយជាភាគរយនៃបរិមាណ b មួយទៀតគេត្រូវ

- សរសេរ a ជាប្រភាគនៃ b មានន័យថា $\frac{a}{b}$
- គុណប្រភាគ $\frac{a}{b}$ និង 100% ។

ការពណ៌នាមិនត្រឹមត្រូវ: "ផលធៀប" នៃ a លើ b

លំហាត់គំរូ : ការធ្វើតេស្តសិស្ស 40 នាក់ ជាប់បាន 30 នាក់ ។ តើសិស្សដែលបានធ្វើតេស្តជាប់មានប៉ុន្មានភាគរយ ?

ចម្លើយ : ភាគរយនៃសិស្សដែលបានធ្វើតេស្តជាប់គឺ $\frac{30}{40}\times 100\,\% = 75\,\%$ ។

ប្រតិបត្តិ : សិស្សម្នាក់ទទួលបាន 95 ពិន្ទុក្នុង 100 ពិន្ទុលើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យានិង 92 ពិន្ទុក្នុង 100 ពិន្ទុលើមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែរ ។ រកពិន្ទុដែលទទួលបានជាភាគរយលើមុខវិជ្ជានីមួយៗ ។

2.2. ភាគរយប្រាក់ចំណេញនិងប្រាក់ខាត

ភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញ ឬប្រាក់ខាតធៀបនិងប្រាក់ថ្លៃដើមកំណត់ដូចខាងក្រោម

$$\text{ភាគរយប្រាក់ចំណេញ} = \frac{\text{ប្រាក់ចំណេញ}}{\text{ប្រាក់ថ្លៃដើម}}\times 100\%$$

$$\text{ភាគរយប្រាក់ខាត} = \frac{\text{ប្រាក់ខាត}}{\text{ប្រាក់ថ្លៃដើម}}\times 100\%$$

លំហាត់គំរូ : នៅក្នុងក្រុមហ៊ុននាំចូលនៃរថយន្តមួយគេដឹងថាថ្លៃដើមទិញចូលមួយគ្រឿងគឺ 75 000\$ ។ ក្រុមហ៊ុននេះបានលក់រថយន្តមួយគ្រឿងឱ្យលោកលីស្រ៊ុនថ្លៃ 84 000\$ ។ ពីរឆ្នាំក្រោយមកលោកលីស្រ៊ុនបានលក់រថយន្តនេះឱ្យលោកហេងលឹម ថ្លៃ 60 000\$ ។ ចូររក :

ក. ភាគរយប្រាក់ចំណេញដែលក្រុមហ៊ុនទទួលបានពីការលក់រថយន្តឱ្យលោកលីស្រ៊ុន ។

ខ. ភាគរយប្រាក់ខាតដែលលោកលីស្រ៊ុនបានខាតពីការលក់រថយន្តឱ្យលោកហេងលឹម ។

ចម្លើយ :

ក. ប្រាក់ថ្លៃដើមនៃរថយន្ត = 75 000\$

ប្រាក់ចំណេញសម្រាប់ក្រុមហ៊ុន = 84 000\$ − 75 000\$ = 9 000\$ ។

ភាគរយប្រាក់ចំណេញសម្រាប់ក្រុមហ៊ុន = $\frac{9000\,\$}{75000\,\$}\times 100\% = 12\,\%$

ដូចនេះក្រុមហ៊ុនចំណេញប្រាក់បាន 12% ។

32

6th Period

លំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋានបន្ថែមទៀតលើចំនួនភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញ និងប្រាក់ខាត

លំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋានបន្ថែមទៀតខាងក្រោមនេះគួរត្រូវបានផ្តល់ឱ្យមុននឹងការធ្វើលំហាត់គំរូនៅលើទំព័រនេះ។ ជាងនេះទៅទៀតដើម្បីពង្រឹងជំនាញនៃការគិតរបស់សិស្ស។ វាជាការចាំបាច់ណាស់ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋានជាច្រើននៅមុនពេលការផ្លាស់ប្តូរទៅសំណួរកម្រិតស្តង់ដាដូចជានៅក្នុងទំព័រនេះ។

សំណួរទី 1 ឧបមាថាហាងមួយទិញវត្ថុមួយតម្លៃ 1500 រៀល។

1) ប្រសិនបើហាងនោះលក់វាថ្លៃ 1800 រៀល។ តើគាត់ចំណេញបានប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (ចម្លើយ ប្រាក់ចំណេញ 20%)

2) ប្រសិនបើហាងលក់វាថ្លៃ 1050 រៀល។ តើគាត់ខាតបង់ប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (ចម្លើយ ខាតបង់ 30%)

3) ប្រសិនបើចំនួនភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញគឺ 70%។ តើគាត់លក់បានតម្លៃប៉ុន្មាន? (ចម្លើយ 2550 រៀល)

សំណួរទី 2 ឧបមាថាហាងមួយលក់វត្ថុមួយតម្លៃ 4800 រៀល។

1) ប្រសិនបើហាងនេះបានទិញវាមួយតម្លៃ 3000 រៀល។ តើគាត់ចំណេញបានប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (ចម្លើយ 60% រកប្រាក់ចំណេញ)

2) ប្រសិនបើភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញគឺ 20%។ តើវត្ថុនោះមានតម្លៃដើមប៉ុន្មាន? (ចម្លើយ 4000 រៀល)

7th Period

មេរៀនទី ៣

ខ. ចំនួនប្រាក់ដែលលោកលីស្រ៊ុនបានចំណាយសម្រាប់ទិញរថយន្តស្មើនឹង 84 000$

ចំនួនប្រាក់ដែលបានខាតនៅពេលដែលគាត់បានលក់រថយន្ត

84 000$ − 60 000$ = 24 000$ ។

ភាគរយប្រាក់ខាតដែលលោកស្រ៊ុនបានខាតពីការលក់រថយន្ត

$\frac{24000\$}{84000\$} \times 100\% = 28.57\ \%$

សម្គាល់:
24/84 = 0.28571429…
ចម្លើយ 28.6% ឬ 29% ក៏ជាចម្លើយត្រឹមត្រូវដែរ

ដូចនេះនៅពេលលោកលីស្រ៊ុនបានលក់រថយន្តឱ្យលោកហេងលឹមគាត់បានខាតអស់ 28.57% ។

ប្រតិបត្តិ : ពូសុខបានទិញទោចក្រយានយន្តមួយគ្រឿងថ្លៃ 2 240 000៛ ។ បីឆ្នាំក្រោយមកគាត់បានលក់វាចេញវិញខាតអស់ 22% ។ តើទោចក្រយានយន្តនោះគាត់បានលក់ចេញវិញថ្លៃប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ភាគរយនៃការខាតបង់គឺ 22% ដូច្នេះតម្លៃលក់គឺ 100% - 22% = 78% = $\frac{78}{100}$ នៃថ្លៃដើម។ ដូច្នេះតម្លៃលក់គឺ:

$2\ 240\ 000 \times \frac{78}{100} = 1\ 747\ 200$

ចម្លើយ: 1 747 200 រៀល

2.3. ការបញ្ចុះតម្លៃ

នៅពេលរបស់មួយត្រូវលក់ក្នុងតម្លៃមួយទាបជាងថ្លៃលក់ខាងដើម ។ ភាពខុសគ្នានេះហៅថា ការបញ្ចុះតម្លៃ ។ ភាគរយនៃការបញ្ចុះតម្លៃធៀបនឹងតម្លៃខាងដើមកំណត់ដូចខាងក្រោម

$$\text{ភាគរយការបញ្ចុះតម្លៃ} = \frac{\text{ការបញ្ចុះតម្លៃ}}{\text{ថ្លៃលក់ខាងដើម}} \times 100\%$$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចូរឱ្យសិស្សបានដឹងថារូបមន្តនេះគឺដូចគ្នាជាមួយនឹងភាគរយនៃការខាតបង់នៅលើទំព័រមុន។ មានភាពខុសប្លែកគ្នាតែពីការហៅវាថា "ការខាតបង់" ទៅជា "ការបញ្ចុះតម្លៃ"។

លំហាត់គំរូ : គេដឹងថាតម្លៃលក់ខាងដើមនៃកាបូបដៃមួយថ្លៃ 32 000៛និងសម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេថ្លៃគឺ 36 000៛ ។ នៅពេលដំណាច់ឆ្នាំគេលក់កាបូបដៃមួយថ្លៃតែ 25 600៛និងលក់សម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេបញ្ចុះថ្លៃ 30% ។ ចូររក :

ក. ភាគរយនៃការបញ្ចុះតម្លៃកាបូបដៃមួយក្នុងអំឡុងពេលលក់នោះ ។

ខ. ថ្លៃលក់សម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេក្នុងអំឡុងពេលលក់នោះ ។

ចម្លើយ :

ក. តម្លៃលក់ខាងដើមនៃកាបូបដៃមួយថ្លៃ 32 000៛

ថ្លៃលក់កាបូបដៃមួយស្មើនឹង 25 600៛

ការបញ្ចុះតម្លៃ = 32 000៛ − 25 600៛ = 6 400៛ ។

ភាគរយការបញ្ចុះតម្លៃ = $\frac{6400}{32000} \times 100\% = 20\ \%$ ។

ដូចនេះនៅពេលដំណាច់ឆ្នាំកាបូបដៃមួយត្រូវបានគេលក់បញ្ចុះថ្លៃ 20% ។

ខ. តម្លៃលក់ខាងដើមនៃសម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេថ្លៃ 36 000៛

ការបញ្ចុះថ្លៃ 30% នៃ 36 000៛ = $\frac{30}{100} \times 36000$៛ = 10800 ៛

សំណួរសម្រាប់សិស្ស:

ចូរសួរសិស្ស ប្រសិនបើពួកគេអាចរកដំណោះស្រាយផ្សេងទៀតបានសម្រាប់សំណួរ (ខ) ។

ដំណោះស្រាយទី 2

បញ្ចុះតម្លៃ 30% មានន័យថាការបញ្ចុះតម្លៃគឺ 100% − 30% = 70% នៃតម្លៃលក់។ ដូច្នេះការបញ្ចុះតម្លៃគឺ 36000 × 70/100 = 25200 រៀល។

លំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋានបន្ថែមទៀតលើអត្រានៃការបញ្ចុះតម្លៃ

លំហាត់បន្ថែមទៀតដូចខាងក្រោមនេះលើអត្រាបញ្ចុះតម្លៃ។ ផ្តល់ឱ្យសិស្សធ្វើលំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋានដើម្បីពង្រឹងជំនាញនៃការគិតរបស់ពួកគេ។

សំណួរទី 1 ឧបមាថាក្នុងអំឡុងពេលលក់។ ហាងមួយបានលក់វត្ថុដោយបញ្ចុះតំលៃ 20% គ្រប់មុខទាំងអស់។

1) ប្រសិនបើវត្ថុត្រូវបានគេដាក់ក្នុងតម្លៃ 15000 រៀលមុនពេលលក់បញ្ចុះតម្លៃ។ តើវត្ថុនោះលក់ក្នុងតម្លៃប៉ុន្មាន? (ចម្លើយ: 12000 រៀល)

2) ប្រសិនបើវត្ថុមួយបញ្ចុះតម្លៃហើយមានតម្លៃ 16000 រៀល។ តើវត្ថុនោះមានតម្លៃប៉ុន្មានមុនពេលបញ្ចុះតម្លៃ? (ចម្លើយ: 20000 រៀល)

សំណួរទី 2 ហាងមួយទិញវត្ថុមួយក្នុងតម្លៃ 40000 រៀលហើយលក់វាបានចំណេញ 40% ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ហាងបានបញ្ចុះតម្លៃ 15% ក្នុងកំឡុងពេលលក់។

1) តើតម្លៃលក់មុនពេលលក់បញ្ចុះតម្លៃស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (ចម្លើយ 56000 រៀល)

2) តើលក់ក្នុងអំឡុងពេលបញ្ចុះតម្លៃស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (ចម្លើយ 47600 រៀល)

3) តើហាងនោះចំណេញប្រាក់បានមកពីការលក់ក្នុងអំឡុងពេលបញ្ចុះតម្លៃស្មើនឹងប៉ុន្មាន? (ចម្លើយ 7600 រៀល)

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ការចំណាយសម្រាប់ការទិញថាសចម្រៀង 300 គឺ $3\,300 \times 300 = 990\,000$ រៀល

ការលក់សរុបសម្រាប់ថាសចម្រៀង 200 គឺ $3\,980 \times 200 = 796\,000$ រៀល

នៅសល់ 100 ថាស ត្រូវបានដាក់លក់បញ្ចុះតម្លៃ 15% ។

ដូច្នេះ $100\% - 15\% = 85\% = \frac{85}{100}$ នៃតម្លៃលក់។ តម្លៃលក់បញ្ចុះតម្លៃគឺ

$3980 \times \frac{85}{100} = 3383$ រៀល។

ការលក់បញ្ចុះតម្លៃនៃថាសចម្រៀងសរុបគឺ $3\,383 \times 100 = 338\,300$ រៀល

ហេតុនេះហើយបានជាភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញគឺ

$$\frac{(796\,000+338\,300)-990\,000}{990\,000} \times 100$$

$= 14.5757$ ។

ចម្លើយ: 14.58%

ចំណាំថា 15% ឬ 14.6% ត្រឹមត្រូវដូចគ្នាសម្រាប់ចម្លើយទាំងពីរនេះ។

ថ្លៃលក់សម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេ $= 36\,000$៛ $- 10\,800$៛ $= 25\,200$៛ ។

ដូចនេះសម្លៀកបំពាក់មួយកំផ្លេត្រូវបានលក់តម្លៃ 25 200៛ ។

ប្រតិបត្តិ : មីងសារីបានទិញថាសចម្រៀងចំនួន 300 ដែលថាសចម្រៀងនីមួយៗថ្លៃ 3 300៛ ។ គាត់បានលក់វិញនៅដើមដំបូងអស់ថាសចម្រៀងចំនួន 200 ដែលថាសចម្រៀងនីមួយៗ ថ្លៃ 3 980៛ ហើយនៅសល់ពីនេះគាត់លក់បញ្ចុះតម្លៃ 15% ។ ចូររកភាគរយប្រាក់ចំណេញរបស់គាត់ ។

2.4. បម្រែបម្រួលភាគរយ

បើគេនិយាយថាប្រាក់ខែនៃកម្មករម្នាក់កើនបាន 15% មានន័យថារាល់ប្រាក់ 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមកើនបាន 15៛ បានសេចក្តីថាក្នុងប្រាក់ 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមទៅជា 115៛នៅក្នុងប្រាក់ខែថ្មី ។

ឧទាហរណ៍ : ឧបមាថាប្រាក់ខែដើមរបស់កម្មករម្នាក់គឺ 320 000៛ ។ តើប្រាក់ខែថ្មីរបស់គាត់ទទួលបានប៉ុន្មានបន្ទាប់ពីកើនបាន 15% ?

ប្រាក់ខែថ្មី : ប្រាក់ខែដើម $= 115 : 100$

$$\frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{115}{100}$$

$$\text{ប្រាក់ខែថ្មី} = \frac{115}{100} \times \text{ប្រាក់ខែដើម}$$

$$= \frac{115}{100} \times 32000\text{៛} = 368000\text{៛ ។}$$

ម្យ៉ាងទៀតបើគេនិយាយថាប្រាក់ខែថយចុះ 5% មានន័យថារាល់ប្រាក់ 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមថយចុះអស់ 5៛ បានសេចក្តីថាក្នុង 100៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែដើមទៅជា 95៛ នៅក្នុងប្រាក់ខែថ្មី ។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ គេបាន

ប្រាក់ខែថ្មី : ប្រាក់ខែដើម $= 95 : 100$

$$\frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{95}{100}$$

$$\text{ប្រាក់ខែថ្មី} = \frac{95}{100} \times \text{ប្រាក់ខែដើម}$$

$$= \frac{95}{100} \times 32000\text{៛} = 304000\text{៛ ។}$$

លំហាត់គំរូ : កម្មករនៃក្រុមហ៊ុនអគ្គិសនីមួយត្រូវបានគេដំឡើង 8% នៅក្នុងប្រាក់ខែប្រចាំខែរបស់ពួកគេ ។

34

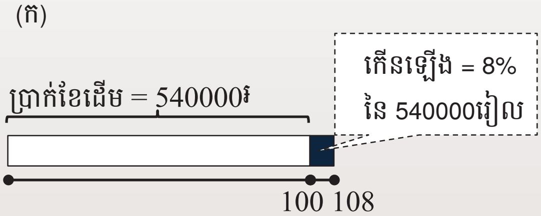
8th Period

យោបល់សម្រាប់ការបង្រៀន ដោយប្រើរូប

ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់នៅលើផលធៀប សមាមាត្រ និងភាគរយគ្រូបង្រៀនគួរតែលើកទឹកចិត្តឱ្យសិស្សប្រើរូបដើម្បីបង្ហាញ លក្ខខណ្ឌដែលបានផ្តល់ឱ្យនៅក្នុងសំណួរ។ ឧទាហរណ៍យើងអាចប្រើរូបដូចខាងក្រោមពេលដោះស្រាយលំហាត់គំរូនៅលើទំព័រនេះ។

លំហាត់គំរូ

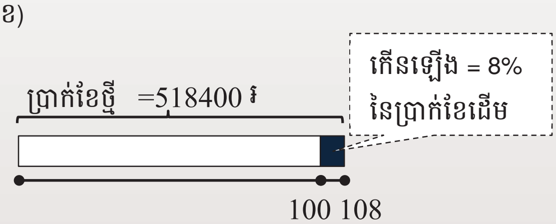
(ក)



$$\frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{100+8}{100} \rightarrow \frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{540000} = \frac{108}{100}$$

$$\text{ប្រាក់ខែថ្មី} = \frac{108}{100} \times 540000 = 583200\text{៛}$$

(ខ)



$$\frac{\text{ប្រាក់ខែថ្មី}}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{100+8}{100} \rightarrow \frac{518\,400}{\text{ប្រាក់ខែដើម}} = \frac{108}{100}$$

$$\text{ប្រាក់ខែដើម} = \frac{100}{108} \times 518400 = 480000\text{៛}$$

មេរៀនទី ៣

ក. លោកប៊ុនថា ទទួលបានប្រាក់ខែដើម 540 000 ៛ក្នុងមួយខែ ។ ចូររកប្រាក់ប្រចាំខែរបស់គាត់បន្ទាប់ពីបានដំឡើង 8% មកនោះ ។

ខ. បើប្រាក់ខែប្រចាំខែរបស់លោកស្រីចាន់ធីទទួលបាន 518 400 ៛ បន្ទាប់ពីបានដំឡើងរួច ។ ចូររកប្រាក់ខែដើមប្រចាំខែរបស់គាត់ ។

ចម្លើយ :

ក. ប្រាក់ខែប្រចាំខែរបស់ប៊ុនថាបន្ទាប់ពីបានដំឡើងគឺ

100% + 8% = 108% នៃប្រាក់ខែដើមប្រចាំខែរបស់គាត់ ។ ប្រាក់ប្រចាំខែរបស់គាត់បន្ទាប់ពីបានដំឡើងគឺ

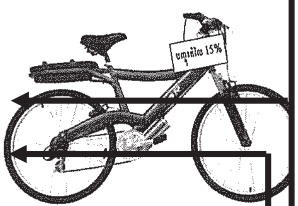
108% នៃ 540 000 ៛ = 108% × 540 000 ៛ = 583 200 ៛

ខ. $\dfrac{\text{ប្រាក់ខែរបស់លោកស្រីចាន់ធីបន្ទាប់ពីបានដំឡើង}}{\text{ប្រាក់ខែដើមរបស់លោកស្រីចាន់ធី}} = \dfrac{108}{100}$

ប្រាក់ខែដើមរបស់លោកស្រីចាន់ធី $= \dfrac{100}{108} \times 518400$ ៛ $= 480000$ ៛

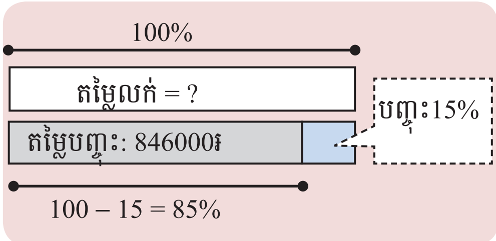
ដូចនេះប្រាក់ខែដើមរបស់លោកស្រីចាន់ធីគឺ 480 000 ៛ ។

ប្រតិបត្តិ : ទោចក្រយានមួយគ្រឿងបន្ទាប់ពីបានបញ្ចុះតម្លៃ 15% នៅសល់តម្លៃត្រឹមតែ 846 000 ៛ ។ តើទោចក្រយាននោះកាលពីដើមមានតម្លៃប៉ុន្មានរៀល ?



ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តម្លៃនៃកង់មួយគឺ 846 000 រៀលបន្ទាប់ពីមានការបញ្ចុះតម្លៃ 15% ។ ដូច្នេះវាស្មើនឹង 100% - 15% = 85% = 85/100 នៃតម្លៃលក់។



ដូចនេះ:

$\dfrac{\text{តម្លៃបញ្ចុះ}}{\text{តម្លៃលក់}} = \dfrac{85}{100} \rightarrow \dfrac{846000}{\text{តម្លៃលក់}} = \dfrac{85}{100}$

តម្លៃលក់ $= 846000 \times \dfrac{100}{85}$

$= 995294.1....$

ចម្លើយ: 995294 រៀល

2.5. ការប្រាក់សាមញ្ញ

- ការប្រាក់ : ជាប្រាក់ចំណេញដែលបានមកពីប្រាក់ឱ្យគេខ្ចីក្នុងរយៈពេលមានកំណត់តាងដោយ I ។
- ប្រាក់ដើម : ជាប្រាក់ខ្ចីគេ ឬឱ្យគេខ្ចីតាងដោយ P ។
- អត្រា : ជាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំលើប្រាក់ដើម 100 ៛ តាងដោយ R ។
- ប្រាក់សរុប : ជាការប្រាក់និងប្រាក់ដើមរួមគ្នា ។
- រយៈពេល : ជាអំឡុងពេលដែលបានខ្ចីប្រាក់គេ ឬឱ្យគេខ្ចីតាងដោយ T ។

គេអាចគិតការប្រាក់ប្រចាំឆមាស ឬប្រចាំត្រីមាស ប្រចាំខែ ឬប្រចាំថ្ងៃ ។ ចំនួននៃការប្រាក់អាស្រ័យលើរយៈពេលដែលបានចងការ ។

35

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

វាមិនប្រាកដថាតម្លៃលក់គឺត្រូវបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតម្លៃ 995294 រៀល ឬជាចំនួនទសភាគនោះទេ។ ដូច្នេះគ្រូត្រូវបានផ្តល់អនុសាសន៍ដើម្បីកំណត់ការបញ្ចុះតម្លៃនេះស្មើនឹង 850000 រៀលនៅក្នុងសំណួរនេះ។ ហើយចម្លើយស្មើនឹង 1000000 រៀល។

9th Period

សកម្មភាពបន្ថែម ការប្រើតារាង

ផ្នែកទី 2.5 (ទំព័រ 35-36) បានបង្ហាញការពិពណ៌នាសង្ខេបពីការប្រាក់សាមញ្ញដោយមិនប្រើតារាង និងរូប។ ប៉ុន្តែវានឹងមានប្រយោជន៍សម្រាប់សិស្សក្នុងការប្រើប្រាស់តារាងមួយដើម្បីបង្ហាញពីរបៀបដែលប្រាក់កម្ចីបានកើនឡើង។ តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពី ករណី 2 ដែលក្នុងនោះអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ (ខាងស្តាំ) គឺ 8% និង 10% នៅពេលដែលយើងបានខ្ចីប្រាក់ចំនួន 100 000 រៀល (= P ប្រាក់ដើម)។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់អនុសាសន៍ឱ្យលើកទឹកចិត្តសិស្សក្នុងការបំពេញតារាងទាំងនេះដើម្បីឱ្យពួកគេអាចរកទំនាក់ទំនងខាងក្រោមដោយខ្លួនឯង។

$$I = P \times \frac{R}{100} \times T = \frac{PRT}{100}$$

ឧទាហរណ៍ នៅឆ្នាំទី 10 ក្នុងករណីទី 1, ការប្រាក់ (I) គឺ 80000 ៛ (= 180000 – 100000) ដែលស្មើនឹង

$$100\,000 \times \frac{8}{100} \times 10 = \frac{100\,000 \times 8 \times 10}{100}$$

ករណីទី 1: អត្រាការប្រាក់ = 8%

រយៈពេល (T)	ប្រាក់ការ	ប្រាក់ចុងគ្រា
-----	-----	100 000 ៛
ឆ្នាំទី 1	8000 ៛	108 000 ៛
ឆ្នាំទី 2	8000 ៛	116 000 ៛
ឆ្នាំទី 3	8000 ៛	124 000 ៛
ឆ្នាំទី 5	8000 ៛	140 000 ៛
ឆ្នាំទី 10	8000 ៛	180 000 ៛

ករណីទី 2: អត្រាការប្រាក់= 10%

រយៈពេល (T)	ប្រាក់ការ	ប្រាក់ចុងគ្រា
-----	-----	100 000 ៛
ឆ្នាំទី 1	10 000 ៛	110 000 ៛
ឆ្នាំទី 2	10 000 ៛	120 000 ៛
ឆ្នាំទី 3	10 000 ៛	130 000 ៛
ឆ្នាំទី 5	10 000 ៛	150 000 ៛
ឆ្នាំទី 10	10 000 ៛	200 000 ៛

សកម្មភាពសម្រាប់សិស្ស

ដូចដែលបានណែនាំនៅក្នុងទំព័រមុនគ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់អនុសាសន៍ឱ្យលើកទឹកចិត្តសិស្សក្នុងការបំពេញតារាងខាងក្រោម និងជួយសិស្សឱ្យយល់ពីរបៀបទាញរូបមន្តនេះ។

រយៈពេល (T)	ប្រាក់ការ	ប្រាក់ចុងគ្រា
-----	-----	2 000 000 ៛
ឆ្នាំទី 1	300 000 ៛	
ឆ្នាំទី 2	300 000 ៛	
ឆ្នាំទី 3	300 000 ៛	

ឧទាហរណ៍ : ពូសំបានចងការប្រាក់ចំនួន 2 000 000៛ ពីធនាគារមួយដោយធនាគារគិតការប្រាក់តាមអត្រា 15% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ គណនាការប្រាក់ក្នុងរយៈពេល 3 ឆ្នាំ ។

- ប្រាក់ដើមគឺ 2 000 000៛
- ការប្រាក់លើប្រាក់ដើម 2 000 000៛ សម្រាប់ 1 ឆ្នាំគឺ $2000000៛ \times \frac{15}{100} = 30000$ ៛
- ដូចនេះការប្រាក់លើប្រាក់ដើម 2 000 000៛ សម្រាប់ 3 ឆ្នាំគឺ $30000៛ \times 3 = 90000$ ៛

ត្រឹមត្រូវ:
300 000 ៛
900 000 ៛

តាមឧទាហរណ៍ខាងលើយើងអាចទាញបានថា :

បើ P ជាប្រាក់ដើមដែលបានខ្ចីគេ ឬឱ្យគេខ្ចី ដោយគិតការប្រាក់តាមអត្រា R% ក្នុងមួយឆ្នាំ សម្រាប់រយៈពេល T ឆ្នាំ នោះការប្រាក់គឺ $\boxed{I = \frac{PRT}{100}}$ ។

លំហាត់គំរូ : មីងថនបានដាក់ប្រាក់ 15 000 000៛ នៅក្នុងធនាគារមួយដែលត្រូវទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

ក. តើរយៈពេល 5 ឆ្នាំក្រោយមកគាត់ទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មានរៀល ? មីងថនបានដកយកការប្រាក់មកប្រើប្រាស់ជារៀងរាល់ចុងឆ្នាំ ។

ខ. មីងថនបានចងការប្រាក់ 15 000 000៛ ឱ្យមីងសានទៀត ។ 2 ឆ្នាំក្រោយមកគាត់ទទួលបានប្រាក់សរុប 18 000 000៛ ។ រកអត្រាការប្រាក់ដែលគាត់ទទួលបានពីចងការប្រាក់ឱ្យមីងសាន ។

ចម្លើយ :

ក. P = 15 000 000៛ , R = 6 និង T = 5 ឆ្នាំ

ការប្រាក់ $I = \frac{PRT}{100} = \frac{15000000 \times 6 \times 5}{100} = 4500000$ ៛

រយៈពេល 5 ឆ្នាំមីងថនទទួលបានប្រាក់សរុប

15000000៛ + 4500000៛ = 19500000៛

ខ. ចំនួនប្រាក់សរុប = 18 000 000៛

ប្រាក់ដើម P = 15 000 000៛

ការប្រាក់ I = 18 000 000៛ − 15 000 000៛ = 3 000 000៛

រយៈពេល T = 2 ឆ្នាំ

តាមរូបមន្ត $I = \frac{PRT}{100}$ នោះ $R = \frac{100I}{PT}$

$$R = \frac{100 \times 3000000៛}{15000000 \times 2} = 10 \%$$

ដូចនេះមីងថននឹងត្រូវបានទទួលអត្រាការប្រាក់ពីមីសាន 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

ប្រតិបត្តិ : ចឹកទ្រីបានចងការប្រាក់ 24 000 000៛ ពីធនាគារមួយដោយមានអត្រាការប្រាក់ 16% ក្នុងមួយឆ្នាំសម្រាប់រយៈពេល 4 ឆ្នាំ ។ ចឹកទ្រីបានបង់ការប្រាក់ឱ្យធនាគារជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

36

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជួយដល់សិស្សណាដែលមានការលំបាកក្នុងការបំលែង

$$I = \frac{PRT}{100} = R \times \frac{PT}{100}$$

$$\rightarrow I \times \frac{100}{PT} = R \times \frac{PT}{100} \times \frac{100}{PT}$$

$$\rightarrow R = \frac{100\ I}{PT}$$

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

(ក) $I = \frac{PRT}{100} = \frac{24\,000\,000 \times 16 \times 4}{100}$

$= 15\,360\,000$ ៛

(ខ) $24\,000\,000 + 15\,360\,000$

$= 39\,360\,000$ ៛

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងលំហាត់

នៅពេលដែលអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំគឺ R% សម្រាប់រយៈពេល M ខែ ជំនួសឆ្នាំ T នោះយើងគណនាការប្រាក់ដោយការជំនួស T ដោយ M / 12 នៅក្នុងរូបមន្ត។

ឧទាហរណ៍ យើងខ្ចីប្រាក់ 200000 រៀលមានអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ 8% សម្រាប់រយៈពេល 9 ខែ។ តើយើងត្រូវបង់ប្រាក់សងវិញប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ

$I = \frac{PR}{100} \times \frac{M}{12} = \frac{200000 \times 8}{100} \times \frac{9}{12} = 12000$ រៀល

$200000 + 12000 = 212000$ រៀល

លំហាត់ទី 1 យើងខ្ចីប្រាក់ 500000 រៀល ការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ 15% សម្រាប់រយៈពេល 10 ខែ តើយើងត្រូវបង់ប្រាក់សងវិញប៉ុន្មាន?

(ចម្លើយ 562500 រៀល)

លំហាត់ទី 2 យើងខ្ចី 800000 រៀលមានអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ 12% ក្នុងរយៈពេល 16 ខែ តើយើងត្រូវបង់ប្រាក់សងវិញប៉ុន្មាន?

(ចម្លើយ 928000 រៀល)

10th Period

ក. តើការប្រាក់ដែលត្រូវសងធានាគារទាំងអស់មានចំនួនប៉ុន្មាន ?

ខ. តើចំនួនប្រាក់សរុបដែលចឹកទ្រីនឹងត្រូវសងធនាគារវិញមានចំនួនប៉ុន្មាននៅពេលគ្រប់ 4 ឆ្នាំ ?

2.6. ការប្រាក់សមាស

ឧទាហរណ៍ : មីងសៅបានដាក់ប្រាក់ 8 000 000 ៛ ក្នុងគណនីសន្សំនៅក្នុងធនាគារមួយ សម្រាប់រយៈពេល 2 ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់ 15% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ការប្រាក់ដែលផ្តល់ឱ្យគាត់នោះត្រូវបានគិតដូចខាងក្រោម

- ឆ្នាំទី 1 : P = 8 000 000 ៛ , R = 15 , T = 1 ឆ្នាំ

$$I = \frac{8000000 ៛ \times 15}{100} = 1200000 ៛$$

- ឆ្នាំទី 2 : P = 8 000 000 ៛ + 1 200 000 ៛ = 9 200 000 ៛ , R = 15 , T = 1 ឆ្នាំ

$$I = \frac{9200000 ៛ \times 15}{100} = 1380000 ៛ ។$$

ការប្រាក់សរុបសម្រាប់រយៈពេល 2 ឆ្នាំ = 1 200 000 ៛ + 1 380 000 ៛ = 2 580 000 ៛

ក្នុងការគិតខាងលើនេះ ការប្រាក់ 1 200 000 ៛ ដែលផ្តល់ឱ្យគាត់នៅដំណាច់ឆ្នាំទី 1 ត្រូវបានបន្ថែមទៅលើប្រាក់ដើម 8 000 000 ៛ ។ បានចំនួនប្រាក់សរុប 9 200 000 ៛ ក្លាយទៅជាប្រាក់ដើមសម្រាប់គិតការប្រាក់នៅដំណាច់ឆ្នាំទី 2 ។

ការប្រាក់សរុប 2 580 000 ៛ ហៅថាការប្រាក់សមាស ហើយប្រាក់ដើម 8 000 000 ៛ ដែលដាក់នៅក្នុងធនាគារត្រូវបានបូកបន្ថែមនឹងការប្រាក់សមាសជារៀងរាល់ឆ្នាំសម្រាប់គិតការប្រាក់នៅឆ្នាំបន្តបន្ទាប់ ។

> *ការប្រាក់សមាស :* រាល់ដំណាច់ឆ្នាំ គេបន្ថែមលើប្រាក់ដើមនូវការប្រាក់កន្លងទៅ គេក៏បានប្រាក់ដើមថ្មី ហើយឆ្នាំក្រោយគេគិតការប្រាក់លើប្រាក់ដើមថ្មីនេះដោយអត្រាដដែល ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ទ្រាចាន់បានចងការប្រាក់ 3 000 000 ៛ ឱ្យមីងស្រីសម្រាប់រយៈពេល 3 ឆ្នាំដោយមានការប្រាក់តាមអត្រា 20% ។ ចូររកការប្រាក់សមាសដែលទ្រាចាន់ទទួលបាន ។

ចម្លើយ : ឆ្នាំទីមួយ : $P = 3000000$ ៛ , $R = 20$, $T = 1$ ឆ្នាំ

$$I = 3000000 ៛ \times 20 \times \frac{1}{100} = 600000 ៛ ។$$

ដោយនៅដំណាច់ឆ្នាំទីមួយប្រាក់ដើមគឺ 3000000 ៛ + 600000 ៛ = 3600000 ៛ ។

ឆ្នាំទីពីរ : $P = 3600000$ ៛ , $R = 20$, $T = 1$ ឆ្នាំ

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជាធម្មតាការគណនាការប្រាក់សមាសមានភាពស្មុគ្រស្មាញ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែលើកទឹកចិត្តដល់សិស្សក្នុងការរៀបចំ និងការប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខក្នុងមេរៀននេះ។

សកម្មភាពសម្រាប់សិស្ស

ដូចដែលបានណែនាំនៅក្នុងការប្រាក់សាមញ្ញ គ្រូបង្រៀនត្រូវលើកទឹកចិត្តសិស្សក្នុងការបំពេញតារាងខាងក្រោម។ សកម្មភាពនេះបានជួយសិស្សក្នុងការយល់អំពីការប្រាក់កើនឡើងជាមួយនឹងការប្រាក់សមាស

រយៈពេល (T)	ប្រាក់ការ	ប្រាក់ចុងគ្រា
-----	-----	8 000 000 ៛
ឆ្នាំទី 1	1 200 000 ៛	9 200 000 ៛
ឆ្នាំទី 2	1 380 000 ៛	10 580 000 ៛
ឆ្នាំទី 3		
ឆ្នាំទី 4		

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

រំលឹកសិស្សថា យើងមិនអាចអនុវត្តរូបមន្តការប្រាក់សាមញ្ញ $I = \frac{PTT}{100}$ ជារូបមន្តការប្រាក់សមាសបានទេ។

ចំណេះដឹងបន្ថែមទៀតសម្រាប់គ្រូបង្រៀន រូបមន្តការប្រាក់សមាស

មានរូបមន្តដែលគណនាចំនួនប្រាក់ជាមួយការប្រាក់សមាស។

ឧបមាថា P ជាប្រាក់ដើម I ជាការប្រាក់ និង R អត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ (%)

ឆ្នាំទីមួយ ការប្រាក់ទទួលបានក្នុងឆ្នាំទី 1 គឺ

$$I = \frac{PR}{100}$$

ដូចនេះ ប្រាក់សរុបនៅចុងឆ្នាំទីមួយគឺ

$$P + \frac{PR}{100} = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)$$

ហើយវានឹងទៅជាប្រាក់ដើមនៅឆ្នាំទីពីរ

ឆ្នាំទីពីរ ការប្រាក់ទទួលបានក្នុងឆ្នាំទី 2 គឺ

$$I = P\left(1 + \frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$$

ដូចនេះ ប្រាក់សរុបនៅឆ្នាំទីមួយគឺ

$$P\left(1 + \frac{R}{100}\right) + P\left(1 + \frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$$

$$= P\left(1 + \frac{R}{100}\right)\left(1 + \frac{R}{100}\right) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

ហើយវានឹងទៅជាប្រាក់ដើមនៅឆ្នាំទីបី

បន្តដំណើរការនេះ រហូត យើងបានរូបមន្ត សម្រាប់ ប្រាក់សរុបនៅឆ្នាំទី n

$$\mathbf{P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{n}}$$

សំណួរសម្រាប់សិស្ស:

សូមឱ្យសិស្សធ្វើការប្រៀបធៀបការប្រាក់ក្នុងចម្លើយនេះជាមួយករណីដែលអត្រាការប្រាក់ 16% សម្រាប់មួយឆ្នាំ នាំឱ្យ

7 500 000 × 16/100 = 1 200 000 ៛

ចម្លើយ៖ ប្រាក់កើនឡើងលឿនពេលដែលអនុវត្តអត្រាការប្រាក់ឆមាស

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ការប្រាក់ទទួលបានក្នុងឆ្នាំដំបូងគឺ

$2\ 700\ 000 \times \frac{20}{100} = 540\ 000$ ៛

ចំនួនទឹកប្រាក់នេះនឹងត្រូវបាន

2 700 000 + 540 000 = 3 240 000 ៛

ការប្រាក់ទទួលបានក្នុងឆ្នាំទីពីរនេះនឹងមាន

$3\ 240\ 000 \times \frac{20}{100} = 648\ 000$ ៛

ដូច្នេះចំនួនទឹកប្រាក់នៅចុងបញ្ចប់នៃឆ្នាំទី 2 នេះនឹងមាន

3 240 000 + 648 000 = 3 888 000 ៛

ចម្លើយ៖ 3 888 000 ៛

$$I = 3600000 ៛ \times 20 \times \frac{1}{100} = 720000 ៛$$

ដោយនៅដំណាច់ឆ្នាំទីពីរប្រាក់ដើមគឺ 3600000 ៛ + 720000 ៛ = 4320000 ៛

ឆ្នាំទីបី : $P = 4320000$ ៛ , $R = 20$, $T = 1$ ឆ្នាំ

$$I = 4320000 ៛ \times 20 \times \frac{1}{100} = 864000 ៛$$

ដោយនៅដំណាក់ឆ្នាំទីបីការប្រាក់សមាសគឺ 600000 ៛ + 720000 ៛ + 864000 ៛ = 2184000 ៛ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : រកការប្រាក់សមាសលើប្រាក់ 7500000 ៛សម្រាប់រយៈពេល 1 ឆ្នាំដោយមានការប្រាក់តាមអត្រា 16% បានបន្ថែមទៅលើប្រាក់ដើមប្រចាំឆមាស ។

ចម្លើយ :

ឆមាសទីមួយ $P = 7\ 500\ 000$ ៛ , $R = 16$, $T = 6$ ខែ $= \frac{1}{2}$ ឆ្នាំ

$$I = 7500000 ៛ \times \frac{16}{100} \times \frac{1}{2} = 600000 ៛ ។$$

ឆមាសទីពីរ : $P = 7500000 ៛ + 600000 ៛ = 8100000$ ៛

$R = 16$, $T = 6$ ខែ $= \frac{1}{2}$ ឆ្នាំ

$$I = 8100000 ៛ \times \frac{16}{100} \times \frac{1}{2} = 648000 ៛ ។$$

ដូចនេះ ការប្រាក់សរុប = 600 000 ៛ + 648 000 ៛ = 1 248 000 ៛ ។

ប្រតិបត្តិ : រកការប្រាក់សមាសលើប្រាក់ 2 700 000 ៛ សម្រាប់រយៈពេល 2 ឆ្នាំដោយមានការប្រាក់តាមអត្រា 20% បានបន្ថែមទៅលើប្រាក់ដើមប្រចាំឆ្នាំ ។

2.7. ការទិញបណ្ដាក់

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាការផ្សាយពាណិជ្ជកម្មសម្រាប់លក់កុំព្យូទ័រមួយគ្រឿង

ចំពោះថ្លៃលក់ : 9 000 000 ៛

ប្រាក់កក់ 2 000 000 ៛

អត្រាការប្រាក់នៅជំពាក់ 14% សម្រាប់ 2 ឆ្នាំ

បន្ទាប់ពីបង់ប្រាក់កក់ 2 000 000 ៛ អ្នកអាចយកកុំព្យូទ័រនេះបាន ។ ម្យ៉ាងទៀតអ្នកមិនទាន់ជាម្ចាស់នៃកុំព្យូទ័រនេះទេ ។ អ្នកគ្រាន់តែជាអ្នកជួលប៉ុណ្ណោះ ។ ម្ចាស់កុំព្យូទ័រនឹងត្រូវផ្ទេរកម្មសិទ្ធិជូនអ្នក

38

11^{rd}-12^{th} Period

ចំណេះដឹងបន្ថែម ភាពខុសគ្នារវាងការប្រាក់សាមញ្ញ និងការប្រាក់សមាស

ជាធម្មតាធនាគារត្រូវបានអនុវត្តការប្រាក់សមាសសម្រាប់ការខ្ចីប្រាក់ពីព្រោះថាដោយសារតែប្រាក់កើនឡើងលឿនជាងការប្រាក់សាមញ្ញ។ ឧទាហរណ៍ប្រសិនបើអ្នកបានខ្ចី 100 000 រៀលពីធនាគារដោយអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ 10% បន្ទាប់មកប្រាក់កម្ចីនឹងកើនឡើងដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងតារាងនៅខាងស្តាំ។

ឆ្នាំទី 1: 10% ត្រូវបានអនុវត្តសម្រាប់ប្រាក់ដើម 100 000៛។

ឆ្នាំទី 2: 10% ត្រូវបានអនុវត្តសម្រាប់ប្រាក់សរុបឆ្នាំទីមួយ 110 000៛។

ឆ្នាំទី 3: 10% ត្រូវបានអនុវត្តសម្រាប់ប្រាក់សរុបឆ្នាំទីពីរ 121 000៛។

ជាចុងក្រោយប្រាក់សរុបឆ្នាំទី 5 នឹងមាន 161 051 រៀលដែលជាច្រើនជាងការប្រាក់សមញ្ញ 150 000 រៀល (សូមមើលទំព័រមុន) ។ នេះជាមូលហេតុដែលជាញឹកញាប់វាត្រូវបានប្រើដោយអ្នកផ្តល់ប្រាក់កម្ចី។ អ្នកគួរតែមានការប្រុងប្រយ័ត្ននៅពេលខ្ចីប្រាក់!

អត្រាការប្រាក់ = 10%

រយៈពេល(T)	ប្រាក់ការ	ប្រាក់ចុងគ្រា
ឆ្នាំទី 0	----	100 000 ៛
ឆ្នាំទី 1	10 000 ៛	110 000 ៛
ឆ្នាំទី 2	10 000 ៛	121 000 ៛
ឆ្នាំទី 3	12 100 ៛	133 100 ៛
ឆ្នាំទី 4	13 310 ៛	146 410 ៛
ឆ្នាំទី 5	14 641 ៛	161 051 ៛

មេរៀនទី ៣

បន្ទាប់ពីអ្នកបានសងប្រាក់នៅជំពាក់ 7 000 000៛ បូកនឹងការប្រាក់លើប្រាក់ 7 000 000៛ សម្រាប់រយៈពេល 2ឆ្នាំដោយអត្រា 14% ដោយការសងប្រាក់ប្រចាំខែស្មើៗគ្នាក្នុងរយៈពេល 24 ខែ ។ ការទិញទំនិញតាមវិធីនេះហៅថាជំនួញការទិញបណ្ដាក់ ។ ការសងប្រាក់ប្រចាំខែនីមួយៗ ត្រូវតែដឹងប្រាក់សងរំលួស ។

ការប្រាក់ខាងលើគឺ $\boxed{\frac{7000000៛ \times 14 \times 2}{100} = 1960000៛}$

ចំនួនប្រាក់សរុបដែលត្រូវសង 7 000 000៛ + 1 960 000៛ = 8 960 000៛

ដូចនេះប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែនីមួយៗ $\frac{8960000៛}{24} = 373333.33៛$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ម៉ាស៊ីនបោកខោអាវមួយគ្រឿងថ្លៃ 1 350 000៛ ។ គេទិញបណ្ដាក់ដែលមានប្រាក់កក់ 15% អត្រាការប្រាក់ជំពាក់ $10\frac{2}{3}$ % ក្នុងមួយឆ្នាំសម្រាប់ 2ឆ្នាំ ។ ការសងប្រាក់ត្រូវសងរំលួសប្រចាំខែ ។ ចូររក :

ក. ប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែ ។

ខ. ថ្លៃទិញបណ្ដាក់ទាំងអស់នៃម៉ាស៊ីនបោកខោអាវ ។

គ. ភាគរយនៃប្រាក់ដែលសន្សំបាន បើមេផ្ទះម្នាក់ទិញម៉ាស៊ីនបោកខោអាវនោះដោយសងប្រាក់ 1 350 000៛ ភ្លាមៗ ។

135 000 → 1 350 000

ចម្លើយ : ប្រាក់កក់ = $\frac{15}{100} \times \boxed{135000៛} = 202500៛$

242 800 → 244 800

ចំនួនប្រាក់នៅសល់ = 1350000៛ – 202500៛ = 1147500៛

ការប្រាក់លើប្រាក់ 1 147 500៛ សម្រាប់ 2ឆ្នាំ = $1147500៛ \times \frac{32}{3} \times \frac{1}{100} \times 2 = \boxed{242800៛}$

ចំនួនប្រាក់បន្ថែមសម្រាប់សងរំលួសក្នុង 24 ខែ = 1147500៛ + 244800៛ = 1392300៛ ។

ក. ប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែ = 1392300៛ ÷ 24 = $\boxed{58095.8៛ \approx 58096៛}$ ។

58095.8 → 58012.5

ខ. ថ្លៃទិញបណ្ដាក់ទាំងអស់ = ប្រាក់កក់ + ចំនួនប្រាក់បន្ថែម

= 202500៛ + 1392300៛ = 1594800៛ ។

គ. តាមការព្រមព្រៀងការទិញបណ្ដាក់ ចំនួនប្រាក់បន្ថែមដែលមេផ្ទះនឹងត្រូវចំណាយគឺ

1594800៛–1350000៛ = 244800៛

ភាគរយនៃប្រាក់ដែលគាត់អាចសន្សំបាននៅពេលសងប្រាក់ភ្លាមៗ

$\boxed{\frac{242800}{1350000}} \times 100\ \% = \boxed{18\frac{2}{15}\ \%}$ ។

242 800 → 244 800

39

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

រំលឹកសិស្សថាប្រាក់នេះនឹងអនុវត្តការប្រាក់សមញ្ញ មិនមែនការប្រាក់សមាសទេ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅទីនេះ "373 333 រៀល" ត្រូវចាត់ទុកថាជាចម្លើយត្រឹមត្រូវដែរ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងឆ្វេងនេះមានកំហុសជាច្រើននៅក្នុងចម្លើយនៃលំហាត់គំរូ1 ដូច្នេះគ្រូគួរតែលើកទឹកចិត្តសិស្សឱ្យធ្វើការគណនាជាជំហានៗដោយខ្លួនឯងដោយមិនពឹងផ្អែកលើចម្លើយនៅក្នុងសៀវភៅនេះទេ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្គាល់ថាមានតែចម្លើយមួយនេះទេដែលបានសរសេរជាប្រភាគខណៈពេលដែលចម្លើយផ្សេងទៀតសរសេរជាចំនួនទសភាគ។ ចម្លើយនៃការគណនានេះគឺ 18.133333 បើសរសេរជាទសភាគ។

វាត្រូវបានផ្ដល់អនុសាសន៍ឱ្យសរសេរ 18% (ឬ 18.13% ឬ18.1%) ដើម្បីឱ្យដូចគ្នា។

លំហាត់បន្ថែមទៀតលើការបង់រំលោះ

ប្រសិនបើសិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់នេះនៅក្នុងការអនុវត្តជាក់ស្ដែងនៅលើទំព័រ 40 (ទំព័របន្ទាប់) គ្រូបង្រៀនអាចផ្ដល់ឱ្យនូវលំហាត់ដូចខាងក្រោម។

លំហាត់ទី 1

មនុស្សម្នាក់បានទិញម៉ាស៊ីនមួយគ្រឿងតម្លៃ 4 000 000 រៀល ដោយការបង់រំលោះ។ បន្ទាប់ពីការបង់ប្រាក់ដំបូងចំនួន 800 000 រៀល គាត់បានបង់ប្រាក់ 144 000 រៀល ជារៀងរាល់ខែរយៈពេល 24 ខែដើម្បីបញ្ចប់ការទូទាត់។ ចូររកអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ?

(ចម្លើយ 4%)

លំហាត់ទី 2

មនុស្សម្នាក់បានទិញម៉ាស៊ីនមួយគ្រឿងតម្លៃ 3 000 000 រៀល ដោយការបង់រំលោះ។ បន្ទាប់ពីការបង់ប្រាក់ដំបូងរួច គាត់ត្រូវបង់ប្រាក់ចំនួន 116 000 រៀល ប្រចាំខែសម្រាប់ 24 ខែ ដើម្បីបញ្ចប់ការបង់ប្រាក់នេះ។ បើអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំគឺ 15% ចូររកប្រាក់ដំបូងដែលគាត់បានបង់?

(ចម្លើយ 858461 រៀល)

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

(ក) ប្រាក់សរុបដែលគាត់ត្រូវបង់គឺ

$120\,000 \times 10 + 150\,000$

$= 1\,350\,000$ ៛

ដូចនេះ ប្រាក់ដែលគាត់ត្រូវបង់បន្ថែមគឺ

$1\,350\,000 - 1\,080\,000 = 270\,000$៛

ហើយ $\frac{270000}{1080000} \times 100 = 25\%$ នៃប្រាក់ដើម

ចម្លើយ $270\,000$៛, 25%

(ខ) ប្រាក់សរុបដែលគាត់ត្រូវបង់គឺ

$225\,000 \times 12 + 450\,000$

$= 3\,150\,000$ ៛

ដូចនេះ ប្រាក់ដែលគាត់ត្រូវបង់បន្ថែមគឺ

$3\,150\,000 - 2\,700\,000 = 450\,000$ ៛

ហើយ $\frac{450000}{2700000} \times 100 = 16.67\%$ នៃប្រាក់ដើម

ចម្លើយ $450\,000$៛, 16.67%

សម្គាល់ថាចម្លើយ (ខ) យើងអាចយកចម្លើយ 17% និង 16.7% ទាំងពីរនេះគឺត្រឹមត្រូវដូចគ្នា

ប្រតិបត្តិ : រកចំនួនប្រាក់បន្ថែមដែលអ្នកត្រូវចំណាយតាមការទិញបណ្ដាក់និងបង្ហាញចំនួនប្រាក់បន្ថែមជាភាគរយនៃតម្លៃទិញមិនបណ្ដាក់នីមួយៗដូចខាងក្រោម :

	តម្លៃទិញមិនបណ្ដាក់	ការព្រមព្រៀងគ្នាទិញបណ្ដាក់		
		ប្រាក់កក់	ប្រាក់សងរំលួសប្រចាំខែ	ចំនួនខែនៃការសងរំលួស
ក.	1 080 000៛	150 000៛	120 000៛	10
ខ.	2 700 000៛	450 000៛	225 000៛	12

លំហាត់

1. ចូររកតម្លៃ x ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម

ក. $4:7 = x:5$ ខ. $x:8 = 99:5$ គ. $1km : 32m = 250g : xg$ ។

2. ក. គេឱ្យ $a:b = 5:18$ និង $a+b = 138$ ចូររកតម្លៃនៃ b ។

ខ. គេឱ្យ $x:y = 3:5$ និង $x+y = 200$ ចូររកតម្លៃនៃ x ។

3. បើ a , b , c និង d ជាចំនួនវិជ្ជមាន ។ បង្ហាញលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ដូចខាងក្រោម

ក. $ad = bc$ ខ. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ គ. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ ឃ. $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

ង. $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ច. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ឆ. បើ $c \neq d$ នោះ $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a}{c}$

ជ. បើ $a \neq b$ និង $c \neq d$ នោះ $\frac{a+b}{a-b} = \boxed{\frac{c+d}{c-b}}$

ត្រឹមត្រូវ: $\frac{c+d}{c-b}$ $\frac{c+d}{c-d}$

4. គេឱ្យ $a:b:c = 6:7:9$

ក. រកតម្លៃនៃ a និង c បើ $b = 21cm$

ខ. រកតម្លៃនៃ a និង b បើ $c = 720g$

5. ក. គេឱ្យ $a:b:c = 7:13:20$ និង $a+b+c = 520$៛ ។ ចូររកតម្លៃនៃ a , b និង c ។

ខ. គេឱ្យ $x:y:z = 6:8:15$ និង $z-y = 98g$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ x , y និង z ។

គ. គេឱ្យ $a:b:c = 4:6:9$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ $a+b+c$ បើ $b-a = 34m$ ។

6. ចូររកតម្លៃនៃ

ក. សៀវភៅសរសេរ 12ក្បាល បើសៀវភៅសរសេរ 6ក្បាលថ្លៃ 4800៛ ដោយដឹងថាសៀវភៅសរសេរនីមួយៗមានតម្លៃដូចគ្នា ។

40

13rd-16th Period

ចម្លើយ

1. (ក) $x = \frac{20}{7}$ (ខ) $x = \frac{792}{5}$ (គ) $x = 8$

2 (ខ) $b = 108$ (ខ) $x = 75$

3. (ក) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} \times bd = \frac{c}{d} \times bd \Leftrightarrow ad = bc$

(ខ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \times \frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

(គ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} \times \frac{d}{a} = \frac{c}{d} \times \frac{d}{a} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

(ឃ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \Leftrightarrow ad \times \frac{1}{ac} = bc \times \frac{1}{ac}$

$\Leftrightarrow \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

(ង) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

(ច) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

(ឆ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (តាម (ច))

$\Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{c}{a}$ (តាម (ឃ))

(ជ) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{c}{a}$ (តាម (ឆ))

$\Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d}$ (តាម (ច))

$\Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$

(តាម (ង), $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$)

$\Leftrightarrow \frac{a-b}{c-d} \times \frac{c+d}{a-b} = \frac{a+b}{c+d} \times \frac{c+d}{a-b}$

$\Leftrightarrow \frac{c+d}{c-d} = \frac{a+b}{a-b}$

4. $a:b:c = 6:7:9$

$\Rightarrow a:b = 6:7, \quad b:c = 7:9, \quad a:c = 6:9$

(ក) $b = 21 \Leftrightarrow a:21 = 6:7$ និង $21:c = 7:9$

$\Leftrightarrow a = 18$ និង $c = 3$

(ខ) $c = 720$ g $\Leftrightarrow b:720 = 7:9$ និង $a:720 = 6:9$

$\Leftrightarrow a = 480$ g និង $b = 560$ g

មេរៀនទី ៣

ខ. តែ $10kg$ បើតែ $3kg$ ថ្លៃ 45 000៛ ។

គ. ស្ករស $x\,kg$ បើស្ករស $y\,kg$ ថ្លៃ z រៀល ។

7. $\frac{5}{9}$ នៃកំណាត់មួយដុំមានប្រវែង $7m$ ។ តើ $\frac{2}{7}$ នៃកំណាត់មួយដុំនេះមានប្រវែងប៉ុន្មានម៉ែត្រ ?

8. នៅក្នុងរោងចក្រមួយ កម្មករ 25 នាក់ធ្វើការ 26 ម៉ោងអាចផលិតស្បែកជើងបាន 1300 គូ ។ តើកម្មករដដែលនេះត្រូវធ្វើការប៉ុន្មានម៉ោងនឹងអាចផលិតបានស្បែកជើង 450 គូ ?

9. កម្មការីនី 12 នាក់ធ្វើការ 7 ម៉ោងក្នុងមួយថ្ងៃអាចបញ្ចប់ការងារមួយក្នុងរយៈពេល 8 ថ្ងៃ ។ តើកម្មការីនី 16 នាក់ត្រូវការប៉ុន្មានម៉ោងក្នុងមួយថ្ងៃ ដើម្បីបញ្ចប់ការងារដដែលនេះក្នុងរយៈពេល 16 ថ្ងៃ ?

10. គេដឹងថាប្រេងសាំងមានតម្លៃ 3 750៛ ក្នុងមួយលីត្រ ហើយចាក់ឱ្យពេញធុងមួយអស់ប្រាក់ 112 500៛ ។ បើនៅពេលឥឡូវនេះប្រេងសាំងត្រូវបានដំឡើងថ្លៃ 210៛ ក្នុងមួយលីត្រ ។ ចូរគណនាតម្លៃប្រេងសាំងចាក់ពេញធុងនៅពេលឥឡូវនេះ ។

11. មីងសាន្តបានចែកប្រាក់ឱ្យកូនបីនាក់ A , B និង C មានអាយុ 14 ឆ្នាំ 16 ឆ្នាំនិង 18 ឆ្នាំរៀងគ្នា ។ ដោយដឹងថាចំណែកម្នាក់ៗសមាមាត្រនឹងអាយុរបស់ពួកគេហើយចំណែក A ទទួលបាន 105000៛ ។ គណនាចំនួនប្រាក់សរុបដែលគាត់បានចែកនិងចំណែក B និង C ដែលម្នាក់ៗទទួលបាន ។

12. ពូឡោះបានចែកប្រាក់មួយចំនួនឱ្យកូនរបស់គាត់បីនាក់ X , Y និង Z តាមផលធៀប 7:5:4 ។ បើ X ទទួលបានច្រើនជាង Y ចំនួន 3200$ ។ តើប្រាក់ទាំងអស់ដែលពូឡោះបានចែកឱ្យកូនរបស់គាត់មានចំនួនប៉ុន្មានដុល្លា ?

13. អ្នកចំការម្នាក់មានចំការមួយរាងការេនិងចំការពីរទៀតរាងចតុកោណកែង ដោយផ្ទៃក្រឡាចំការសមាមាត្ររៀងគ្នានឹង 12 49 និង 28 ។

ក. ផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃចំការទាំងបីមាន 2 ហិចតា 67 អា ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចំការនីមួយៗ ។

ខ. រកប្រវែងជ្រុងនៃចំការទី 1 រាងការេ ។ (1 ហិចតា = 100 អា) និង 1 អា = 100 m^2

គ. បណ្តោយនៃចំការទី 2 មានប្រវែងស្មើនឹង 3 ដងប្រវែងទទឹង ។ ចូររកវិមាត្រទាំងពីរនៃចំការនេះ ។

ឃ. វិមាត្រនៃចំការទីបីគឺសមាមាត្រនឹង 7 នឹង 3 ។ ចូររកវិមាត្រទាំងពីរនៃចំការនេះ ។

14. ក. បណ្ណាល័យនៅក្នុងសាលារៀនមួយ មានសៀវភៅអាន 28% ជាសៀវភៅប្រលោមលោកនិងសៀវភៅនៅសល់ពីនេះមិនមែន ជាសៀវភៅប្រលោមលោក ។ គេដឹងថាសៀវភៅមិនមែនជា

5. (ក) $a : b : c = 7 : 13 : 20$

$\Rightarrow a : b = 7 : 13, \quad a : c = 7 : 20$

$\Rightarrow b = \frac{13}{7}a \quad , \quad c = \frac{20}{7}a$

$\Rightarrow a + b + c = a + \frac{13}{7}a + \frac{20}{7}a = \frac{40}{7}a$

$\Rightarrow \frac{40}{7}a = 520 \Rightarrow a = 91$

$\Rightarrow b = \frac{13}{7} \times 91 = 169, \; c = \frac{20}{7} \times 91 = 260$

ចម្លើយ: $a = 91$៛ , $b = 169$៛ , $c = 260$៛

(ខ) $x : y : z = 6 : 8 : 15$

$\Rightarrow x : y = 6 : 8 \quad x : z = 6 : 15$

$\Rightarrow y = \frac{4}{3}x \; , \quad z = \frac{5}{2}x$

$\Rightarrow z - y = \frac{5}{2}x - \frac{4}{3}x = \frac{7}{6}x$

$\Rightarrow \frac{7}{6}x = 98 \Rightarrow x = 84$

$\Rightarrow y = \frac{4}{3} \times 84 = 112, \; z = \frac{5}{2} \times 84 = 210$

ចម្លើយ: $x = 94g$, $y = 112g$, $z = 210g$

(គ) $a : b : c = 4 : 6 : 9$

$\Rightarrow a : c = 4 : 9, \quad b : c = 6 : 9$

$\Rightarrow a = \frac{4}{9}c \; , \quad b = \frac{6}{9}c$

$\Rightarrow b - a = \frac{6}{9}c - \frac{4}{9}c = \frac{2}{9}c$

$\Rightarrow \frac{2}{9}c = 34 \Rightarrow c = 153$

$\Rightarrow \alpha = \frac{4}{9} \times 153 = 68, b = \frac{6}{9} \times 153 = 102$

$\Rightarrow a + b + c = 68 + 102 + 153 = 323$

ចម្លើយ: <u>323 m</u>

6. (ក) តាង x ជាតម្លៃនៃសៀវភៅសរសេរ 12 ក្បាល។ នោះ: $\frac{x}{12} = \frac{4800}{6}$

ដូចនេះ $x = 9600$

ចម្លើយ: 9600 ៛

(ខ) តាង x ជាតម្លៃនៃតែ 10kg

នោះ: $\frac{x}{10} = \frac{45\,000}{3}$

ដូចនេះ $x = 150\,000$

ចម្លើយ: 150 000 ៛

(គ) តាង w ជាតម្លៃនៃស្ករ x kg

នោះ: $\frac{w}{x} = \frac{z}{y}$

ដូចនេះ $w = \frac{xz}{y}$ ចម្លើយ: $\frac{xz}{y}$ ៛

7. តាង x ជាប្រវែងនៃវត្ថុ

នោះ: $\frac{5}{9} : 7 = \frac{2}{7} : x$

$\Leftrightarrow \quad x = 7 \times \frac{2}{7} \Leftrightarrow x = \frac{18}{5}$

ចម្លើយ: $\frac{18}{5}$ (ឬ 3.6) ម៉ែត្រ

8. តាង x ជាម៉ោងធ្វើការសម្រាប់ផលិតស្បែកជើង 450 គូ។

នោះយើងបាន $\frac{x}{450} = \frac{26}{1300}$

ដូចនេះ $x = 9$

ចម្លើយ: 9 ម៉ោង

9. ម៉ោងធ្វើការសរុបគឺ

12 នាក់ × 7 ម៉ោង × 8 ថ្ងៃ = 672 ឯកតា

តាង x ជាម៉ោងធ្វើការប្រចាំថ្ងៃសម្រាប់អ្នកធ្វើការ 16 នាក់ ក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 672 ឯកតា ធ្វើការក្នុងរយៈពេល 16 ថ្ងៃ។

យើងបាន 16 នាក់ × x ម៉ោង × 16 ថ្ងៃ = 672 ឯកតា → $x = \frac{21}{8}$

ចម្លើយ: $\frac{21}{8}$ ម៉ោង

10. តាង x ជាតម្លៃនៃប្រេង បើតម្លៃប្រេងក្នុងមួយឯកតាគឺ 3750 + 210 = 3960 រៀល។ ចំណុះធុងត្រូវបានគណនាដោយ (តម្លៃនៃប្រេងសរុប) ÷ (តម្លៃឯកតា)

ដូចនេះ $\frac{x}{3960} = \frac{112500}{3750}$

នាំឱ្យតម្លៃនៃប្រេងដើម្បីចាក់បំពេញធុងគឺ $x = 118800$

ចម្លើយ: 118800 រៀល

ចម្លើយផ្សេងទៀត

ចំណុះធុង

112500 ÷ 3750 = 30 លីត្រ

បើតម្លៃប្រេងឡើងថ្លៃ 210 រៀល ក្នុងមួយលីត្រ នោះប្រេង 30 លីត្រមានតម្លៃ

(3750 + 210) × 30 = 118800

ចម្លើយ: 118800 រៀល

11. សមាមាត្រនៃទឹកប្រាក់ដែល A B និង C ទទួលបាន អាចសរសេរជា: $A : B = 14 : 16$ និង $A : C = 14 : 20$

ឬ $B = \frac{16}{14}A = \frac{8}{7}A,\ C = \frac{20}{14}A = \frac{10}{7}A$

ដោយ A ទទួលបាន 105000 រៀល

$B = \frac{8}{7}A = \frac{8}{7} \times 105000 = 120000$

$C = \frac{10}{7}A = \frac{10}{7} \times 105000 = 150000$

ចម្លើយ : B = 120000 ៛, C = 150000 ៛

12. $X : Y : Z = 7 : 5 : 4$ និង $X - Y = 3200$

ដូចនេះ $X : Z = 7 : 4$ និង $Y : Z = 5 : 4$

$\Rightarrow X = \frac{7}{4}Z$ និង $Y = \frac{5}{4}Z$

$\Rightarrow X - Y = \frac{7}{4}Z - \frac{5}{4}Z = \frac{1}{2}Z = 3200$

$\Rightarrow Z = 6400$

$\Rightarrow X = \frac{7}{4}Z = 11200$, និង

$Y = \frac{5}{4}Z = 8000$

$\Rightarrow X + Y + Z = 11200 + 8000 + 6400$

$= 25600$

ចម្លើយ: $ 25600

13. តាង A B និង C ជាកសិដ្ឋានបីដូចក្នុងសំណួររៀងគ្នា

(ក) $A : B : C = 12 : 49 : 28$

$\rightarrow A : B = 12 : 49$ និង $A : C = 12 : 28$

$\rightarrow B = \frac{49}{12}A$ និង $C = \frac{28}{12}A$

$\rightarrow A + B + C = A + \frac{49}{12}A + \frac{28}{12}A = 267$

(2 h 67 a = 267 a).

$\rightarrow \frac{89}{12}A = 267 \rightarrow A = 267 \times \frac{12}{89} = 36$

$\rightarrow B = \frac{49}{12}A = \frac{49}{12} \times 36 = 147$ និង

$C = \frac{28}{12}A = \frac{28}{12} \times 36 = 84$

ចម្លើយ: 36 a, 147 a, 84 a

(ខ) ដោយ $36\ a = 3600\ m^2$ នោះជ្រុងនៃការេស្មើនឹង 60 m

ចម្លើយ: 60 m

(គ) បើទទឹង នៃកសិដ្ឋានទី 2 គឺ x m នោះបណ្ដោយគឺ $3x$ m។

ដោយ $147\ a = 14700\ m^2$យើងបាន

$x \times 3x = 14700 \rightarrow 3x^2 = 14700$

$\rightarrow x^2 = 4900 \rightarrow x = 70$

ចម្លើយ: 70 m

សៀវភៅប្រលោមលោកមាន 1980 ក្បាល ច្រើនជាងសៀវភៅប្រលោមលោក ។ រកចំនួនសៀវភៅអានប្រភេទនីមួយៗនិងចំនួនសៀវភៅអានទាំងអស់នៅក្នុងបណ្ណាល័យ ។

ខ. បណ្ណាល័យបានសម្រេចចិត្តបង្កើនចំនួនសៀវភៅមិនមែនជាប្រលោមលោក $7\frac{1}{2}$ % ដោយមានតម្លៃមធ្យម 7500 ៛ ក្នុងមួយក្បាលនិងចំនួនសៀវភៅប្រលោមលោក 5% ដោយមានតម្លៃ 2250 ៛ ក្នុងមួយក្បាល ។ ចូរគណនា

(i) តម្លៃទាំងអស់នៃសៀវភៅថ្មី

(ii) ភាគរយកើនចំនួនសៀវភៅអានទាំងអស់ក្នុងបណ្ណាល័យ ។

15. លោកសុង លោកចេន និងលោកស្រីភី ធ្វើវិនិយោគ 800 000$, 900 000$ និង 1 100 000$ រៀងគ្នានៅក្នុងជំនួញ ។ នៅក្នុងឆ្នាំពិសេសមួយ គេរកប្រាក់ចំណេញបាន 250 000$ ហើយចំណាយអស់ 20% នៃប្រាក់ចំណេញ ។ លោកសុងចាប់ផ្ដើមជាអ្នកគ្រប់គ្រងប្រាក់ 16% នៃប្រាក់ចំណេញនៅសល់ពីចំណាយ ហើយប្រាក់នៅសល់ត្រូវបានចែកជាបីចំណែកដែលសមាមាត្រនឹងដើមទុនដាក់ធ្វើវិនិយោគរបស់ពួកគេ ។ រកប្រាក់ចំណេញដែលម្នាក់ៗទទួលបាន ។

16. មីងជូនផ្ញើរប្រាក់មួយចំនួននៅក្នុងធនាគារមួយ ។ បើអត្រាការប្រាក់នៃធនាគារនោះថយចុះពី 15% ក្នុងមួយឆ្នាំទៅ 13% ក្នុងមួយឆ្នាំ ការប្រាក់របស់មីងជូនថយចុះ 200 000 ៛ ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ រកប្រាក់ដើមដែលគាត់បានផ្ញើនៅក្នុងធនាគារនោះ ។

17. រកការប្រាក់សមាសលើប្រាក់

ក. 1 800 000 ៛ សម្រាប់ 2 ឆ្នាំដោយអត្រា 10% បានបន្ថែមលើប្រាក់ដើមជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

ខ. 2 800 000 ៛ សម្រាប់ 3 ឆ្នាំដោយអត្រា 11% បានបន្ថែមលើប្រាក់ដើមជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

18. ពូស្រៀនបានចងការប្រាក់ឱ្យគេចំនួន 20 000 000 ៛ ជាការប្រាក់សមាសដោយអត្រា 15% បានបន្ថែមលើប្រាក់ដើមប្រចាំឆ្នាំ ។ ចូររកចំនួនប្រាក់សរុបនៅដំណាច់ឆ្នាំទី 3 ។

19. ពូគាបានទិញម៉ាស៊ីនត្រជាក់មួយគ្រឿងថ្លៃ 2 700 000 ៛ ។ គាត់បង់ប្រាក់ 20% ហើយប្រាក់នៅជំពាក់ មិនទាន់សងថែមការប្រាក់ក្នុងរយៈពេល 48 ខែ ។ ការប្រាក់លើប្រាក់ដែលនៅជំពាក់ ត្រូវបានយកដោយអត្រា 10% ។

ក. រកតម្លៃនៃការសងរំលួសប្រចាំខែរបស់គាត់ ។

ខ. រកចំនួនប្រាក់ដែលគាត់សន្សំបានដោយការទិញមិនបណ្ដាក់ ។

សំណួរនេះមិនអាចមានចម្លើយទេពីព្រោះប្រយោគ មិនច្បាស់លាស់ពីអ្វីដែលត្រូវរក

(ឃ) បើវិមាត្រទាំង 2 នៃកសិដ្ឋានទី 3 គឺ p និង q នោះ

$p : q = 7 : 3 \rightarrow q = \frac{3}{7}p$

ដោយ $84\ a = 8400\ m^2$,

$pq = 8400$

$\rightarrow p \times \frac{3}{7}q = \frac{3}{7}p^2 = 8400$

$\rightarrow p^2 = 19600 \rightarrow p = 140$

$\rightarrow q = \frac{3}{7}p = \frac{3}{7} \times 140 = 60$

ចម្លើយr: 140 m និង 60 m

14. (ក) តាង M និង N ជាចំនួនសៀវភៅប្រលោមលោក និងសៀវភៅផ្សេងទៀតរៀងគ្នា នោះយើងបាន

$M : N = 28 : 72$ និង $N - M = 1980$

ដូចនេះ $N = \frac{72}{28}M = \frac{18}{7}M$

$N - M = \frac{18}{7}M - M = \frac{11}{7}M$

$= 1980$

ដូចនេះ $M = \frac{7}{11} \times 1980 = 1260$

$N = \frac{18}{7}M = \frac{18}{7} \times 1260 = 3240$

$M + N = 1260 + 3240 = 4500$

ចម្លើយ:សៀវភៅប្រលោមលោក 1260ក្បាល និង សៀវភៅផ្សេងទៀត 3240ក្បាល សរុប 4500ក្បាល

(ខ) 5% នៃចំនួនសៀវភៅប្រលោមលោកគឺ $1260 \times \frac{5}{100} = 63$

7.5% នៃចំនួនសៀវភៅផ្សេងទៀតគឺ $3240 \times \frac{7.5}{100} = 243$។

(i) តម្លៃសរុបគឺ $63 \times 2250 + 243 \times 7500 = 1\ 964\ 250$

ចម្លើយ: 1 964 250 ៛

(ii) កំណើនចំនួនសៀវភៅអានគឺ 63 + 243 = 306។
ដូចនេះភាគរយនៃកំណើនចំនួនសៀវភៅអានគឺ
$\frac{306}{4500} \times 100 = 6.8\%$

ចម្លើយ 6.8%

15. គេចំណាយ 20% នៃ 250000 = 50000 \$ ពីប្រាក់ចំណេញ ហើយប្រាក់នៅសល់គឺ 250000 – 50000 = 200000 \$ ។
លោក សុង គ្រប់គ្រងទឹកប្រាក់ 16% នៃ 200000=32000 \$
នោះទឹកប្រាក់នៅសល់ 200000 – 32000 = 168000 \$។
អ្នកទាំងបីចែកទឹកប្រាក់នេះជាសមាមាត្រនៃ
800000 : 900000 : 1100000 = 8 : 9 : 11
តាង A, B, C ជាទឹកប្រាក់របស់លោក សុង លោក ចេង និង លោកស្រី ភី ទទួលបានរៀងគ្នា។ នោះយើងបាន
$A : B : C = 8 : 9 : 11$
នាំឱ្យ $A : B = 8 : 9$ និង $A : C = 8 : 11$
នាំឱ្យ $B = \frac{9}{8}A$ និង $C = \frac{11}{8}A$
ដោយ $A + B + C = 168\ 000$
$A + \frac{9}{8}A + \frac{11}{8}A = 168\ 000$ នាំឱ្យ $\frac{7}{2}A = 168\ 000$
នាំឱ្យ $A = 48000$
នាំឱ្យ $B = \frac{9}{8}A = 54000$ និង $C = \frac{11}{8}A = 66000$

ចម្លើយ លោក សុង 48000\$ លោក ចេង 54000\$
និង លោស្រី ភី 66000\$

16. តាង P ជាប្រាក់ដើម បើការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំគឺ 15% និង 13% នៃប្រាក់ដើម P នោះការប្រាក់នឹងទៅជា 0.15P និង 0.13P រៀងគ្នា។
ដោយផលដកការប្រាក់ទាំងពីរគឺ 200 000៛
ដូចនេះ
0.15 – 0.13P = 200 000
0.02P = 200 000
P = 10 000 000

ចម្លើយ: 10 000 000 រៀល

17. (ក) ឆ្នាំទី 1
$1\ 800\ 000 \times \frac{110}{100} = 1\ 980\ 000$
ឆ្នាំទី 2
$1\ 980\ 000 \times \frac{110}{100} = 2\ 178\ 000$

ចម្លើយ 2 178 000 ៛

(ខ) ឆ្នាំទី 1
$2\ 800\ 000 \times \frac{111}{100} = 3\ 108\ 000$
ឆ្នាំទី 2
$3\ 108\ 000 \times \frac{111}{100} = 3\ 449\ 880$
ឆ្នាំទី 3
$3\ 418\ 800 \times \frac{111}{100} = 3\ 829\ 366.8$

ចម្លើយ 3 829 366.8៛

18. ឆ្នាំទី 1
$20\ 000\ 000 \times \frac{115}{100} = 23\ 000\ 000$
ឆ្នាំទី 2
$23\ 000\ 000 \times \frac{115}{100} = 26\ 450\ 000$
ឆ្នាំទី 3
$26\ 450\ 000 \times \frac{115}{100} = 30\ 417\ 500$

ចម្លើយ: 30 417 500 ៛

19. (ក) 20% នៃ 2 700 000 = 540 000 ដូចនេះ គាត់ត្រូវបង់
2 700 000 – 540 000 = 2 160 000 រៀល
រំលោះរយៈពេល 48 ដង ដោយអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ 10%។
ដូចនេះ ចំនួនទឹកប្រាក់ដែលគាត់ត្រូវបង់ប្រចាំខែគឺ
$2\ 160\ 000 \times \frac{110}{100} \div 48 = 49500$ រៀល

ចម្លើយ 49500 រៀល

(ខ) (ប្រយោគនៃសំណួរនេះមិនច្បាស់លាស់គ្រប់គ្រាន់ធ្វើឱ្យយើងអាចរកចម្លើយបានទេ)

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

លំហាត់បន្ថែម និងចម្លើយផ្សេងទៀតដែលទាក់ទងនិងភាគរយ

ឧទាហរណ៍ទី 1 (សមាមាត្រ)

បើ $A : B : C = 4 : 5 : 6$ និង $A + B + C = 135$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ A, B, និង C

ចម្លើយ 1

វិធីងាយស្រួលក្នុងការចែក $A : B : C = 4 : 5 : 6$ ទៅជា $A : B = 4 : 5$ និង $A : C = 4 : 6$

ដូចនេះ យើងបង្ហាញ B និង C ដោយប្រើ A

$$A : B = 4 : 5 \quad \Leftrightarrow \quad 4B = 5A \quad \Leftrightarrow \quad B = \frac{5}{4}A$$

$$A : C = 4 : 6 \quad \Leftrightarrow \quad 4C + 6A \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{6}{4}A$$

នាំឱ្យ

$$A + B + C = 135 \Leftrightarrow A + \frac{5}{4}A + \frac{6}{4}A = 108 \Leftrightarrow \frac{15}{4}A = 135 \Leftrightarrow A = 135 \times \frac{4}{15} = 36$$

ដូចនេះ $B = \frac{5}{4}A = \frac{5}{4} \times 36 = 45$ និង $C = \frac{6}{4}A = \frac{3}{2} \times 36 = 54$

ចម្លើយ $A = 36$ $B = 45$ និង $C = 54$

ចម្លើយ 2

តម្លៃពិតនៃ A, B និង C អាចសរសេរជាដោយប្រើ k គឺ

$A = 4k,\quad B = 5k$ និង $C = 6k$

ហើយ

$A + B + C = 4k + 5k + 6k = 15k$

ដូចនេះ

$15k = 135 \quad \Leftrightarrow \quad k = 135 \div 15 = 9$

$\Leftrightarrow \quad A = 4 \times 9 = 36$

$B = 5 \times 9 = 45$

$C = 6 \times 9 = 54$

> សម្គាល់
> If $A = 4k$, $B = 5k$ និង $C = 6k$ ហើយ
> $A : B : C = 4k : 5k : 6k = 4 : 5 : 6$។
> យើងអាចក៏អាចផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយជំនួស $k = 1, 2, 3, \ldots$

ចម្លើយ $A = 36$, $B = 45$ និង $C = 54$

លំហាត់ទី 1: ដោះស្រាយលំហាត់ខាងក្រោមដោយប្រើចម្លើយ 1 និងចម្លើយ 2 ខាងលើ

(1) បើ $A : B : C = 8 : 6 : 9$ និង $A + B = C = 77$ ។ ចូរកតម្លៃនៃ A B និង C?

(2) បើ $A : B : C = 2 : 8 : 12$ និង $A + C = 120$។ ចូរកតម្លៃនៃ A B និង C?

ចម្លើយ: (1)$A = 56$, $B = 42$,$C = 63$ (2) $A = 16$, $B = 64$, $C = 104$

ឧទាហរណ៍ 2 (ភាគរយ)

បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 2 000 ដុល្លារពីធនាគារមួយសម្រាប់ 3 ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមាស 5%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 3?

ចម្លើយ 1 (ចម្លើយក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោល)

ការប្រាក់ក្នុងឆ្នាំទី 1 $2000 \times \frac{5}{100} = 100$ \$

ការប្រាក់ក្នុងឆ្នាំទី 2 $(2000 + 100) \times \frac{5}{100} = 105$ \$

ការប្រាក់ក្នុងឆ្នាំទី 3 $(2000 + 100 + 105) \times \frac{5}{100} = 110.25$ \$

ដូចនេះ ប្រាក់ដែលត្រូវសងទៅធនាគារនៅចុងឆ្នាំទី 3 គឺ

$2000 + 100 + 105 + 110.25 = 2315.25$

ចម្លើយ 2315.25 \$

ចម្លើយ 2

តាមការពន្យល់នៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូ (សូមមើលផ្នែកខាងក្រោមនៃទំព័រការប្រាក់សមាស)។ បើអត្រាការប្រាក់សមាស R ត្រូវបានអនុវត្តទៅលើប្រាក់ដើម P សម្រាប់ n ឆ្នាំ ។ ប្រាក់សរុបនឹងបង្ហាញតាមរូបមន្តខាងក្រោមៈ

$$\mathbf{P}\left(\mathbf{1}+\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{100}}\right)^{n}$$

យើងបាន

$$= 2000\left(1+\frac{5}{100}\right)^{3} = 2000\times 1.05^{3} = 2000\times 1.157625 = 2315.25$$

ចម្លើយ: 2315.25 \$

លំហាត់ទី 2 ដោះស្រាយលំហាត់ខាងក្រោមដោយប្រើចម្លើយ 1 និងចម្លើយ 2 ខាងលើ (ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខបាបើសិនជាត្រូវការ)

(1) បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 1500 ដុល្លារពីធនាគារមួយសម្រាប់ 2 ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមាស 4%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 2?

(2) បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 50000 ដុល្លារពីធនាគារមួយសម្រាប់ 3 ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមាស 8%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 3? **ចម្លើយ**: (1) 16224\$ (2) 62985.6\$

លំហាត់ទី 3 បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ពីធនាគារមួយដោយមានអត្រាការប្រាក់សមាស 4%ជារៀងរាល់ឆ្នាំហើយគាត់ត្រូវសងប្រាក់វិញ 29160\$ នៅចុងឆ្នាំទី២។ តើគាត់បានខ្ចីប្រាក់ពីធនាគារចំនួនប៉ុន្មាន?ចម្លើយ 25000\$

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ សមាមាត្រ និងភាគរយ (1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្ដល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ចូររកតម្លៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន x (4 ពិន្ទុ $\times$ 4 = 16 ពិន្ទុ)

   (1) $5 : x = 20 : 16$ (2) $x : 18 = 2 : x$

   (3) $\frac{x}{12} = \frac{35}{28}$ (4) $\frac{4}{x} = \frac{x}{16}$

2. ឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖ (6 ពិន្ទុ $\times$ 4 = 24 ពិន្ទុ)

   (1) បើ $A : B : C = 3 : 5 : 8$ និង $A + B + C = 192$។ ចូររកតម្លៃនៃ A B និង C?

   (2) បើ $A : B : C =11 : 6 : 4$ និង $A + C = 60$។ ចូររកតម្លៃនៃ A B និង C?

   (3) បើ $A : B : C = 5 : 12 : 14$ និង $B – A = 63$។ ចូររកតម្លៃនៃ $A + B + C$?

   (4) បើ $A : B = 4 : 7$, $B : C = 8 : 5$ និង $B – A = 24$។ ចូររកតម្លៃនៃ $A + B + C$?

3. បើខ្មៅដៃ 60 ដើម មានតម្លៃ 18000 រៀល។ ចូររកតម្លៃនៃខ្មៅដៃចំនួន 90 ដើម? (6 ពិន្ទុ)

4. បុរសម្នាក់ធ្វើដំណើរដោយឡានពីកន្លែងមួយទៅកន្លែងមួយទៀត អស់រយៈពេល 1.5 ម៉ោង បើគាត់បើកក្នុងល្បឿន 60 kmក្នុង ១ម៉ោង។ ប្រសិនបើគាត់បើក 45 kmក្នុង១ម៉ោង តើគាត់ប្រើថេរៈវេលាប៉ុន្មាន? (6 ពិន្ទុ)

5. អ្នកលក់ម្នាក់បានទិញម៉ាស៊ីន១គ្រឿងតម្លៃ 2500 $ ហើយលក់វាចេញវិញក្នុងតម្លៃ 3250 $។ តើគាត់ចំណេញបានប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (6 ពិន្ទុ)

6. អ្នកលក់ម្នាក់បានលក់ម៉ាស៊ីន១គ្រឿងតម្លៃ 4250 $ ដោយចំណេញបាន 25% នៃតម្លៃដើម។ តើម៉ាស៊ីនមានថ្លៃដើមប៉ុន្មាន? (10 ពិន្ទុ)

7. បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 5 000 000រៀលពីធនាគារមួយសម្រាប់ 4ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមញ្ញ 15%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 4? (8 ពិន្ទុ)

8. បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 8 000 000 រៀល ពីធនាគារមួយសម្រាប់ 3 ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមាស 10%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 3? (12 ពិន្ទុ)

9. បុរសម្នាក់បានទិញម៉ាស៊ីន១គ្រឿងតម្លៃ 9 000 $ ដោយបង់រំលោះ។ បន្ទាប់ពីបង់ប្រាក់ដំបូង 4 680$ គាត់ត្រូវបង់ 252 $ ជារៀងរាល់ខែសម្រាប់រយៈពេល 24 ខែ ទើបបញ្ចប់ការបង់។ រកអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ? (12 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ចូររកតម្លៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន x (4 ពិន្ទុ × 4 = 16 ពិន្ទុ)

(1) $5 : x = 20 : 16$ (2) $x : 18 = 2 : x$

(3) $\frac{x}{12} = \frac{35}{28}$ (4) $\frac{4}{x} = \frac{x}{16}$

ចម្លើយ

(1) $5 : x = 20 : 16 \Leftrightarrow 20x = 5 \times 16 = 80 \Leftrightarrow x = 4$

(2) $x : 18 = 2 : x \Leftrightarrow x^2 = 18 \times 2 = 36 \Leftrightarrow x = 6$ (ព្រោះ x គឺជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន)

(3) $\frac{x}{12} = \frac{35}{28} \Leftrightarrow 28x = 12 \times 35 \Leftrightarrow x = \frac{12 \times 35}{28} = 15$

(4) $\frac{4}{x} = \frac{x}{16} \Leftrightarrow x^2 = 4 \times 16 = 64 \Leftrightarrow x = 8$ (ព្រោះ x គឺជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន)

ការដាក់ពិន្ទុ

4 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ

2. ឆ្លើយសំណួរខាងក្រោមៈ (6 ពិន្ទុ × 4 = 24 ពិន្ទុ)

(1) បើ $A : B : C = 3 : 5 : 8$ និង $A + B + C = 192$។ ចូររកតម្លៃនៃ A B និង C?

(2) បើ $A : B : C = 11 : 6 : 4$ និង $A + C = 60$។ ចូររកតម្លៃនៃ A B និង C?

(3) បើ $A : B : C = 5 : 12 : 14$ និង $B - A = 63$។ ចូររកតម្លៃនៃ $A + B + C$?

(4) បើ $A : B = 4 : 7$, $B : C = 8 : 5$និង $B - A = 24$។ ចូររកតម្លៃនៃ $A + B + C$?

ចម្លើយ

(1) $A : B : C = 3 : 5 : 8 \Rightarrow A : B = 3 : 5$ និង $A : C = 3 : 8$

$\Rightarrow 3B = 5A$ និង $3C = 8A \Rightarrow B = \frac{5}{3}A$ និង $C = \frac{8}{3}A$

$\Rightarrow A + B + C = A + \frac{5}{3}A + \frac{8}{3}A = \frac{16}{3}A \Rightarrow \frac{16}{3}A = 192 \Rightarrow A = 192 \times \frac{3}{16} = 36$

$\Rightarrow B = \frac{5}{3}A = 60$ និង $C = \frac{8}{3}A = 96$ **ចម្លើយ:** $A = 36, B = 60, C = 96$

(2) $A : B : C = 11 : 6 : 4 \Rightarrow A : B = 11 : 6$ និង $B : C = 6 : 4$

$\Rightarrow$ $6A = 11B$ និង $6C = 4B$ $\Rightarrow$ $A = \frac{11}{6}B$ និង $C = \frac{4}{6}B$

$\Rightarrow$ $A + C = \frac{11}{6}B + \frac{4}{6}B = \frac{15}{6}B = \frac{5}{2}B$ $\Rightarrow$ $\frac{5}{2}B = 60$ $\Rightarrow$ $B = 60 \times \frac{2}{5} = 24$

$\Rightarrow$ $A = \frac{11}{6}B = 44$ និង $C = \frac{4}{6}B = 16$ **ចម្លើយ:** $A = 44, B = 24, C = 16$

(3) $A : B : C = 5 : 12 : 14$ $\Rightarrow$ $A : C = 5 : 14$ និង $B : C = 12 : 14$

$\Rightarrow$ $14A = 5C$ និង $14B = 12C$ $\Rightarrow$ $A = \frac{5}{14}C$ និង $B = \frac{12}{14}C$

$\Rightarrow$ $B - A = \frac{12}{14}C - \frac{5}{14}C = \frac{7}{14}C = \frac{1}{2}C$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}C = 63$ $\Rightarrow$ $C = 126$

$\Rightarrow A = \frac{5}{14}C = 45$ និង $B = \frac{12}{14}C = 108$ **ចម្លើយ:** $A = 45, B = 108, C = 126$

(4) $A : B = 4 : 7$ $\Rightarrow$ $7A = 4B$ $\Rightarrow$ $A = \frac{4}{7}B$ $\Rightarrow$ $B - A = B - \frac{4}{7}B = \frac{3}{7}B$

$\Rightarrow$ $\frac{3}{7}B = 24$ $\Rightarrow$ $B = 56$ $\Rightarrow$ $A = \frac{4}{7}B = 32$

$B : C = 8 : 5$ $\Rightarrow$ $8C = 5B$ $\Rightarrow$ $C = \frac{5}{8}B = 35$

$\Rightarrow$ $A + B + C = 32 + 56 + 35 = 123$ **ចម្លើយ:** 123

ចម្លើយផ្សេងទៀត

(1) ដោយ $A : B : C = 3 : 5 : 8$ នោះ យើងអាចយក $A = 3k$, $B = 5k$ និង $C = 8k$។ នាំឱ្យ
$A + B + C = 192$ $\Rightarrow$ $3k + 5k + 8k = 192$ $\Rightarrow$ $16k = 192$ $\Rightarrow$ $k = 12$
ដូចនេះ $A = 3k = 36$, $B = 5k = 60$ និង $C = 8k = 96$

ចម្លើយ: $A = 36, B = 60, C = 96$

សំណួរទី (2), (3) និង (4) អាចដោះស្រាយតាមវិធីដូចគ្នានេះដែរ។

ការដាក់ពិន្ទុ

6 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ

3. បើខ្មៅដៃ 60 ដើម មានតម្លៃ 18000 រៀល។ ចូររកតម្លៃនៃខ្មៅដៃចំនួន 90 ដើម? (6 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ
ទំនាក់ទំនងនេះគឺជាសមាមាត្រស្រប
តាង x ជាតម្លៃនៃខ្មៅដៃចំនួន 90 ដើម។ នោះយើងបាន
$60 : 18\,000 = 90 : x \quad \Rightarrow \quad 60x = 18\,000 \times 90 \quad \Rightarrow \quad x = 27\,000$

ចម្លើយ 27 000 រៀល

ការដាក់ពិន្ទុ
6 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ
3 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស
0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

4. បុរសម្នាក់ធ្វើដំណើរដោយឡានពីកន្លែងមួយទៅកន្លែងមួយទៀត អស់រយៈពេល 1.5 ម៉ោង បើគាត់បើកក្នុងល្បឿន 60 kmក្នុង ១ម៉ោង។ ប្រសិនបើគាត់បើក 45 kmក្នុង១ម៉ោង តើគាត់ប្រើថេរៈវេលាប៉ុន្មាន? (6 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ
ទំនាក់ទំនងនេះគឺជាសមាមាត្រច្រាស
តាង x ជាថេរៈវេលា (ម៉ោង) ធ្វើដំណើរ ដោយល្បឿន 45 គីឡូម៉ែត្រក្នុងមួយម៉ោង ចម្ងាយដូចគ្នា ហើយគណនាដោយ (ល្បឿន) $\times$ (ថេរវេលា)។
ដូចនេះ $60 \times 1.5 = 45 \times x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{60 \times 1.5}{45} = 2$

ចម្លើយ 2 ម៉ោង

ការដាក់ពិន្ទុ
6 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ
3 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស
0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

5. អ្នកលក់ម្នាក់បានទិញម៉ាស៊ីន១គ្រឿងតម្លៃ 2500 $ ហើយលក់វាចេញវិញក្នុងតម្លៃ 3250 $។ តើគាត់ចំណេញបានប្រាក់ប៉ុន្មានភាគរយ? (6 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

ប្រាក់ចំណេញ = 3250 – 2500 = 750 $

ដូចនេះភាគរយនៃប្រាក់ចំណេញគឺ $\frac{750\times100}{2500} = 30$

ចម្លើយ 30%

ការដាក់ពិន្ទុ

6 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ

3 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

6. អ្នកលក់ម្នាក់បានលក់ម៉ាស៊ីន១គ្រឿងតម្លៃ 4250 $ ដោយចំណេញបាន 25% នៃតម្លៃដើម។ តើម៉ាស៊ីនមានតម្លៃដើមប៉ុន្មាន? (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង X ជាតម្លៃដើម នោះយើងបាន

$X \times (1 + \frac{25}{100}) = 4250 \quad \Rightarrow \quad X = 4250 \times \frac{100}{125} = 3400$

ចម្លើយ 3400 $

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ

4 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

7. បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 5 000 000រៀលពីធនាគារមួយសម្រាប់ 4ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមញ្ញ 15%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 4? (8 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

$5\,000\,000 + 5\,000\,000 \times \frac{15}{100} \times 4 = 5\,000\,000 + 3\,000\,000 = 8\,000\,000$

ចម្លើយ 8 000 000 ៛

ការដាក់ពិន្ទុ

8 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ

4 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

8. បុរសម្នាក់ខ្ចីប្រាក់ 8 000 000 រៀល ពីធនាគារមួយសម្រាប់ 3 ឆ្នាំដោយមានអត្រាការប្រាក់សមាស 10%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ តើគាត់ត្រូវសងប្រាក់ទៅធនាគារចំនួនប៉ុន្មាននៅចុងឆ្នាំទី 3? (12 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

$8\,000\,000 \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = 8\,000\,000 \times 1.1^3 = 8\,000\,000 \times 1.331 = 10\,648\,000$

ចម្លើយ: 10 648 000 ៛

ការដាក់ពិន្ទុ

12 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ

6 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

9. បុរសម្នាក់បានទិញម៉ាស៊ីន១គ្រឿងតម្លៃ 9 000 $ ដោយបង់រំលោះ។ បន្ទាប់ពីបង់ប្រាក់ដំបូង 4 680$ គាត់ត្រូវបង់ 252 $ ជារៀងរាល់ខែសម្រាប់រយៈពេល 24 ខែ ទើបបញ្ចប់ការបង់។ រកអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ? (12 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

បន្ទាប់ពីបង់ប្រាក់ដំបូង ប្រាក់ដែលនៅសល់គឺ: 9 000 – 4 680 = 4320 $

ប្រាក់សរុបដែលត្រូវបង់រំលោះគឺ 252 × 24 = 6048 $

ដូចនេះ ភាគរយនៃការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំគឺ $\frac{6048-4320}{4320} \times 100 = 40$

ចម្លើយ 40%

ការដាក់ពិន្ទុ

12 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ និងដំណើរការត្រឹមត្រូវ

6 ពិន្ទុ = ការគិតដំណើរការត្រឹមត្រូវ តែគណនាលេខខុស

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនធ្វើចម្លើយ

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះត្រូវរំលឹកគំនិតជាមូលដ្ឋានអំពីផលធៀប សមាមាត្រ និងភាគរយ ដូចជាអ្វីទៅជា A : B និងរបៀបក្នុងការគណនា A : B = C : D និងអ្វីទៅជា $a\%$នៃb។ សិស្សទាំងនេះមិនមានជំនាញការគណនា មូលដ្ឋានអំពីការគុណ និងការចែកដែលទាក់ទងនឹង ប្រភាគ និងទសភាគ។ ពួកគេត្រូវសិក្សាឡើងវិញនូវបញ្ញត្តិជាមូលដ្ឋានដែលគេបានរៀននៅថ្នាក់ទី ៦។
30 – 50	សិស្សទាំងនេះប្រហែលជាមានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋានស្តីពីផលធៀប សមាមាត្រ និងភាគរយ ប៉ុន្តែពួកគេមិនទំនងជាមិនបានដោះស្រាយលំហាត់សាមញ្ញដោយប្រើគំនិតទាំងនេះ។ ពួកគេត្រូវការអនុវត្តលំហាត់សាមញ្ញម្តងហើយម្តងទៀតដើម្បីឱ្យពួកគេមានជំនាញដោះស្រាយលំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋាន។
50 – 80	សិស្សទាំងនេះអាចមានជំនាញដោះស្រាយលំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋាន ប៉ុន្តែពួកគេមិនទាន់អាចដោះស្រាយលំហាត់ដូចជាសមាមាត្រច្រាស (ឧទាហរណ៍សំណួរទី 6 និងទី ១ នៅក្នុងការធ្វើសំណួរខ្លី) និងការគណនាដែលមានការលំបាកមួយចំនួន (ឧទាហរណ៍សំណួរ ៨) ។ ពួកគេត្រូវតែពង្រឹងជំនាញក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ តាមរយៈនៃការធ្វើលំហាត់ប្រភេទនេះទៀត។
80 – 100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានចំណេះដឹង និងកម្រិតជំនាញគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ទោះបីជាពួកគេធ្វើឱ្យមានកំហុស តិចតួច។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំលំហាត់កម្រិតខ្ពស់ជាងមុនជាច្រើនទៀត ដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់សិស្សកាន់តែស៊ីជម្រៅថែមទៀត។

មេរៀនទី 4 រង្វាស់រង្វាល់

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី4 "រង្វាស់រង្វាល់" មាន 3 ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- គណនាផ្ទៃក្រឡា និងមាឌ ទ្រង់ទ្រាយតូចបានត្រឹមត្រូវ
- គណនាម៉ាសនៃវត្ថុធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា និងធៀបនឹងមាឌបានត្រឹមត្រូវ
- គណនាល្បឿនមធ្យមបានត្រឹមត្រូវ។

ទោះបីជាវត្ថុបំណងបានបញ្ជាក់ពីការគណនាក៏ប៉ុន្តែ ការគណនាទៅលើឯកតាទាំងនេះមិនអាចកាត់ផ្ដាច់ពីជីវភាពរស់នៅទេ។ ដូចនេះវាមានសារៈសំខាន់ណាស់ដើម្បីឲ្យសិស្សអាចដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាដែលពួកគេជួបប្រទះក្នុងជីវភាពរស់នៅ។

ផែនការបង្រៀន

តាមបំណែកចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀននេះបានកំណត់ការបង្រៀន 8 ម៉ោងសិក្សាដូចមានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1 ដែលក្នុងនោះ 6 ម៉ោងសិក្សាសម្រាប់ខ្លឹមសារមេរៀន និង 2 ម៉ោងសិក្សាសម្រាប់លំហាត់។ មេរៀននេះទាក់ទងទៅនឹងខ្នាតសមាស។ ផ្នែកទី1.3 ទាក់ទងទៅនឹងដង់ស៊ីតេទាំងពីរគឺដង់ស៊ីតេផ្ទៃក្រឡា (ជាឧទាហរណ៍ kg/m^2) និងដង់ស៊ីតេមាឌ (ជាឧទាហរណ៍ kg/m^3) ហើយផ្នែកទី4 បកស្រាយអំពីល្បឿន(ជាឧទាហរណ៍ m/s)។

តារាងទី 1 ផែនការបង្រៀនមេរៀនរង្វាស់រង្វាល់

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរង	ទំព័រ	សកម្មភាព
3	1. ផ្ទៃក្រឡា និងមាឌ 2. ម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា	43 – 46	- សិក្សារបៀបរកផ្ទៃក្រឡា និងមាឌតាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ។ - សិក្សារបៀបរកម៉ាសនៃវត្ថុ (ជាឧទាហរណ៍ ក្រដាស) ចំពោះដង់ស៊ីតេផ្ទៃក្រឡាដែលស្គាល់។ - ធ្វើលំហាត់មូលដ្ឋាន
2	3 ម៉ាសធៀបនឹងមាឌ	46 – 48	- សិក្សារបៀបរកម៉ាសនៃវត្ថុ (ជាឧទាហរណ៍ ខ្សែភ្លើង) ចំពោះដង់ស៊ីតេមាឌដែលស្គាល់។ - ធ្វើលំហាត់មូលដ្ឋាន
1	4. ល្បឿនមធ្យម	48 – 49	- សិក្សារបៀបរក ល្បឿន ចម្ងាយ និងរយៈពេលតាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ។ - ធ្វើលំហាត់មូលដ្ឋាន
2	លំហាត់	50	- ធ្វើលំហាត់ទំព័រ 50

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

- ចាប់ផ្ដើមពីឧទាហរណ៍ងាយៗ និង លំហាត់ដែលមិនត្រូវការប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ព្រោះថាលំហាត់ក្នុងសៀវភៅភាគច្រើនមានការលំបាកស្មុគស្មាញ ហើយដែលធ្វើឱ្យសិស្សបាក់ទឹកចិត្តក្នុងការរៀនសូត្រអំពីរង្វាស់រង្វាល់នេះ។
- លើកទឹកចិត្តសិស្សឲ្យប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខនៅក្នុងថ្នាក់រៀនធ្វើឱ្យការសិក្សារបស់សិស្សមានទំនុកចិត្តក្នុងការគិត ជាជាងឱ្យពួកគេមានការលំបាកស្មុគស្មាញក្នុងការដោះស្រាយ ឧទាហរណ៍ និងលំហាត់ក្នុងសៀវភៅ។
- ឱ្យពួកគេប្រុងប្រយ័ត្នលើការប្រើប្រាស់ខ្នាតសមាស។ ទោះជាក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលផ្ដោតទៅលើម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡានៃក្រដាស (g/m^2) និងដង់ស៊ីតេធៀបនឹងខ្សែភ្លើង (g/m^3) ក៏នៅតែមានឧទាហរណ៍ដែលគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍ដូចជាដង់ស៊ីតេប្រជាជន (ចំនួនប្រជាជន/km^2)។ សៀវភៅគ្រូនេះបានរៀបចំ ឧទាហរណ៍ និងលំហាត់មួយចំនួនដើម្បីជួយជំរុញសិស្សក្នុងការសិក្សាខ្នាតសមាស។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

រាល់ការចាប់ផ្ដើមបង្រៀនសូមត្រួតពិនិត្យថាបើសិស្សរបស់អ្នកមានចំណេះដឹងខាងក្រោមនេះ នោះនឹងមិនមានសិស្សណាមានការលំបាកក្នុងការសម្រេចវត្ថុបំណងមេរៀននេះទេ។

1. **ផ្ទៃក្រឡា និងមាឌ**
   - ខ្នាតមូលដ្ឋានគ្រឹះ ប្រវែងមានដូចជា mm, cm, m ផ្ទៃក្រឡាមានដូចជា mm^2, cm^2, m^2 មាឌមានដូចជា mm^3, cm^3, m^3
   - អត្ថន័យ និងទំនាក់ទំនងរវាងខ្នាតខាងលើ

2. **ម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា**
   - ខ្នាតមូលដ្ឋានគ្រឹះ ម៉ាសមានដូចជា g, kg ; ដង់ស៊ីតេ ផ្ទៃក្រឡាមានដូចជា g/cm^2, g/m^2, kg/m^2។
   - អត្ថន័យ និងទំនាក់ទំនងរវាងខ្នាតសមាសខាងលើ

3. **ម៉ាសធៀបនឹងមាឌ**
   - ខ្នាតមូលដ្ឋានគ្រឹះ ដង់ស៊ីតេ មាឌមានដូចជា g/cm^3, kg/m^3
   - អត្ថន័យ និងទំនាក់ទំនងរវាងខ្នាតខាងលើ

4. **ល្បឿនមធ្យម**
   - ខ្នាតមូលដ្ឋានគ្រឹះ រយៈពេលមានដូចជា h, mn, s ល្បឿនមានដូចជា m/s, km/h។
   - បម្លែងខ្នាតរយៈពេល
   - អត្ថន័យ និងទំនាក់ទំនងរវាងខ្នាតខាងលើ។

ទំនាស់ខ្នាល់

ត្រូវចាំថាការបង្រៀនត្រូវផ្តោតទៅលើការគណនាខ្នាតក្នុងជីវភាពរស់នៅជាក់ស្តែងវាប្រសើរជាងការគណនាងាយៗ

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1 និងទី 2

ដោះស្រាយលំហាត់ងាយៗ លើ ផ្ទៃក្រឡា មាឌ និង ដង់ស៊ីតេធៀបនឹង ផ្ទៃក្រឡា។

គ្រូតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្ស

សំណួរ តើអ្នកស្គាល់ខ្នាតនៃផ្ទៃក្រឡា និងមាឌដែរឬទេ?
ហើយនឹងប្រាប់អំពីទំហំរបស់វា។
(ឧទាហរណ៍ដូចជា៖ $1cm^2$ គឺការលើកជាការ៉េនៃជ្រុងការដែលមានប្រវែង 1cm, និង $1m^3$ គឺការលើកជាគូបនៃជ្រុងគូបដែលមានប្រវែង 1m) ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

មុនធ្វើលំហាត់គំរូទី1 គ្រូឱ្យសិស្សដោះស្រាយបញ្ហានេះនិងចែករំលែកគំនិត ដល់មិត្តរួមថ្នាក់។

មេរៀនទី

4 រង្វាស់រង្វាល់

វត្ថុបំណង

- ☐ គណនាផ្ទៃក្រឡានិងមាឌដែលមានវិមាត្រតូច
- ☐ គណនាម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា និងម៉ាសធៀបនឹងមាឌ
- ☐ គណនាល្បឿនមធ្យម ។

1. ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌ

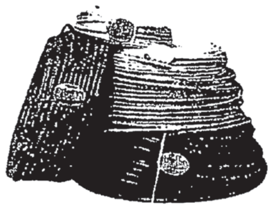
ខ្នាតនៃរង្វាស់ប្រវែងដែលគេនិយមប្រើគឺ *mm* , *cm* , *dm* , *m* , *dam* , *hm* , *km* ។
ក្នុងជីវភាពរស់នៅសម្ភារៈប្រើប្រាស់ដែលមានវិមាត្រតូចៗ ដូចជា

- មុខកាត់ខ្សែរភ្លើងរាងស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង 1*mm* , 2*mm* , ... ។
- មុខកាត់នៃសសៃដែកសម្រាប់សាងសង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង 6*mm* , 8*mm* , 10*mm* ... ។

ប៉ុន្តែក្នុងការគណនាផ្ទៃក្រឡានិងមាឌ គេគិតជា m^2 និងជា m^3 វិញ ។
ក្នុងករណីនេះគេអាចសរសេរ :

$$1mm = 0.001m = 10^{-3}m$$
$$1cm = 0.01m = 10^{-2}m$$
$$1dm = 0.1m = 10^{-1}m \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 1 : ខ្សែរភ្លើងមានរាងស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង 2*mm* ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់វាគិតជា m^2 ។ ($\pi = 3.14$)



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់ខ្សែភ្លើង

$$S = \pi \times \frac{d^2}{4}$$

ដោយ $d = 2mm = 2 \times 10^{-3}m$

$$d^2 = 2mm = 4 \times 10^{-6}m^2$$

43

ការណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀនលំហាត់គំរូទី1 ទំព័រទី43 (ចម្លើយផ្សេងទៀត)

យើងអាចគិតថាចម្លើយលំហាត់គំរូទី1 តាមរបៀបងាយជាងនេះ

ដោយអង្កត់ផ្ចិតនៃមុខកាត់នៃរង្វង់មានរង្វាស់ 2 mm នោះកាំស្មើពាក់កណ្តាលអង្កត់ផ្ចិតគឺ 1 mm
ទំហំអក្សរ 1 mm = 0.001 m = 1×10^{-3}m
នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡាS គឺ៖

ប្រយ័ត្នចំពោះការផ្លាស់ប្តូរខ្នាត

S	=	$\pi \times 1^2$	(mm^2)
	=	$3.14 \times (1 \times 10^{-3})^2$	(m^2)
	=	3.14×10^{-6}	(m^2)

ចម្លើយ 3.14×10^{-6} m^{-2}

យើងអាចសរសេរចម្លើយតាមរបៀបផ្សេងទៀតដូចជា 0.00000314 ឬ 314×10^{-8} ។ ប៉ុន្តែកន្សោមលេខ 3.14×10^{-6} ជាទម្រង់ដែលគេចូលចិត្តប្រើជាងគេក្នុងគណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ។

$$S = \pi \times \frac{4\times 10^{-6}}{4} m^2$$

$$= 3.14 \times \frac{4\times 10^{-6}}{4} m^2$$

$$= 3.14 \times 10^{-6} m^2$$

$$= 314 \times 10^{-8} m^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់ខ្សែភ្លើង $S = 314 \times 10^{-8} m^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាអង្កត់ផ្ចិតខ្សែភ្លើង ដោយដឹងថាវាមានផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់ស្មើនឹង $\frac{\pi}{4} \times 10^{-6} m^2$ ។

ចម្លើយ : អង្កត់ផ្ចិតខ្សែភ្លើង

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad \text{ឬ} \quad d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} \quad \begin{cases} S \text{ គិតជា } m^2 \\ d \text{ គិតជា } m \end{cases}$$

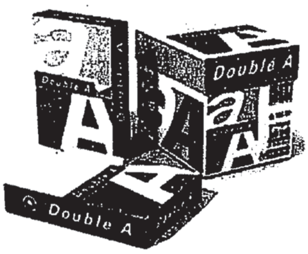
$$S = \frac{\pi \times 10^{-6}}{4} \quad \text{ឬ} \quad d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times \frac{\pi \times 10^{-6}}{4}} = \sqrt{10^{-6}} = 10^{-3}$$

ដូចនេះ អង្កត់ផ្ចិតខ្សែភ្លើង $d = 10^{-3} m$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាមាឌរបស់ខ្សែភ្លើងដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $2cm$ ហើយមានប្រវែង $200m$ ។

2. ម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា

ចំពោះម៉ាសនៃវត្ថុស្រាលៗគេតែងធៀបម៉ាសវាទៅនឹងផ្ទៃក្រឡា ។



ឧទាហរណ៍ : ចំពោះម៉ាសក្រដាសរ៉ាមបើគេចង់ដឹងកម្រាស់វា មានន័យថា គេចង់ដឹងថាក្រដាសនោះមានម៉ាសប៉ុន្មានក្នុងផ្ទៃក្រឡា $1m^2$? ប្រភេទក្រដាសដែលយើងប្រើសព្វថ្ងៃមានកម្រាស់ច្រើនប្រភេទ ។

ចំពោះសៀវភៅក្រាសគេប្រើក្រដាសប្រភេទ $50g/m^2$ មានន័យថាក្នុង $1m^2$ ក្រដាសមានម៉ាស $50g$ ។

ចំពោះសៀវភៅស្តើងគេច្រើនប្រើក្រដាស $80g/m^2$ ។

ចំពោះក្របសៀវភៅគេច្រើនប្រើក្រដាស $200g/m^2$ ។

44

ចំពោះលំហាត់ទី២ សូមមើលចម្លើយផ្សេងទៀតក្នុងប្រអប់

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

មុនធ្វើលំហាត់គំរូទី2

គ្រូឱ្យសិស្ស

ដោះស្រាយបញ្ហានេះ និងចែករំលែកគំនិតដល់មិត្តរួមថ្នាក់។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

យើងចាត់ទុកថាខ្សែភ្លើងមានរាងជាស៊ីឡាំង។ នាំឱ្យមាឌ V គឺ

$V = \pi x\ r^2 x\ h \quad (m^3)$

(r: កាំ h: កម្ពស់)

ដោយកម្ពស់មានប្រវែង 200 m និងកាំមានប្រវែងពាក់កណ្តាលអង្កត់ផ្ចិតគឺ

1 cm = 0.01 m

នោះយើងបានមាឌគឺ

$V = \pi\ x\ 001^2\ x\ 200$

$=3.14\ x\ 0.02=0.06228$

$=6.28\ x\ 10^{-2} \quad (m^3)$

ត្រួតពិនិត្យចំណេះដឹងសិស្សមុនធ្វើឧទាហរណ៍

សំណួរ មានខ្នាតខ្លះៗដែលយើងត្រូវប្រើ (ឧទាហរណ៍ដូចជា៖ g/m^2, kg/m^3, m/s)។ ប៉ុន្តែចំពោះឧទាហរណ៍ តើអត្ថន័យនៃ 50 g/m^2, 3 kg/m^3 និង 10 m/s យ៉ាងណាដែរ? ចែករំលែកគំនិតរបស់អ្នកទៅមិត្តរបស់អ្នក។

ការណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀនលំហាត់ទី 2 ទំព័រទី44 (ចម្លើយផ្សេងទៀត)

ចម្លើយនេះប្រើរូបមន្ត $S = \frac{\pi\, d^2}{4}$ ប៉ុន្តែយើងអាចដោះស្រាយវាតាមវិធីងាយជាងនេះបើសិនជាយើងប្រើ $S = \pi\, r^2$ ដែល r គឺជាកាំនៃរង្វង់។

យើងបាន $\frac{\pi}{4} x\, 10^{-6} = \pi\ x \frac{(10^{-3})^2}{2^2} = \pi\ x \left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2$

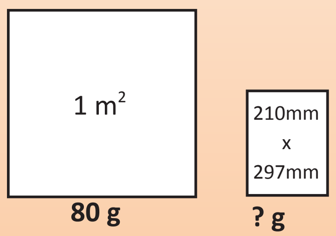
ដូចនេះ ប្រវែងកាំគឺ $\frac{10^{-3}}{2}$ m នាំឱ្យអង្កត់ផ្ចិតគឺ៖

$2\ x \frac{10^{-3}}{2} = 10^{-3} = 0.001\ m = 1\ mm$

សម្គាល់: គ្មានការណែនាំក្នុងសំណួរនេះសម្រាប់ឯកតានៃចម្លើយនោះទេ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស លំហាត់គំរូទី 1

សង់រូបសម្រាប់ជួយសិស្សក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហា។ ចំពោះលំហាត់គំរូទី1 យើងអាចសង់រូបដូចខាងក្រោម៖



ម៉ាសនៃក្រដាសអាចគណនាដោយប្រើផលធៀប។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស លំហាត់គំរូទី 2

ត្រូវការពន្យល់បន្ថែមសម្រាប់លំហាត់គំរូទី2

[1] 1 រ៉ាមមាន 500 សន្លឹក។

[2] "4%"ក្នុងសំណួរនេះយើងអាចបកស្រាយជា2 វិធី (a) 4% នៃក្រដាស 1រ៉ាម ឬ (b) 4% នៃក្រដាសផ្ទាំងធំ។

ចម្លើយក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលដូចទៅនឹង (a)។ ចំណែកចម្លើយ (b) អាចបកស្រាយដូចខាងក្រោម៖

មេរៀនទី ៤

លំហាត់គំរូទី 1 : ក្រដាសមួយរ៉ាមចំនួន 500 សន្លឹក ជាក្រដាសដែលមានខ្នាត $210mm \times 297mm$ និងម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $80g/m^2$ ។ ចូរគណនាម៉ាសក្រដាសនោះ ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាគិតជា m^2 ហើយម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡាគិតជា kg/m^2 ។

S ជាផ្ទៃក្រឡា d ជាម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា និង m ជាម៉ាសនៃក្រដាសមួយសន្លឹក

$m = S \times d$

$S = 210mm \times 297mm$

$= 210 \times 10^{-3}m \times 297 \times 10^{-3}m$

$= 62370 \times 10^{-6}m^2$

[សម្គាល់]
210 mm x 297 mm =ក្រដាស A4

$d = 80g/m^2 = 80 \times 10^{-3}kg/m^2$

$m = 62\ 370 \times 10^{-6} \times 80 \times 10^{-3}$

$= 49\ 896 \times 10^{-7}$

ម៉ាសក្រដាសមួយរ៉ាម $500 \times 49\ 896 \times 10^{-7}$

$= 49\ 896 \times 10^{-4}kg$

កែតម្រូវ
$500 \times 49{,}896 \times 10^{-7}$
$= 24{,}948{,}000 \times 10^{-7}$
$= 2.4948 \approx 2.5$

$m \approx 2.5kg$

ដូចនេះ ក្រដាសមួយរ៉ាមមានម៉ាស $m \approx 2.5kg$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេទិញក្រដាសខ្នាតធំដែលមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $70g/m^2$ មកកាត់ជាក្រដាសរ៉ាមខ្នាត $210mm \times 297mm$ គេត្រូវខាតបង់ចំនៀរក្រដាសអស់ 4% ។ ដើម្បីបានក្រដាសមួយរ៉ាមគេត្រូវប្រើអស់ក្រដាសប៉ុន្មាន kg ?

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រលាក្រដាសមួយសន្លឹក

$S = 210mm \times 297mm$

$= 210 \times 10^{-3}m \times 297 \times 10^{-3}m$

$= 62370 \times 10^{-6}m^2$

ផ្ទៃនៃក្រដាសមួយរ៉ាម

$500 \times 62370 \times 10^{-6}m^2$

$= 31185 \times 10^{-3}m^2$

ផ្ទៃដែលត្រូវខាត 4%

$31185 \times 10^{-3}m^2 \times \frac{4}{100} = 1247 \times 10^{-3}m^2$

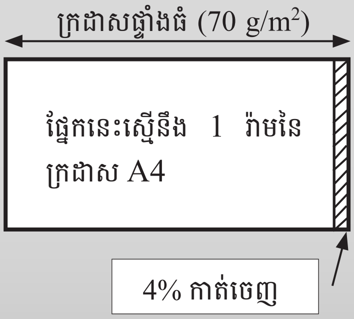
45

ការណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន "4% នៃអ្វី? " ក្នុងលំហាត់គំរូទី2 ទំព័រទី45 (ចម្លើយផ្សេងទៀត)

បើយើងបកស្រាយ "4%" ក្នុងសំណួរនៃលំហាត់ទី២ដោយ "4% នៃក្រដាសផ្ទាំងធំ" យើងអាចដោះស្រាយបានតាមរបៀបដូចខាងក្រោម៖

ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំគឺ 4% នៃក្រដាសផ្ទាំងធំដែលកាត់ចេញ ហើយ 96% នៃក្រដាសផ្ទាំងធំសម្រាប់បង្កើតក្រដាស 1 រ៉ាមនៃក្រដាស A4 ។

ដូចនេះទំហំនៃក្រដាស ផ្ទាំងធំគឺ 100/96 នៃផ្ទៃក្រដាស 1 រ៉ាម



ផ្ទៃនៃក្រដាស 1 រ៉ាម $= 500 \times 210 \times 297\ mm^2$

$= 500 \times 210 \times 10^{-3} \times 297 \times 10^{-3}\ m^2$

ផ្ទៃនៃក្រដាសផ្ទាំងធំ $= 31\ 185 \times 10^{-3}\ m^2 \times 100/96 \approx 32{,}484 \times 10^{-3}\ m^2$

ម៉ាសនៃក្រដាសផ្ទាំងធំ $= 32\ 484 \times 10^{-3} \times 70 = 2273\ 880 \times 10^{-3}\ g$

$= 2\ 273880 \times 10^{-6}kg \approx 2.3\ kg$

ផ្ទៃក្រដាសសរុប ដើម្បីកាត់បានក្រដាសមួយរ៉ាម

$$31185\times10^{-3}m^2+1247\times10^{-3}m^2 = 32432\times10^{-3}m^2$$

ម៉ាសក្រដាសសរុប ដើម្បីកាត់បានក្រដាសមួយរ៉ាម

$$70\times10^{-3}\times32432\times10^{-3} = 2270240\times10^{-6}kg$$

$$m\approx2.3kg$$

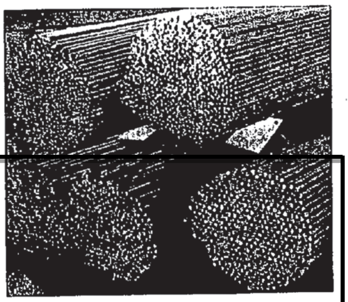
ដូចនេះ ដើម្បីបានក្រដាសមួយរ៉ាមគេត្រូវការក្រដាស $m\approx2.3kg$ ។

ប្រតិបត្តិ : សិប្បកម្មខ្នាតតូចមួយបានទិញក្រដាសខ្នាតធំដែលមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $80g/m^2$ ដើម្បីមកកាត់ជាក្រដាសរ៉ាមខ្នាត $210mm\times297mm$ នៅពេលកាត់គេត្រូវខាតអស់ចំនៀរ 4% ។ ដើម្បីបានក្រដាស 95 340 រ៉ាម តើគេត្រូវប្រើអស់ក្រដាសប៉ុន្មាន kg ?

3. ម៉ាសធៀបនិងមាឌ

ចំពោះវត្ថុដែលធ្ងន់ដូចជាលោហធាតុគេច្រើនគិតម៉ាសវាធៀបទៅនឹងមាឌហៅថា **ម៉ាសមាឌ** ។

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាម៉ាសមាឌនៃលោហធាតុមួយចំនួនដូចជា



- ដែក $7.874g/cm^3$
- ស្ពាន់ $8.94g/cm^3$
- មាស $19.3g/cm^3$
- ប្រាក់ $10.49g/cm^3$

គេអាចប្តូរម៉ាសមាឌខាងលើជា kg/m^3 ។

សំគាល់ : តែនៅក្នុងភាសានិយាយដែក ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $6mm$ គេហៅថា ដែក 6 លី ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេផលិតដែកមួយដើមមានប្រវែង $12m$ ។ គណនាម៉ាសនៃដែកប្រភេទ 10លី 12លី និង 14លី បើម៉ាសមាឌដែក $\mu = 7.874g/m^3$ ។ ($\pi=3.14$)

កែតម្រូវ៖ ខ្នាតដែលត្រឹមត្រូវគឺ g/cm³ មិនមែន g/m³

ចម្លើយ :

- ចំពោះដែក 10លីមួយដើម

$$m_{10} = \frac{\pi\ d^2}{4}\times l\times\mu$$

ម៉ាសនៃស៊ីឡាំង (g) = មុខកាត់ (cm²) × ប្រវែង (cm) × ដង់ស៊ីតេ (g/cm³)

46

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយប្រើចម្លើយក្នុងលំហាត់ទី 2

បើអ្នកយល់ពីបញ្ហាក្នុងសំណួរ (a) ខាងលើ នោះយើងបាន

ផ្ទៃនៃក្រដាស 1 រ៉ាម

= 31 185 x 10^{-3} m^2

ផ្ទៃនៃក្រដាសផ្ទាំងធំ

= 32 432 x 10^{-3} m^2

ម៉ាសនៃក្រដាសផ្ទាំងធំ

= 32 432 x 10^{-3} x 80 x 10^{-3} kg

= 2 594 560 x 10^{-6} kg

ម៉ាសនៃក្រដាសផ្ទាំងធំសម្រាប់ 95,340 រ៉ាម

= 2 594 560 x 10^{-6} x 95 340 kg

= 247 365 350 400 x 10^{-6} kg

247 365 kg

បើអ្នកយល់ពីបញ្ហាក្នុងសំណួរ(b)ខាងលើ នោះយើងបានចម្លើយគឺ 247 761kg។ (ដោះស្រាយដោយខ្លួនអ្នក)

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ បើមាឌ និងម៉ាសនៃខ្សែកមាសរបស់អ្នកមានមាឌ 5cm³ និងទម្ងន់ 78g, តើអ្នកគិតថាវាជាមាសសុទ្ធឬទេ?

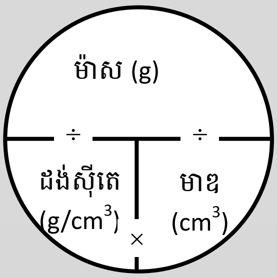
ចម្លើយ៖ ទេ

78 5 = 15.6 g/cm³

< 19.3g/cm³

សេចក្តីណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្សអំពី ដង់ស៊ីតេ ម៉ាស និង មាឌ

រូបដែលបង្ហាញខាងស្តាំគឺជាឧបករណ៍ដ៏មានប្រយោជន៍ ដើម្បីងាយចងចាំរូបមន្តដង់ស៊ីតេ។ ក្នុងរូប "ម៉ាស" គឺនៅផ្នែកខាងលើនៃរង្វង់។ "ដង់ស៊ីតេ" និង "មាឌ" គឺនៅផ្នែកខាងក្រោមនៃរង្វង់។



បើមានឧបករណ៍ដូចរូបនេះ យើងអាចប្រើប្រាស់វាជា 3 របៀបដូចខាងក្រោម៖

[រកដង់ស៊ីតេ]

ម៉ាស់គឺ 160g និង

មាឌគឺ 20 cm³

[រកមាឌ]

ម៉ាសគឺ 158g

និងដង់ស៊ីតេគឺ

0.79g/cm³ មាឌវា

158 (g) ÷ 0.79 (g/cm³) = 200 (cm³)

[រកម៉ាស]

ដង់ស៊ីតេគឺ 2.7g/cm³

និងមាឌគឺ50cm³

ម៉ាសគឺ

2.7(g/cm³)×50(cm³)=135(g)

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្សអំពីការបម្លែងខ្នាត

μ (មុយ) គឺជាដង់ស៊ីតេមាឌ ដែលស្មើនឹង 7.874 g/ cm^3។ មានន័យថា ម៉ាសមាឌដែកគឺ 7 .874 g ក្នុង 1 cm^3

ម្យ៉ាងទៀត

$1cm^3 = 1cm \times 1cm \times 1cm$

$= 0.01m \times 0.01m \times 0.01m$

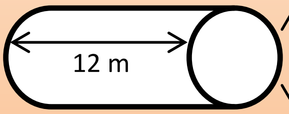
$= (10^{-2})^3 = 10^{-6}\ m^3$

ដូចនេះ:

	7.874 g	ក្នុង 1 cm^3
ឬ	7.874 g	ក្នុង 10^{-6} m^3
ឬ	7.8 74 g x 10^6	ក្នុង 1 m^3
ឬ	787 4000 g	ក្នុង $1m^3$

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្សអំពីដំណោះស្រាយចំណោទ

សំណង់រូបអាចជួយសិស្សក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់គំរូទី1 និង ទី2 ។ ឧទាហរណ៍ ក្នុងលំហាត់គំរូទី2 យើងអាចសង់រូបដូចខាងក្រោម ដើម្បីងាយស្រួលមើលឃើញលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ។



មេរៀនទី ៤

ដោយ $d = 10mm = 10\times10^{-3}m \quad d^2 = 100\times10^{-6}m^2$

$$\mu = \frac{7.874\times10^{-3}}{(10^{-2})^3}kg/m^2 = 7874kg/m^3$$

$$m_{10} = 3.14\times\frac{100\times10^{-6}}{4}\times12\times7874$$

$$= 7.4173kg$$

$$m_{10} \approx 7.4kg$$

ដូចនេះ ដែក 10 លីមួយដើមមានម៉ាស $7.4kg$ ។

- ចំពោះដែក 12 លី

$$m_{12} = \frac{\pi\ d^2}{4}\times l\times\mu$$

ដោយ $d = 12mm = 12\times10^{-3}m \quad d^2 = 144\times10^{-6}m^2$

$$m_{12} = 3.14\times\frac{144\times10^{-6}}{4}\times12\times7874$$

$$= 10.680kg$$

$$m_{12} \approx 10.7kg$$

ដូចនេះ ដែក 12 លីមួយដើមមានម៉ាស $10.7kg$ ។

- ចំពោះដែក 14 លី

$$m_{14} = \frac{\pi\ d^2}{4}\times l\times\mu$$

ដោយ $d = 14mm = 14\times10^{-3}m$ នាំឱ្យ $d^2 = 196\times10^{-6}m^2$

$$m_{14} = 3.14\times\frac{196\times10^{-6}}{4}\times12\times7874$$

$$= 14.537kg$$

$$m_{14} \approx 14.6kg$$

ដូចនេះ ដែក 14 លីមួយដើមមានម៉ាស $14.6kg$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គណនាមាឌដែកគិតជា m^3 ដោយដឹងថា ដែក 12 លីមួយដើមមានប្រវែង $12m$ ។ $\pi = 3.14$

ចម្លើយ : មាឌដែកគិតជា m^3

S ជាផ្ទៃក្រឡាមុខកាត់

l ជាប្រវែងសសៃដែក

V ជាមាឌដែក

47

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ ហេតុអ្វីបានជាវត្ថុលិចក្នុងទឹក?

វត្ថុមួយវាអណ្តែត ឬលិចក្នុងទឹក អាស្រ័យទៅលើដង់ស៊ីតេនៃវត្ថុនោះ

ដង់ស៊ីតេមាឌនៃទឹកគឺ 1 g/ cm^3។ គោលការណ៍គ្រឹះនៃវត្ថុមួយដែលមានដង់ស៊ីតេមាឌធំជាង 1g/cm^3 គឺលិចក្នុងទឹក ហើយបើតិចជាង 1 g/cm^3 គឺអណ្តែតលើទឹក។ លោហធាតុស្ទើរតែទាំងអស់មានដង់ស៊ីតេមាឌធំជាង 1 g/cm^3 ហើយវាលិចក្នុងទឹក។ ក្នុងករណីនេះយើងអាចធ្វើមិនឱ្យវាលិចបានដោយបន្ថយកំលាំងសង្កត់លើផ្ទៃទឹក។

សំណួរគ្រឹះបន្ថែមលើដង់ស៊ីតេមាឌ

1 រកដង់ស៊ីតេនៃវត្ថុដែលមានម៉ាស 395g និងមាឌ 50cm^3 ។ (ចម្លើយ 7.9 g/cm^3)

2. រកម៉ាសនៃវត្ថុដែលមានដង់ស៊ីតេ 13.5g/cm^3 និងមាឌ 20cm^3 ។ (ចម្លើយ 270g)

3. រកមាឌនៃវត្ថុដែលមានម៉ាស 81g និងដង់ស៊ីតេ 2.7g/cm^3 ។ (ចម្លើយ 30cm^3)

$$V = S \times l = \frac{\pi d^2}{4} l \quad \begin{cases} l \text{ គិតជា } m \\ d \text{ គិតជា } m \\ V \text{ គិតជា } m^3 \end{cases}$$

$$V = \frac{3.14 \times 144 \times 10^{-6}}{4} \times 12$$

$$V \approx 1355 \times 10^{-6} m^3$$

ដូចនេះ មាឌដែក $V \approx 1355 \times 10^{-6} m^3$ ។

កែតម្រូវ៖ តម្លៃដែលត្រឹមត្រូវគឺ 1356.48×10^{-6}

ប្រតិបត្តិ : ពូសុខកាត់ទិញដែក 6 លីចំនួន 200 ដើម និងដែក 10 លីចំនួន 20 ដើមដែលក្នុងមួយដើមៗមានប្រវែង 12m ។ គេដឹងថាដែកមួយគីឡូក្រាមថ្លៃ 2 800៛ គណនាប្រាក់ដែលពូសុខទិញដែកទាំងពីរមុខនោះ ។ (μ = 7.874 g/m^3)

កែតម្រូវ៖ ខ្នាតដែលត្រឹមត្រូវគឺ g/cm^3

4. ល្បឿនមធ្យម

យើងធ្លាប់បានស្គាល់ល្បឿនមធ្យមនៃមធ្យោបាយធ្វើដំណើរមួយចំនួនរួចមកហើយដូចជា

- ល្បឿនម៉ូតូ 40km/h
- ល្បឿនរថយន្ត 80km/h
- ល្បឿនយន្តហោះ 800km/h ។

ល្បឿនដែលបានរៀបរាប់ខាងលើគិតជា km/h ។ ក៏ប៉ុន្តែនៅក្នុងផ្នែករូបវិទ្យាគេប្រើឯកតាល្បឿនជា m/s វិញដូចជា

- ល្បឿននៃសម្លេង 343m/s
- ល្បឿននៃខ្យល់បក់ខ្លាំង 100m/s
- ល្បឿននៃខ្យល់បក់មធ្យម 6m/s

ដោយខ្យល់មានល្បឿនដូច្នេះហើយ ទើបគេអាចយកវាមកប្រើបក់កង្ហារឌីណាម៉ូ ដើម្បីបម្លែងជាថាមពលអគ្គិសនីសម្រាប់ប្រើប្រាស់ ។

48

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្សក្នុងការគណនា

ជាដំបូងសិស្សអាចរកកាំ

12 mm ÷ 2 = 6mm

= 0. 006m = 6 x 10^{-3}m

បន្ទាប់មកធ្វើការគណនា។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ តើអ្នកស្គាល់អំពីល្បឿនឬទេ?
តើ "1 km/ h" មានអត្ថន័យដូចម្តេច?

→ វាគឺជាល្បឿននៃវត្ថុ ដែលចល័តបាន 1 km ក្នុង 1 ម៉ោង។

ចំណេះដឹងបន្ថែម ល្បឿនខ្យល់

ល្បឿនខ្យល់ 100 m/ s គឺវាលឿនខ្លាំងណាស់។ ជាឧទាហរណ៍យើងមិនអាចឈរក្នុងខ្យល់ដែលមានល្បឿន 20 m/s បានទេ ហើយផ្ទះឈើនឹងដួលរលំក្នុងខ្យល់ដែលមានល្បឿន 50 m/s។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាងដែក 2 ប្រភេទគឺដែក A និងដែក B ដែលកាំ និងប្រវែងនៃ A និង B គិតជា cm

A: 6mm ÷ 2 = 3mm = 0.3cm B: 10 mm ÷ 2 = 5mm = 0.5cm 12m = 12 00cm

មាឌ V_1 នៃដែក A គឺ

V_1 = π x (កាំ)^{2}x (ប្រវែង) x (ចំនួន) = πx 0.3^2 x 1200 x 200 = 21600 xπ(cm^3)

មាឌ V2 នៃដែក B គឺ

V_2 = πx 0.5^2 x 1200 x 20 = 6 00 xπ (cm^3)

មាឌសរុប V គឺ៖

V = V_1 + V_2 = 21 600 xπ + 6 000 xπ = 27 600 x π (cm^3)

ម៉ាស M គឺ

m = 27 600 x πx 7.874 = 217 322.4x π(g) = 217. 3224 xπ(kg)

តម្លៃស្មើនឹង

(217. 3224 xπ) x 2800 = (2 173 224 x 3,14) x 2 800 = 1 910 698.5408 ≈ 1 910 699 (រៀល)

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ៖ តើអ្នកស្គាល់ទំនាក់ទំនងរវាងផ្លេកបន្ទោរ និងរន្ទះដែរឬទេ?
សំណួរ៖ តើអ្នកអាចពន្យល់ថាហេតុអ្វីបានជារន្ទះកើតឡើងបន្ទាប់ពីមានផ្លេកបន្ទោរ?

ចំណេះដឹងបន្ថែម ពពកនិងខ្យល់

មុននឹងដោះស្រាយប្រតិបត្តិ យើងត្រូវដឹងថាពពកមិនប្រាកដថាចល័តដូចទិសដៅខ្យល់នោះទេ។ ហើយក៏មិនមានន័យថាមានខ្យល់មានភ្លៀងនោះដែរ។

ក្នុងប្រតិបត្តិនេះ យើងឧបមាថាខ្យល់បក់តែមិនក្ខួចហើយបក់ត្រង់ពី ខេត្តព្រះសីហនុទៅភ្នំពេញ

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

230 km = 230,000 m
230,000   6 ≈ 38,333.3(s)
≈ 638.9 (mn)
≈ 10.6(h)
ចម្លើយ 10.6 ម៉ោង

មេរៀនទី ៤

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ទោចក្រយានយន្តមួយរត់បាន 108*km* ក្នុងរយៈពេល 2*h* 15*mn* ។ រកល្បឿនមធ្យមនៃទោចក្រយានយន្តនោះ ។

$$2h\ \ 15mn = \left(2+\frac{1}{4}\right)h$$
$$= \frac{9}{4}h$$

ល្បឿនមធ្យម $108 + \frac{9}{4} = 48km/h$

រូបមន្ត : ល្បឿនមធ្យម = ចម្ងាយចរ + រយៈពេល

បើ d ជាចម្ងាយចរ v ជាល្បឿនមធ្យម ហើយ t ជារយៈពេល យើងបានរូបមន្ត $v = \frac{d}{t}$ ។

លំហាត់គំរូ : គេបាញ់កាំភ្លើងធំដើម្បីប្រារព្ធពិធីបុណ្យនៅទីក្រុង A ដោយណាត់គ្នាបាញ់នៅម៉ោង 0 កណ្ដាលយប់ ។ បន្ទាប់ពីការបាញ់ 1*mn* ក្រោយមកទើបប្រជាជននៅទីក្រុង B បានឮសម្លេងបាញ់ ។ រកចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B ដោយដឹងថាល្បឿនសម្លេង 343*m/s* ។

ចម្លើយ :

រកចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B
តាង x ជាចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B
v ជាល្បឿនសម្លេង
t ជាល្បឿនសម្លេងរត់ពីទីក្រុង A មកទីក្រុង B

$$x = vt$$
$$x = 343m/s \times 1mn$$
$$= 343m/s \times 60s$$
$$= 20580m$$
$$x \approx 2.06km$$

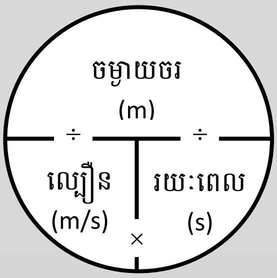
ដូចនេះ ចម្ងាយរវាងទីក្រុង A និងទីក្រុង B គឺ $x = 2.06km$ ។

ប្រតិបត្តិ : ពពកកើតមានមកពីរំហួតទឹកសមុទ្រ ។ ឥឡូវនេះគេដឹងថាមានពពកមួយផ្ទាំងធំកំពុងតែរសាត់ពីសមុទ្រនៃខេត្តព្រះស៊ីហនុ មកកាន់រាជធានីភ្នំពេញដែលមានចម្ងាយប្រមាណ 230*km* ហើយខ្យល់មានល្បឿន 6*m/s* ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោងទៀតទើបនៅរាជធានីភ្នំពេញសង្ឃឹមថានឹងមានភ្លៀង ?

49

ការណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្សអំពីល្បឿន រយៈពេលចម្ងាយចរ

យើងក៏អាចប្រើរូបដែលបង្ហាញខាងស្ដាំគឺជាឧបករណ៍ដ៏មានប្រយោជន៍ ដើម្បីងាយចងចាំរូបមន្តសម្រាប់រកល្បឿនដែរ។ ក្នុងរូប "ចម្ងាយចរ" គឺនៅផ្នែកខាងលើនៃរង្វង់។ "ល្បឿន" និង "រយៈពេល" គឺនៅផ្នែកខាងក្រោមនៃរង្វង់។
ដូចដង់ស៊ីតេដែរ យើងអាចប្រើរូបនេះតាម ៣របៀបដូចខាងក្រោម៖



[រកល្បឿន]
គេធ្វើដំណើរចម្ងាយ 200 m ក្នុងរយៈពេល 40 s ។
រកល្បឿនមធ្យម?

200 (m) ÷ 40 (s) = 5(m /s)

[រករយៈពេល]
គេធ្វើដំណើរ 360 m ក្នុងល្បឿន 45 m/s តើគេចំណាយអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន?

360 (m)÷ 45(m/s) =8 (s)

[ចម្ងាយចរ]
គេរត់ក្នុងល្បឿន2.5 m/s សម្រាប់រយៈពេល 120 s តើគេរត់បានចម្ងាយប៉ុន្មានម៉ែត?

2.5(m /s) x 120 (s) = 250 (m)

លំហាត់

1. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមុខកាត់ស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតគិតជា m^2

   ក. $1.5mm$ ខ. $2.5mm$ គ. $0.2mm$ ឃ. $0.03mm$ ង. $0.004mm$ ។

2. គណនាមាឌនៃសរសៃដែកដែលមានអង្កត់ផ្ចិត(d) និងប្រវែង(l) ខាងក្រោម

   ក. $d = 6mm$ និង $l = 12m$ ខ. $d = 16mm$ និង $l = 12m$

   គ. $d = 18mm$ និង $l = 12m$ ឃ. $d = 24mm$ និង $l = 12m$

   ង. $d = 16mm$ និង $l = 14m$ ច. $d = 12mm$ និង $l = 12m$

   ឆ. $d = 24mm$ និង $l = 10m$ ជ. $d = 7mm$ និង $l = 9m$ ។

3. ឈើជ្រុងមួយដើមមានមុខកាត់ $4cm \times 8cm$ និងប្រវែង $4.5m$ ។ បើគេទិញឈើនោះចំនួន 50 ដើម តើត្រូវចំណាយប្រាក់អស់ប៉ុន្មាន បើឈើមួយម៉ែត្រគូបថ្លៃ 1 200 000៛ ?

4. គេដឹងថាដែក 10 លីមួយដើមមានម៉ាស $7.4kg$ ។ ចូររកម៉ាសនៃដែក 16 លីវិញ ។

5. សៀវភៅសរសេរមួយក្បាលមាន 100 ទំព័រ ហើយមានខ្នាត $148mm \times 210mm$ ។ គេប្រើក្រដាសមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $70g/m^2$ ដើម្បីធ្វើសាច់ក្នុង ហើយក្រដាសមានម៉ាសធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡា $150g/m^2$ ដើម្បីធ្វើក្របសៀវភៅ ។

   ក. គេផលិតសៀវភៅនេះចំនួន 10 000 ក្បាល តើគេត្រូវការក្រដាសសរុបមានទម្ងន់ប៉ុន្មាន kg ? បើក្នុងការផលិតគេខាតចំនៀរអស់ 4% ។

   ខ. បើក្រដាស់ $1kg$ ថ្លៃ 4 800៛ រកប្រាក់ដើមថ្លៃនៃសៀវភៅមួយក្បាល ។

6. ខ្សែភ្លើងមួយដុំមានប្រវែង $100m$ មានមុខកាត់ $2\frac{1}{2}mm$ ។ គណនាម៉ាសនៃខ្សែភ្លើងនេះដោយដឹងថាម៉ាសមាឌនៃស្ពាន់ខ្សែភ្លើង $\mu = 8.94g/cm^3$ ។ គេមិនគិតពីម៉ាសជ័រដែលរុំស្រោបខ្សែភ្លើងនោះទេ ។

7. នៅថ្ងៃអាទិត្យ វិបុលបានជិះកង់ពីក្រុងតាខ្មៅទៅលេងរមណីដ្ឋានទន្លេបាទីដែលមានចម្ងាយ $26km$ ក្នុងរយៈពេល $41mn$ $52s$ ។ រកល្បឿនមធ្យមក្នុងមួយម៉ោង ។

8. ផ្ទះរតនានៅចម្ងាយ $800m$ ពីសាលារៀន ។ វាដើរដោយល្បឿនមធ្យម $5km/h$ ។ តើរតនាត្រូវចេញពីផ្ទះនៅម៉ោងប៉ុន្មាន ដើម្បីឱ្យទៅដល់សាលារៀន $15mn$ មុនពេលចូលរៀនម៉ោង $7h$ $00mn$ ។

9. នៅម៉ោង 7 : 00 សុខាបានជិះរថភ្លើងចេញពីខេត្តបាត់ដំបងមកភ្នំពេញដែលមានចម្ងាយផ្លូវ $291km$ ដោយមានល្បឿនមធ្យម $60km/h$ ហើយមករា ជិះម៉ូតូចេញភ្នំពេញមកខេត្តបាត់ដំបងដែលមានល្បឿនមធ្យម $40km/h$ ។ តើអ្នកទាំងពីរជួបគ្នានៅម៉ោងប៉ុន្មាន ?

50   បោះពុម្ពផ្សាយឆ្នាំ ២០១០

ការណែនាំសម្រាប់សិស្ស

ចម្លើយខាងក្រោមយកលេខក្រោយចំនុចទសភាគក្នុងទម្រង់ (1-ខ្ទង់ ជាលេខគត់និង2-ខ្ទង់ ជាផ្នែកទសភាគ និងស្វ័យគុណ10)។ មានវិធីផ្សេងទៀតក្នុងការសរសេរចម្លើយ ឧទាហរណ៍ 17.7×10^{-7} m^2 សម្រាប់ 1(ក)។

ចម្លើយលំហាត់

1. ចំពោះចម្លើយខាងក្រោមឯកតាគិតជា m^2

(ក) 1.77×10^{-6} (ខ) 4.91×10^{-6}

(គ) 3.14×10^{-8} (ឃ) 7.07×10^{-10}

(ង) 1.26×10^{-11}

2. ចំពោះចម្លើយខាងក្រោមឯកតាគិតជា m^3

(ក) 3.39×10^{-4} (ខ) 2.41×10^{-3}

(គ) 3.05×10^{-3} (ឃ) 5.43×10^{-3}

(ង) 2.81 10-3   (ច) 1.36×10^{-3}

(ឆ) 4.52×10^{-3} (ជ) 3.46×10^{-4}

3. មាឌឈើ 50 ដើមគឺ៖

$0.04m \times 0.0m \times 4.5 m \times 50$

$= 0.72 m^3$

តម្លៃឈើគឺ៖

$0.72 m^3 \times 1,200,000$ រៀល $/m^3$

$= 864000$ រៀល

4. សំណួរមិនពេញលេញ ឆ្លើយនឹងសំណួរនេះយើងឧបមាថាសរសៃដែកទាំងពីរមានប្រវែងស្មើគ្នា។ បើប្រវែងដែកទំហំ 10 លីស្មើគ្នាទៅនឹងប្រវែងដែកទំហំ 16 លី នោះផលធៀបផ្ទៃកកាត់ចេញសមាមាត្រទៅនឹងផលធៀបមាឌនឹងម៉ាស 7.4kg (ម៉ាសនៃដែក 16 លី)

$$= \pi \times (10/2)^2 \quad \pi \times (16/2)^2 = 25 : 64$$

ដូចនេះម៉ាសនៃដែក 16លីគឺ

$$= \frac{64 \times 7.4}{25} = 18.944kg$$

5. ក៏ជាសំណួរមិនពេញលេញដែរ៖ ឆ្លើយនឹងសំណួរនេះយើងត្រូវច្បាស់នូវលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ ឥឡូវយើងឧបមាថា

- សៀវភៅសរសេរនីមួយៗមាន 100 ទំព័របូកនឹងគម្របខាងក្រៅ (2 សន្លឹក)
- 4 % នៃក្រដាសផ្ទាំងធំត្រូវបានកាត់ចេញដើម្បីរៀបចំទំហំនៃក្រដាសនេះ។ ដូចនេះ 96% នៃក្រដាសផ្ទាំងធំត្រូវបានប្រើ
- 100 ទំព័រ = 50សន្លឹកនៃក្រដាសទំហំ 148mm x 210mm
- តម្លៃនៃក្រដាសស្រាលនិងធ្ងន់គឺ 4,800 រៀលក្នុង 1 គីឡូក្រាម

(ក) ចំពោះ 10 000 សៀវភៅសរសេរយើងត្រូវការចំនួនក្រដាសដូចខាងក្រោម៖

- ក្រដាសស្រាល

148mm x 21mm x 50 x 10 000

= 0.148m x 0.21mx 50 x 10 000

= 15 540 m^2

- ក្រដាសធ្ងន់

148mm x 210mm x 2 x 10000

= 0.148m x 0.21mx 50 x 10000

= 621.6 m^2

មាន 96% នៃក្រដាសទាំងអស់។ ដូចនេះ មានន័យថាម៉ាសគឺ

- ក្រដាសស្រាល

$$15540 \times \frac{100}{96} \times 70 = 1133125 \text{ g}$$

- ក្រដាសធ្ងន់

$$621.6 \times \frac{100}{96} \times 150 = 97125 \text{ g}$$

ម៉ាសសរុបគឺ

1 133 125 + 97 125 = 1 230250 g

≈ 1230 kg

ចម្លើយ៖ <u>1 230 kg</u>

(a) តម្លៃនៃក្រដាសគឺ 4 800 រៀលក្នុង1គីឡូសម្រាប់ក្រដាសទាំងពីរប្រភេទ។ ដូចនេះដើម្បីផលិតសៀវភៅ 10 000 ក្បាលត្រូវចំណាយប្រាក់អស់៖

1230 kg x 4800 រៀល/kg = 5904000រៀល

សម្រាប់សៀវភៅ 1 ក្បាលចំណាយប្រាក់អស់៖

5904000 រៀល ÷ 10000 = 590.4 ≈ 590 រៀល

ចម្លើយ៖ <u>590 រៀល</u>

6. បម្លែងខ្នាតទៅជា g និង cm^3

100m = 10000cm

$$2\frac{1}{2} \text{ mm} = \frac{5}{2} \text{ mm} = \frac{5}{20} \text{ cm} = \frac{1}{4} \text{ cm (ឬ 0.25cm)}$$

មាឌនៃខ្សែភ្លើងនេះគឺ

$$\pi \times \left(\frac{1}{4} \div 2\right)^2 \times 10000 = 156.25\pi \text{ cm}^3$$

ម៉ាសរបស់វាគឺ

156.25πx 8.94 = 156.25 x 3.14 x 8.94

= 4386.1875 g ≈ 4386kg

ចម្លើយ៖ <u>4 386 kg</u>

7. វិបុលធ្វើដំណើរបាន 26 km ក្នុងរយៈពេល 41mn 52s

1 ម៉ោង = 60mn = 3600s

41mn 52s = 41 x 60 + 52 = 2 512s

ដូចនេះ $41\text{mn } 52\text{s} = \frac{2512}{3600} \text{ h}$

ល្បឿនមធ្យមរបស់វិបុលក្នុង1ម៉ោងគឺ៖

$$26 \div \frac{2512}{3600} = 26 \times \frac{3600}{2512} \approx 37.26 \text{ km}$$

ចម្លើយ៖ <u>37.26 km</u>

8. រតនាចង់ទៅដល់សាលា 15 នាទីមុនម៉ោង 7h 00mn, ឬ ម៉ោង 6h 45mn ។ ម្យ៉ាងទៀតសម្រាប់ការធ្វើដំណើររបស់គាត់ប្រើអស់រយៈពេល

0.8 km ÷ 5 km/h = 0.16 h - 0.16 x 60 mn

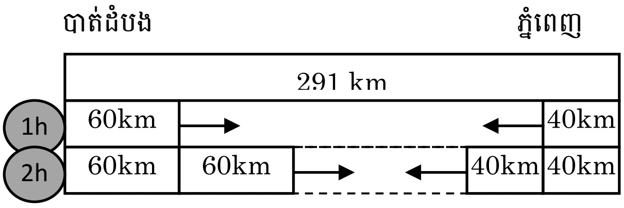
= 9.6mn = 9mn 0.6 x 60 s = 9 mn36s

ដូចនេះ 9mn 36s មុន 6h 45mn គឺគាត់ត្រូវចាកចេញពីផ្ទះនៅម៉ោង

6h 45mn – 9 mn 36 s = 6h 35mn 24s

ចម្លើយ៖ <u>6h 35mn 24s</u>

9. ចម្ងាយពីបាត់ដំបងទៅភ្នំពេញគឺ 291 km ។ សុខាធ្វើដំណើរតាមរថភ្លើងដោយល្បឿន 60 km ក្នុង១ម៉ោងពីបាត់ដំបងទៅភ្នំពេញ ហើយមករាធ្វើដំណើរតាមម៉ូតូដោយល្បឿន 40 km ក្នុង1ម៉ោងភ្នំពេញទៅបាត់ដំបង។ ដូចនេះ ផលបូកចម្ងាយដែលអ្នកទាំងពីរចរបានក្នុងរយៈពេល 1 ម៉ោងគឺ 100 km



ដូចនេះ សម្រាប់ផលបូកចម្ងាយដែលអ្នកទាំងពីរចរបាន291km ប្រើអស់រយៈពេល

291 ÷ 100 = 2.91h = 2h 0.91x60mn = 2h 54.6mn

= 2h 54mn 0.6x60s =2h 54mn 36s

រយៈពេល 2h 54mn 36s បន្ទាប់ពីម៉ោង 7:00 គឺ 9h 54mn 36s។

ចម្លើយ៖ <u>9h 54mn 36s</u>

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

បន្ថែមលំហាត់មូលដ្ឋានដើម្បីត្រួតពិនិត្យការយល់ដឹងរបស់សិស្ស

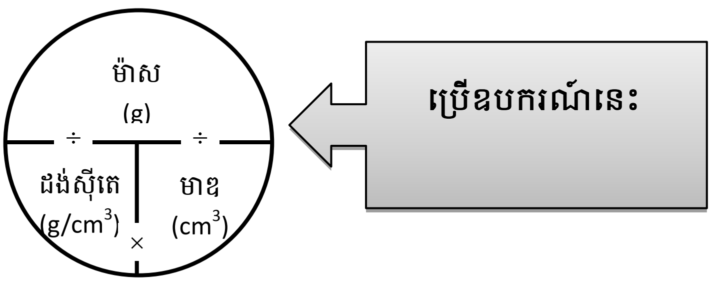
ឧទាហរណ៍ និងលំហាត់ក្នុងសៀវភៅសិក្សាមានភាពស្មុគស្មាញ ត្រូវការពេលច្រើន ហើយធ្វើឱ្យខូចទឹកចិត្តសិស្សក្នុងការសិក្សាក្នុងមេរៀននេះទោះបីជាប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខក៏ដោយ។ វាចាំបាច់សម្រាប់សិស្សក្នុងការចាប់ផ្តើមពីបញ្ហាងាយៗដើម្បីបង្កើនបទពិសោធន៍ជោគជ័យក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហា។ ក្នុងផ្នែកនីមួយៗគ្រូអាចឱ្យលំហាត់មូលដ្ឋានដូចខាងក្រោម៖
(★:ងាយ <–> ★★★: ពិបាក)

1. **ផ្ទៃក្រឡា និងមាឌ អនុញ្ញាតិឱ្យសិស្សប្រើ**

1. [កាំ ផ្ទៃក្រឡា] រកផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់ដែលមានកាំស្មើនឹង 6 cm។ ★(ចម្លើយ $36\pi\ cm^2$)	2 [អង្កត់ផ្ចិត ផ្ទៃក្រឡា] រកផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង 10 mm។ ★(ចម្លើយ $25\pi\ mm^2$)	3 [ផ្ទៃក្រឡា អង្កត់ផ្ចិត] រកអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $49\pi\ m^2$។ ★★ (ចម្លើយ 14 m)
4 [កាំ មាឌ] រកមាឌនៃស៊ីឡាំងដែលមានកាំស្មើនឹង8 mm និងកម្ពស់ស្មើនឹង 10 mm។ ★ (ចម្លើយ $640\pi mm^3$)	5 [អង្កត់ផ្ចិត មាឌ] រកមាឌនៃស៊ីឡាំងដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង 4 cm និងកម្ពស់ស្មើនឹង 6 cm។ ★(ចម្លើយ $24\pi\ cm^3$)	6 [មាឌ អង្កត់ផ្ចិត] រកអង្កត់ផ្ចិតនៃស៊ីឡាំងដែលមានមាឌស្មើនឹង $20\pi\ m^3$ និងកម្ពស់ស្មើនឹង 5 m។ ★ ★(ចម្លើយ 4 m)

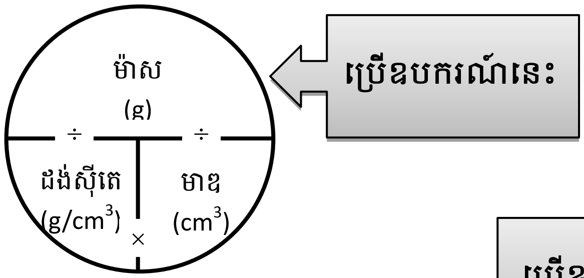
2. **ម៉ាសធៀបនឹង ផ្ទៃក្រឡា**

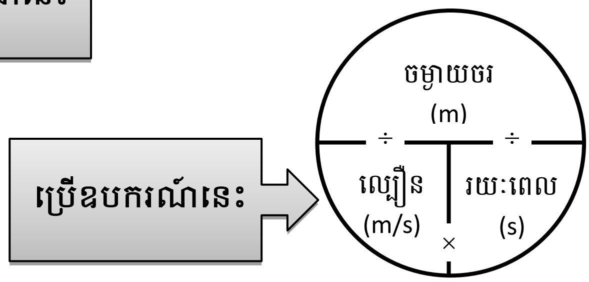
3. [ដង់ស៊ីតេ, ផ្ទៃ ម៉ាស] រកម៉ាសនៃក្រដាសដែលមានដង់ស៊ីតេស្មើនឹង 80 g/m^2 និងផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង 4 m^2។ ★(ចម្លើយ 320 g)	4 [ម៉ាស, ដង់ស៊ីតេ ផ្ទៃ] រកផ្ទៃក្រឡានៃក្រដាសដែលមានម៉ាស ស្មើនឹង 420 g និង ដង់ស៊ីតេស្មើនឹង70 g/m^2 ។ ★★ (ចម្លើយ 6 m^2)	5 [ម៉ាស, ផ្ទៃ ដង់ស៊ីតេ] រកដង់ស៊ីតេ នៃក្រដាសដែលមានម៉ាសស្មើនឹង 125 g និង ផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង2.5 m^2។ ★★ (ចម្លើយ 50 g/m^2)



3 .ម៉ាសធៀបនឹង មាឌ

1. [ដង់ស៊ីតេ, មាឌ ម៉ាស] រកម៉ាសនៃវត្ថុមួយដែលមាន ដង់ស៊ីតេស្មើនឹង 7 g/cm^3 និងមាឌស្មើនឹង 40 cm^3។ (ចម្លើយ 280 g)	2. [ម៉ាស, ដង់ស៊ីតេ មាឌ] រកមាឌនៃវត្ថុមួយដែលមាន ម៉ាសស្មើនឹង 32 kg និងដង់ស៊ីតេស្មើនឹង 8 kg/m^3។ (ចម្លើយ 4 m^3)	3. [ម៉ាស, មាឌ ដង់ស៊ីតេ] រកដង់ស៊ីតេ នៃវត្ថុមួយដែលមាន ម៉ាសស្មើនឹង 48 g និង មាឌស្មើនឹង 2.4 cm^3 ។ (ចម្លើយ 20 g/cm^3)





4. ល្បឿនមធ្យម

1. [ល្បឿន, រយៈពេល ចម្ងាយចរ] រកចម្ងាយចរបើអ្នកធ្វើដំណើរអស់រយៈពេល 2.5 ម៉ោង និង ល្បឿន 4 km/h។ (ចម្លើយ 10 km)	2. [ចម្ងាយចរ, ល្បឿន រយៈពេល] រករយៈពេលបើអ្នកធ្វើដំណើរបាន135 km និងប្រើល្បឿន 45 km/h។ (ចម្លើយ 3 ម៉ោង)	3. [ចម្ងាយចរ, រយៈពេល ល្បឿន] រកល្បឿនមធ្យមបើអ្នកធ្វើដំណើរបាន 900 km ក្នុងរយៈពេល 1.5ម៉ោង។ (ចម្លើយ 600 km/ h)

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូដង់ស៊ីតេប្រជាជន

ដង់ស៊ីតេប្រជាជនគឺជាការវាស់ចំនួនប្រជាជនធៀបនឹងផ្ទៃដី និងគណនាដោយប្រើរូបមន្តៈ

[ចំនួនប្រជាជន] ÷[ផ្ទៃដី]

[នាក់ /km^2] គឺសម្រាប់ប្រើជាឯកតានៃដង់ស៊ីតេប្រជាជន

ដង់ស៊ីតេប្រជាជនកម្ពុជា និងប្រជាជនប្រទេសជិតខាង

កម្ពុជា	84 នាក់/ km^2
វៀតណាម	270 នាក់/ km^2
ថៃ	125 នាក់/km^2
ឡាវ	28 នាក់/km^2

ប្រតិបត្តិ

ផ្ទៃក្រឡានៃភូមិរបស់សុខាគឺ 25 km^2 ហើយមានប្រជាជនរស់នៅ 750នាក់។ ផ្ទៃក្រឡានៃភូមិរបស់សុភក្តិគឺ 18km^2 ហើយមានប្រជាជនរស់នៅ 630នាក់។ តើភូមិមួយណាមានដង់ស៊ីតេប្រជាជនច្រើនជាងគេ?

ចម្លើយ ភូមិរបស់សុភក្តិ

ភូមិរបស់សុខា = 750 ÷ 25 = 30

ភូមិរបស់សុភក្តិ = 630 ÷ 18 = 35

ដូចនេះ ដង់ស៊ីតេប្រជាជននៃភូមិរបស់សុភក្តិច្រើនជាងគេ

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់វាស់វែង (1 ម៉ោង 100 ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ជ្រើសរើសបម្លែងដែលត្រឹមត្រូវ (5 ពិន្ទុ ×5 = 25 ពិន្ទុ)

(1) 1 cm^2 (a) 10 mm^2 (b) 100 mm^2 (c)1 000 mm^2 (d) 10 000 mm^2

(2) 1 m^3 (a) 103 cm^3 (b) 10^4 cm^3 (c) 105 cm^3 (d) $10^6 cm^3$

(3) 1 kg/m^2 (a) 0.01 g/cm^2 (b) 0.1 g/cm^2 (c) 1 g/cm^2 (d) 10 g/cm^2

(4) 1 g/cm3 (a) 10 kg/m^3 (b) 100 kg/m^3 (c) 1 000 kg/m^3 (d) 10 000 kg/m3

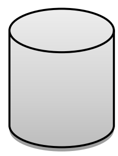
(5) 1 m/s (a) 3.6 km/h (b) 36 km/h (c) 360 km/h (d) 3 600 km/h

2. ជ្រើសរើសរូបមន្តដែលត្រឹមត្រូវ (5 ពិន្ទុ × 3 = 15 ពិន្ទុ)

(1) ម៉ាសនៃក្រដាស

(a) ផ្ទៃក្រឡា x ដង់ស៊ីតេផ្ទៃ (b) ផ្ទៃក្រឡា ÷ ដង់ស៊ីតេផ្ទៃ (c) ដង់ស៊ី តេផ្ទៃ ÷ ផ្ទៃក្រឡា

(2) ម៉ាសនៃវត្ថុដែលមានរាងជាស៊ីឡាំង



(a) ផ្ទៃក្រឡាថាស x កម្ពស់÷ដង់ស៊ីតេមាឌ

(b) ផ្ទៃក្រឡារង្វង់ថាស÷ កម្ពស់ x ដង់ស៊ីតេមាឌ

(c) ផ្ទៃក្រឡារង្វង់ថាស x កម្ពស់ xដង់ស៊ីតេមាឌ

(3) រយៈពេល

(a) ល្បឿន x ចម្ងាយចរ (b) ចម្ងាយចរ ÷ ល្បឿន (c) ល្បឿន ÷ចម្ងាយចរ

3. ពេលយើងថ្លឹងក្រដាសចំនួន 1000 សន្លឹក យើងឃើញថាវាមានម៉ាស 48 kg។ បើសិនជាដង់ស៊ីតេផ្ទៃក្រឡានៃក្រដាសនេះ 80g/m^2 តើផ្ទៃក្រឡាក្រដាសនីមួយៗមានប៉ុន្មានម៉ែតការេ? (15 ពិន្ទុ)

4. ផ្ទៃក្រឡានៃភូមិរបស់សុខាគឺ 25 km^2 ហើយមានប្រជាជនរស់នៅ 750នាក់។ ផ្ទៃក្រឡានៃភូមិរបស់សុភក្តិគឺ 18km^2 ហើយមានប្រជាជនរស់នៅ 630នាក់។តើភូមិមួយណាមានដង់ស៊ីតេប្រជាជនច្រើនជាងគេ? (15 ពិន្ទុ)

5. ឧបមាថាដង់ស៊ីតេមាឌនៃមាសគឺ 19.3 g/cm^3។ វត្ថុ A, B និង C ដែលបង្ហាញក្នុងតារាងទាំងអស់មានលក្ខណៈប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹងម៉ាស។ តើដង់ស៊ីតេណាមួយជាម៉ាសសុទ្ធ។ (15 ពិន្ទុ)

វត្ថុ	មាឌ(cm^3)	ម៉ាស (g)
A	80	1520
B	50	965
C	36	702

6 .ចម្ងាយផ្លូវពីភ្នំពេញទៅកំពង់ធំ និងពីកំពង់ធំទៅសៀមរាបគឺ168 km និង 144 km រៀងគ្នា។ ពេលដែលយើងជិះរថយន្តពីភ្នំពេញទៅកំពង់ធំដោយប្រើល្បឿន 40 km/h និងពីកំពង់ធំទៅសៀមរាបដោយប្រើល្បឿន 48 km/h ជាមធ្យម។ តើពីភ្នំពេញទៅសៀមរាបប្រើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង និងនាទី? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. ជ្រើសរើសបម្លែងដែលត្រឹមត្រូវ (5 ពិន្ទុ × 5 = 25 ពិន្ទុ)

(1) 1 cm^2	(a) 10 mm^2	(b) 100 mm^2	(c) 1 000 mm^2	(d) 10 000 mm^2
(2) 1 m^3	(a) 10^3 cm^3	(b) 104 cm^3	(c) 10^5 cm^3	(d) 10^6 cm^3
(3) 1 kg/m^2	(a) 0.01 g/cm^2	(b) 0.1 g/cm^2	(c) 1 g/cm^2	(d) 10 g/cm^2
(4) 1 g/cm^3	(a) 10 kg/m^3	(b) 100 kg/m^3	(c) 1 000 kg/m^3	(d) 10 000 kg/m^3
(5) 1 m/s	(a) 3.6 km/h	(b) 36 km/h	(c) 360 km/h	(d) 3 600 km/h

ចម្លើយ៖ (1) b (2) d (3) b (4) c (5) a

ការដាក់ពិន្ទុ

5 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសឯកតាត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសឯកតាមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនឆ្លើយ

2. ជ្រើសរើសរូបមន្តដែលត្រឹមត្រូវ (ពិន្ទុ × 3 = 15 ពិន្ទុ)

(1) ម៉ាសនៃក្រដាស

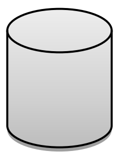
(a) ផ្ទៃក្រឡា x ដង់ស៊ីតេផ្ទៃ (b) ផ្ទៃក្រឡា ÷ ដង់ស៊ីតេផ្ទៃ (c) ដង់ស៊ីតេផ្ទៃ ÷ ផ្ទៃក្រឡា

(2) ម៉ាសនៃវត្ថុដែលមានរាងជាស៊ីឡាំង

(a) ផ្ទៃក្រឡាបាត x កម្ពស់ ÷ ដង់ស៊ីតេមាឌ

(b) ផ្ទៃក្រឡាបាត ÷ កម្ពស់ x ដង់ស៊ីតេមាឌ

(c) ផ្ទៃក្រឡាបាត x កម្ពស់ x ដង់ស៊ីតេមាឌ



(3) រយៈពេល

(a) ល្បឿន x ចម្ងាយចរ (b) ចម្ងាយចរ ÷ ល្បឿន (c) ល្បឿន ÷ ចម្ងាយចរ

ចម្លើយ៖ (1) a (2) c (3) b

ការដាក់ពិន្ទុ

5 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសរូបមន្តត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសរើសរូបមន្តមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនឆ្លើយ

3. ពេលយើងថ្លឹងក្រដាសចំនួន 1000 សន្លឹក យើងឃើញថាវាមានម៉ាស 48 kg។ បើសិនជាដង់ស៊ីតេផ្ទៃក្រឡានៃក្រដាសនេះ $80g/m^2$ ។តើផ្ទៃក្រឡាក្រដាសនីមួយៗមានប៉ុន្មានម៉ែតការេ ? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ៖

ម៉ាសនៃក្រដាសមួយសន្លឹកគឺ

48 kg   1 000 = 48 000 g   1 000 = 48 g

ដោយដង់ស៊ីតេស្មើនឹង $80g/m^2$ នោះផ្ទៃក្រឡាក្រដាសគឺ $48\ g \div 80g/m^2 = 0.6\ m^2$

ចម្លើយ៖ $0.6\ m^2$ (សំណួរតម្រូវឲ្យឆ្លើយជា m^2)

ចម្លើយផ្សេងទៀត៖

ដោយដង់ស៊ីតេស្មើនឹង$80g/m^2$ និង 48 kg = 48000 g ផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃក្រដាស 1000 សន្លឹកគឺ

48 000 g $80\ g/m^2$ =$600\ m^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃក្រដាស 1 សន្លឹកគឺ

$600\ m^2$ 1 000 = $0.6\ m^2$

ចម្លើយ៖ $0.6\ m^2$

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវតាមខ្នាត។ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាដោយគ្មានចំណុចខ្វះខាត និងការគណនាលេខបានត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ គ្មានការពិព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហា និងការគណនាលេខបានត្រឹមត្រូវតែខ្វះឯកតា។ (ឧទាហរណ៍ដូចជាសរសេរតែ 0.6, ឬ $6\ 000\ cm^2$)

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវតាមខ្នាត។ ពិព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាខុសឬគ្មានចម្លើយ។

4. ផ្ទៃក្រឡានៃភូមិរបស់សុខាគឺ 25 km^2 ហើយមានប្រជាជនរស់នៅ 750នាក់។ ផ្ទៃក្រឡានៃភូមិរបស់សុភក្តិគឺ 18km^2

ហើយមានប្រជាជនរស់នៅ 630នាក់។ តើភូមិមួយណាមានដង់ស៊ីតេប្រជាជនច្រើនជាងគេ? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ៖

ដង់ស៊ីតេប្រជាជននៃ

ភូមិរបស់សុខា = $750 \div 25 = 30$ នាក់ /km^2

ភូមិរបស់សុភក្តិ = $630 \div 18 = 35$ នាក់ /km^2

ភូមិរបស់សុភក្តិមានដង់ស៊ីតេធំជាង ដង់ស៊ីតេភូមិរបស់សុខា $30 < 35$

ចម្លើយ៖ ភូមិរបស់សុភក្តិ

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាដោយគ្មានចំណុចខ្វះខាត និងការគណនាលេខបានត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ គ្មានការព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហា

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាខុសឬគ្មានចម្លើយ

5. ឧបមាថាដង់ស៊ីតេមាឌនៃមាសគឺ 19.3 g/cm³។ វត្ថុ A, B និង C ដែលបង្ហាញក្នុងតារាងទាំងអស់មានលក្ខណៈប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹងម៉ាស។ តើដង់ស៊ីតេណាមួយជាមាសសុទ្ធ? (15 ពិន្ទុ)

វត្ថុ	មាឌ(cm^3)	ម៉ាស (g)
A	80	1520
B	50	965
C	36	702

ចម្លើយ៖

យើងប្រៀបធៀបដង់ស៊ីតេនៃវត្ថុទាំងបីដោយប្រើប្រមាណវិធីចែក [ម៉ាស (g)] ធៀប [មាឌ (cm³)]

A: 1 520 ÷80 = 19g/cm³ B: 965 ÷ 50= 19.3 g/cm³ C: 702 ÷ 36 = 19.5 g/cm³

ដោយដង់ស៊ីតេនៃមាសស្មើនឹង 19.3 g/cm³ យើងអាចសន្និដ្ឋានថា B គឺជាម៉ាសសុទ្ធ។

ចម្លើយ៖ B

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាដោយគ្មានចំនុចខ្វះខាត និងការគណនាលេខបានត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែគ្មានការព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហា។ មិនបានបកស្រាយត្រួតពិនិត្យវត្ថុទាំងបី។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាខុសឬគ្មានចម្លើយ។

6. ចម្ងាយផ្លូវពីភ្នំពេញទៅកំពង់ធំ និងពីកំពង់ធំទៅសៀមរាបគឺ168 km និង 144 km រៀងគ្នា។ ពេលដែលយើងជិះរថយន្តពីភ្នំពេញទៅកំពង់ធំដោយប្រើល្បឿន 40 km/h និងពីកំពង់ធំទៅសៀមរាបដោយប្រើល្បឿន 48 km/h ជាមធ្យម។ តើពីភ្នំពេញទៅសៀមរាបប្រើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង និងនាទី? (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ៖

រយៈពេលធ្វើដំណើរពីភ្នំពេញទៅកំពង់ធំគឺ

168 km ÷40 km/h = 4.2 h

រយៈពេលធ្វើដំណើរពីកំពង់ធំទៅសៀមរាប

144 km ÷48 km/h = 3 h

ដូចនេះរយៈពេលធ្វើដំណើរសរុបគឺ

4.2 h + 3 h = 7.2 h = 7 h 12 mn

ចម្លើយ៖ 6 h 45 mn (សំណួរតម្រូវឱ្យឆ្លើយជា "h" និង "mn")

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាដោយគ្មានចំណុចខ្វះខាត និងការគណនាលេខបានត្រឹមត្រូវ។

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ គ្មានការព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហា និងការគណនាលេខបានត្រឹមត្រូវតែខ្វះឯកតា។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ ព័ណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាខុសឬគ្មានចម្លើយ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 25	សិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុក្នុងចន្លោះនេះមិនអាចដោះស្រាយចំណោទលើរង្វាស់រង្វាល់ ដោយសារពួកគេទំនងជាមិនអាចពន្យល់នូវទនាក់ទនងនិងអត្ថន័យនៃមូលដ្ឋានគ្រឹះខ្នាត។ អ្វីដែលសិស្សទាំងនេះត្រូវធ្វើគឺរំលឹកមូលដ្ឋានគ្រឹះខ្នាតតាមរយៈឧទាហរណ៍ងាយៗ។
26 – 50	សិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុក្នុងចន្លោះនេះមានចំណេះដឹងខ្លះលើខ្នាតនៃរង្វាស់រង្វាល់ប៉ុន្តែមានការលំបាក ក្នុងការប្រើខ្នាតសមាស។ សិស្សត្រូវការអនុវត្តងាយៗដើម្បីបកស្រាយអត្ថន័យនៃខ្នាតសមាសដូចជាការពន្យល់ខ្នាតជាពាក្យតាមរយៈឧទាហរណ៍ងាយៗ។
51 – 75	សិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុក្នុងចន្លោះនេះមានចំណេះដឹងនិងជំនាញអំពីខ្នាតសមាស ប៉ុន្តែពួកគេមិនទាន់មានសមត្ថភាពគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការប្រើចំណេះដឹងពួកគេដើម្បីដោះស្រាយចំណាទបញ្ហា។ ដូចនេះគ្រូគួរតែឱ្យឧទាហរណ៍ដើម្បីលើកទឹកចិត្តសិស្សក្នុងការបកស្រាយលក្ខខណ្ឌចំណោទដោយប្រើរូបភាព។
76 – 100	សិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុក្នុងចន្លោះនេះហាក់ដូចជាមានចំណេះដឹងគ្រប់គ្រាន់និងមានជំនាញក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហាអំពីខ្នាត។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំនិងផ្តល់នូវលំហាត់បន្ថែមទៀតដែលមានកម្រិតលំបាកជាងមុនដើម្បីបង្កើនការយល់ដឹងរបស់ពួកគេឲ្យមានកម្រិតខ្ពស់ជាងនេះ។

មេរៀនទី 10 ស្ថិតិ

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី10 នេះមាន៤ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- បង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់លើសំណុំទិន្នន័យដែលប្រមូលបានត្រឹមត្រូវ
- សង់អ៊ីស្តូក្រាមតាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់បានត្រឹមត្រូវ
- រកតម្លៃមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យបានត្រឹមត្រូវ
- កំណត់បាននូវលក្ខណៈនៃទិន្នន័យដោយប្រៀបធៀបតម្លៃទាំងបីខាងលើបានត្រឹមត្រូវ។

សៀវភៅនេះត្រូវបានសរសេរ និងឱ្យសិស្សបានរៀននិយមន័យនៃសញ្ញាណស្ថិតិ និងបច្ចេកទេសក្នុងការគណនាតម្លៃ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏លទ្ធផលដ៏សំខាន់បំផុតសម្រាប់សិស្សគឺការសិក្សាពីរបៀបដោះស្រាយស្ថិតិសម្រាប់ជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ ជាមួយនឹងលក្ខណៈស្ថិតិនោះដែរគឺដើម្បីវិនិច្ឆ័យពីបញ្ហាដែលមានមូលដ្ឋានលើទិន្នន័យជាលេខដោយមិនចាំបាច់ពឹងផ្អែកលើការវិនិច្ឆ័យប្រធានបទ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែកចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀនទី10 ស្ថិតិត្រូវបានកំណត់ឱ្យបង្រៀនរយៈពេល16 ម៉ោងដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី 1 ខាងក្រោម ដែលក្នុងនោះរយៈពេល 12ម៉ោងគឺសម្រាប់ការបង្រៀន និង 4 ម៉ោងសម្រាប់ការធ្វើលំហាត់។ មេរៀននេះបង្ហាញសញ្ញាណស្ថិតិជាមូលដ្ឋានមួយចំនួន៖ ផ្នែកទី 1 អំពីតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ផ្នែកទី 2 អំពីអ៊ីស្តូក្រាមនៃប្រេកង់ និងផ្នែកទី 3 រង្វាស់ទាំងបីនៃនិន្នាការកណ្តាលនៃទិន្នន័យ៖ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀនស្ថិតិ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនស្ថិតិ	ទំព័រ
4	1. បំណែងចែកប្រេកង់	123-128
(2)	1.1. បំណែងចែកប្រេកង់ទិន្នន័យរាយ	(123-125)
(2)	1.2. តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់	(125-128)
2	2. អ៊ីស្តូក្រាម	128-130
6	3. មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត	130-136
(2)	3.1. មធ្យម	(131-132)
(2)	3.2. មេដ្យាន	(132-134)
(1)	3.3. ម៉ូត	(134-135)
(1)	3.4. លក្ខណៈខុសគ្នារវាងមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត	(135-136)
4	លំហាត់	137-140

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

ក្នុងតារាងទី២ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានគេសន្មតថាធ្វើសកម្មភាព និងវាយតម្លៃដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្ដល់ឱ្យក្នុងតារាងនេះ។

តារាងទី2. ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1-2	បង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់បានត្រឹមត្រូវ	សិស្សបង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យវាយ។	សិស្សអាចរាប់ទិន្នន័យ និងបង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យវាយបានត្រឹមត្រូវ។
3-4	បណ្ដុំទិន្នន័យជាថ្នាក់បានត្រឹមត្រូវ	សិស្សបង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យជាថ្នាក់។	សិស្សអាចបង្កើតទិន្នន័យជាថ្នាក់ និងបង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់បានត្រឹមត្រូវ។
5-6	សង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃតារាងបំណែងចែកប្រេកង់បានត្រឹមត្រូវ	● សិស្សសង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃ តារាងបំណែងចែកប្រេកង់។ ● សិស្សស្ទង់មតិក្នុងថ្នាក់រៀន	● សិស្សអាចសង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃ តារាងបំណែងចែកប្រេកង់បានត្រឹមត្រូវ។ ● សិស្សអាចស្ទង់មតិក្នុងថ្នាក់បានត្រឹមត្រូវ។
7-8	គណនាតម្លៃមធ្យមបានត្រឹមត្រូវ	សិស្សគណនាតម្លៃមធ្យមពីទិន្នន័យដែលឱ្យ។	សិស្សអាចគណនាតម្លៃមធ្យមពីទិន្នន័យ ដែលឱ្យបានត្រឹមត្រូវ។
9-10	គណនាតម្លៃមេដ្យានបានត្រឹមត្រូវ	សិស្សគណនាតម្លៃមេដ្យានពីទិន្នន័យដែលឱ្យ។	សិស្សអាចគណនាតម្លៃមេដ្យានពីទិន្នន័យ ដែលឱ្យបានត្រឹមត្រូវ។
11	គណនាតម្លៃម៉ូតបានត្រឹមត្រូវ	សិស្សគណនាតម្លៃម៉ូតពីទិន្នន័យដែលឱ្យ។	សិស្សអាចគណនាតម្លៃម៉ូតពីទិន្នន័យដែលឱ្យបានត្រឹមត្រូវ។
12	ប្រៀបធៀបតម្លៃមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតបានត្រឹមត្រូវ	សិស្សប្រៀបធៀបតម្លៃមធ្យមមេដ្យាន និង ម៉ូត។	សិស្សអាចប្រៀបធៀបតម្លៃមធ្យមមេដ្យាន និង ម៉ូតបានត្រឹមត្រូវ។
13-16	លំហាត់	សិស្សដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 137-140។	សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ស្ថិតិផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

ក) ការផ្សារភ្ជាប់ជាមួយនឹងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ

ស្ថិតិត្រូវបានប្រើជាញឹកញាប់ណាស់នៅក្នុងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង ហើយត្រូវបានទទួលស្គាល់ថាជាផ្នែកមួយដែលមានប្រយោជន៍បំផុតក្នុងគណិតវិទ្យា។ នៅក្នុងមេរៀននេះផងដែរគ្រូបង្រៀនគួរតែធ្វើការសង្កត់ធ្ងន់លើការផ្សារភ្ជាប់រវាងទ្រឹស្ដីគណិតវិទ្យា និងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។ ដូច្នេះទាមទារឱ្យគ្រូត្រូវណែនាំខ្លឹមសារ និងរូបមន្តតាមរយៈឧទាហរណ៍ក្នុងជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ។ ជាការពិតណាស់ហើយដែលក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលមានឧទាហរណ៍ជាច្រើន ប៉ុន្តែក្នុងគោលបំណងដើម្បីឱ្យសិស្សអាចប្រើវិធីសាស្ត្រនៃស្ថិតិដោយខ្លួនឯង គ្រូបង្រៀនត្រូវយកចិត្តទុកដាក់ខ្លាំងលើការធ្វើស្ថិតិជាក់ស្ដែងនៅក្នុងថ្នាក់រៀនរបស់ពួកគេ។ ឧទាហរណ៍ មួយចំនួនទាក់ទងនឹងស្ថិតិនៃថ្នាក់រៀនត្រូវបានបង្កើតឡើងនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ។

ខ) ប្រភេទនៃទិន្នន័យ

វាជាការសំខាន់ផងដែរដែលយើងត្រូវដឹងពីប្រភេទទិន្នន័យនៃបញ្ហាដែលយើងត្រូវដោះស្រាយ។ ប្រភេទផ្សេងៗនៃទិន្នន័យត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងសៀវភៅដែលអាចត្រូវបានចាត់ថ្នាក់ចូលទៅក្នុងប្រភេទមួយចំនួននៃលក្ខណៈ និងវិធីសាស្ត្រក្នុងការគណនារង្វាស់នៃបំណែងចែកប្រែប្រួលទៅតាមប្រភេទនៃទិន្នន័យ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរក្សាទុកក្នុងចិត្តនូវប្រភេទទិន្នន័យដែលយើងកំពុងដំណើរការ។

គ) ការប្រើឧបករណ៍អេឡិចត្រូនិច

ដោយមេរៀននេះទាក់ទងជាមួយនឹងទិន្នន័យនានា នោះសិស្សត្រូវតែគណនាតម្លៃជាលេខឱ្យបានច្រើន។ គ្រូគួរអនុញ្ញាតឱ្យសិស្សប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខបើសិនជាពួកគេត្រូវការគណនាតម្លៃលេខក្នុងមេរៀននេះ។ ស្ថិតិវិភាគអាចធ្វើបានយ៉ាងងាយស្រួលបើគេប្រើកុំព្យូទ័រ។ និយាយឱ្យចំទៅ គ្មានការគណនាស្ថិតិណាដែលអាចត្រូវបានធ្វើដោយមិនប្រើកុំព្យូទ័រនោះទេនៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។ ប្រសិនបើមានថ្នាក់រៀនមានបំពាក់កុំព្យូទ័រ គ្រូត្រូវបង្ហាញដល់សិស្សពីទិន្នន័យដែលដំណើរការដោយការប្រើកុំព្យូទ័រ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

ទោះបីជាសមត្ថភាពនៃការគណនាក្នុងមេរៀននេះគ្រាន់តែមូលដ្ឋានលើប្រមាណវិធីនព្វន្តក៏ដោយ ក៏ទាមទារឱ្យសិស្សទម្លាប់ធ្វើការកត់សម្គាល់ទៅនឹងសកម្មភាពដូចជា៖

- សង់ក្រាបសសរនិង ក្រាបបន្ទាត់នៅលើតម្រុយកូអរដោនេ
- ប្រមូល និងកត់ត្រាទិន្នន័យ

ដោយសិស្សត្រូវតែដោះស្រាយឱ្យបានច្រើននៃតម្លៃលេខ នោះតម្រូវឱ្យពួកគេមានការប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការគណនាកុំឱ្យខុស។ ប្រសិនបើសិស្សមានចំណេះដឹងពីទិន្នន័យស្ថិតិនានានៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់ពួកគេ និងដែលបានបង្ហាញនៅលើកាសែត ឬព័ត៌មានទូរទស្សន៍នោះវានឹងលើកទឹកចិត្តពួកគេឱ្យចង់រៀនស្ថិតិថែមទៀត។

1st Period

មេរៀនទី

10 ស្ថិតិ

វត្ថុបំណង

- ❑ រៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់
- ❑ បកស្រាយទិន្នន័យជាក្រាប
- ❑ រកមធ្យម ម៉ូត និងមេដ្យាននៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់ ។

1. បំណែងចែកប្រេកង់

1.1. បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់

ឧទាហរណ៍ : ការស្រង់ចំនួនកូនក្នុងចំណោម 24 គ្រួសារគេបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម

2	0	1	2	4	3	1	2
2	1	3	4	3	3	2	2
3	2	5	3	2	2	4	4

ទិន្នន័យខាងលើនេះបិតនៅរប៉ាត់រប៉ាយ ។

ដូចនេះ វិធីមួយដែលអាចឱ្យយើងងាយយល់បាន ដំបូងគេត្រូវរៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់នៃតម្លៃនិងរាប់ចំនួនដងដែលកើតមានឡើងចំពោះតម្លៃនៃតួនីមួយៗដាក់ក្នុងតារាងមួយហៅថា **តារាងបំណែងចែកប្រេកង់** ។

ចំនួនកូនដែលគ្រួសារនីមួយៗ មានតាងដោយ x ហើយចំនួនដងដែលកើតមានឡើងលើតម្លៃនីមួយៗហៅថា ប្រេកង់តាងដោយ f ។

123

ស្ថិតិ

ត្រូវប្រាកដថាសិស្សអាចកំណត់បានពីអត្ថន័យនៃពាក្យ និងតម្លៃនៅក្នុងបរិបទនៃជីវិតពិតរបស់ពួកគេ។ មេរៀននេះគឺមិនត្រឹមតែបង្ហាញនិយមន័យ និងការគណនាប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែក៏ដើម្បីជំរុញពាក្យជាមូលដ្ឋាននៃស្ថិតិសម្រាប់សិស្ស និងឱ្យពួកគេគិតពីចំនួនក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1

- បង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ពីសំណុំទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យ។
- ផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុនពេលធ្វើឧទាហរណ៍ត្រូវសួរសិស្សនូវសំណួរមួយចំនួនដើម្បីជួយឱ្យពួកគេកំណត់បានតម្លៃដែលទាក់ទង និងយល់ពីអត្ថប្រយោជន៍នៃតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ខាងក្រោម៖

សំណួរ តើគ្រួសាររបស់ពួកគេមានសមាជិកចំនួនប៉ុន្មាននាក់?

សំណួរ តើអ្នករកឃើញប្រភេទនៃព័ត៌មានអ្វីខ្លះពីចំនួនលេខទាំងនេះ?

សំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន

គ្រូបង្រៀនគួរតែទទួលស្គាល់ថាស្ថិតិគឺជាផ្នែកមួយនៃគណិតវិទ្យាដែលទាក់ទងយ៉ាងជិតស្និទ្ធច្រើនបំផុតទៅនឹងជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់យើង។ បើទោះបីជានិយមន័យ និងការគណនាលេចឡើងបន្ទាប់ពីចំណុចផ្សេងទៀតនៅក្នុងជំពូកនេះតែនៅក្នុងថ្នាក់រៀនមិនត្រូវបានដាក់កម្រិតទៅលើតែការណែនាំពាក្យបច្ចេកទេសថ្មី និងការគណនានោះទេ។

ផ្ទុយទៅវិញគ្រូបង្រៀនគួរអនុញ្ញាតឱ្យសិស្ស៖

(1) គិតអំពីការលើកទឹកចិត្តនៃការវិភាគស្ថិតិ៖ តើហេតុអ្វីបានជាយើងវិភាគទិន្នន័យតាមរបៀបនេះ?

(2) គិតពីអត្ថន័យនៃលទ្ធផល៖ តើលទ្ធផលនេះមានន័យដូចម្តេច? តើអ្វីទៅជាអត្តសញ្ញាណដែលត្រូវបានគេបង្ហាញឱ្យដឹង?

(3) ចង់អនុវត្តវិធីសាស្ត្រទទួលបានថ្មីនេះទៅនឹងបញ្ហាជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់ពួកគេ។

គ្រូក៏អាចព្យាយាមអនុវត្តវិធីសាស្ត្រក្នុងសៀវភៅទៅនឹងទិន្នន័យពិតប្រាកដដែលបានប្រមូលពីសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់រៀន។ តាមរយៈការធ្វើលំហាត់គំរូ "ពិតប្រាកដ" ទាំងនេះសិស្សនឹងយល់អំពីខ្លឹមសាររបស់សៀវភៅនេះកាន់តែល្អប្រសើរ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលចាប់ផ្ដើមសរុប ទិន្នន័យចូរសួរសិស្សនូវសំណួរមួយចំនួនៈ
សំណួរ តើចំនួនកូនប៉ុន្មាន ដែលមានចំនួនគ្រួសារច្រើនជាងគេ?
សំណួរ តើមានគ្រួសារចំនួនប៉ុន្មាន ដែលមានកូនបីនាក់?
តាមរយៈសំណួរទាំងនេះសិស្សនឹងយល់ថាហេតុអ្វីបានពួកគេគួរតែរាប់ទិន្នន័យសរុប។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- មុនពេលធ្វើលំហាត់គំរូ ត្រូវសួរសិស្សថាតើពួកគេដឹងពីវិធីសាស្ត្រដ៏ល្អមួយណាដើម្បីរាប់ចំនួនទិន្នន័យសម្រាប់តម្លៃនីមួយៗ។
- ត្រូវប្រាកដថាដើម្បីបង្ហាញពីវិធីរាប់គឺត្រូវធ្វើជាជំហានៗដោយប្រុងប្រយ័ត្ន។
- ពិនិត្យមើលថាផលបូកនៃប្រេកង់គឺស្មើគ្នាទៅនឹងចំនួនសរុបនៃទិន្នន័យ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជ្រើសរើសសិស្សមួយចំនួន ហើយឱ្យពួកគេរាប់ចំនួនសរុបនៃលំហាត់គំរូចំពោះមុខសិស្សផ្សេងទៀត។

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ចំនួនកូន x	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
0	/	1
1	///	3
2	~~////~~ ////	9
3	~~////~~ /	6
4	////	4
5	/	1
ប្រេកង់សរុប		24

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ គឺជាការរៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងតាមលំដាប់នៃតម្លៃនិងទៅតាមចំនួនដងចំពោះតម្លៃនីមួយៗ ដែលកើតមានឡើង ។

លំហាត់គំរូ : គ្រូសួរសិស្ស 38 នាក់អំពីចំណង់ចំណូលចិត្តដែលសិស្សម្នាក់ៗ ចង់រៀនភាសាបរទេសមានអង់គ្លេស E បារាំង F រូស៊ី R ចិន C ជប៉ុន J និងកូរ៉េ K បានចម្លើយដូចខាងក្រោម

E E R F J E E C F E J C F J E C K J E

F K E J E C J C E F E E F J C F E K E

ក. សង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃភាសាបរទេសដែលសិស្សចង់រៀន

ខ. តើភាសានីមួយៗដែលសិស្សចង់រៀនមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ចម្លើយ : ក. តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ភាសាបរទេស	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
អង់គ្លេស E	~~////~~ ~~////~~ ////	14
បារាំង F	~~////~~ //	7
រូស៊ី R	/	1
ជប៉ុន J	~~////~~ //	7
ចិន C	~~////~~ /	6
កូរ៉េ K	///	3
ប្រេកង់សរុប		38

124

2nd Period

សេចក្ដីណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្សលើប្រភេទនៃទិន្នន័យ

ទិន្នន័យមានពីរប្រភេទ លេខ និងមិនមែនជាលេខ

ក) ទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍នេះគឺជាទិន្នន័យលេខដែលជាចំនួនគត់វិជ្ជមានមិនអវិជ្ជមាន 0, 1, 2, ... សម្រាប់ប្រភេទនៃទិន្នន័យទាំងនេះយើងអាចដឹងថាជាតម្លៃធំបំផុត តូចបំផុត និងលំដាប់នៃទិន្នន័យ ហើយមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតអាចត្រូវបានកំណត់នៅក្នុងផ្នែកខាងក្រោយ។

ខ) ទិន្នន័យនៃលំហាត់គំរូ គឺជាទិន្នន័យដែលមិនមែនជាលេខ។ សម្រាប់ទិន្នន័យប្រភេទនេះសញ្ញាណធំបំផុត តូចបំផុត និងតម្លៃដទៃទៀតមិនអាចកំណត់បាន។ មានតែម៉ូតដែលអាចរកឃើញ នឹងត្រូវបង្ហាញនៅពេលក្រោយ។

នៅក្នុងប្រភេទទាំងពីរនេះយើងត្រូវតែមានការប្រុងប្រយ័ត្នខ្លាំងណាស់នៅពេលដែលយើងរាប់ចំនួនសរុបនេះ។ នៅពេលដែលយើងធ្វើឱ្យមានកំហុសមួយចំនួន នោះវានឹងមានការលំបាកយ៉ាងខ្លាំងក្នុងការរកកន្លែងដែលយើងបានធ្វើខុស។

3rd Period

មេរៀនទី ១០

ខ. តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ យើងឃើញថាសិស្សរៀនភាសាអង់គ្លេសមាន 14 នាក់ បារាំង 7 នាក់ រុស្ស៊ី 1 នាក់ ជប៉ុន 7 នាក់ ចិន 6 នាក់ និងកូរ៉េ 3 នាក់ ។

ប្រតិបត្តិ : ទិន្នន័យចំពោះចំនួនថ្ងៃដែលសិស្ស 45 នាក់នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយត្រូវបានអវត្តមានពីសាលាក្នុងមួយឆ្នាំសិក្សាមានដូចខាងក្រោម

4 3 0 5 2 2 0 1 6 2 7 6 3 3 0

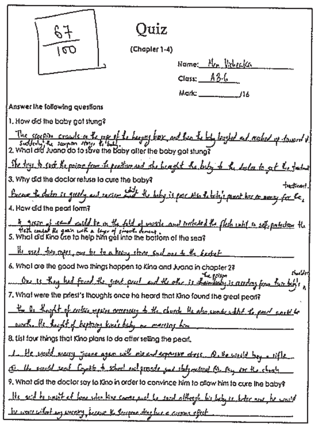
4 4 2 0 1 4 0 2 1 5 1 6 3 2 5

2 2 4 0 6 3 2 0 1 7 5 0 1 2 3

ចូរសង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ។

1.2. បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាពិន្ទុភាសាអង់គ្លេសនៃសិស្ស 40 នាក់ ។



46	58	65	70	75
48	59	66	71	78
51	59	66	72	79
52	60	66	72	80
54	62	67	73	82
55	63	68	73	83
55	64	68	73	84
56	65	69	74	89

បើយើងរៀបចំពិន្ទុនីមួយៗ ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងលើគេត្រូវប្រើតារាងមួយដែលមានជួរដេកច្រើនណាស់ ពីព្រោះទិន្នន័យដែលឱ្យនេះមានច្រើនប្រភេទ ។ ក្នុងករណីនេះគេរៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់នៃពិន្ទុរួចផ្តុំជាថ្នាក់ ។

របៀបរៀបចំជាថ្នាក់

ការរៀបចំថ្នាក់នៃទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់គេត្រូវកំណត់ចំនួនថ្នាក់និងប្រវែងចន្លោះថ្នាក់ ។

- តាមទិន្នន័យខាងលើតម្លៃពិន្ទុដែលតូចជាងគេ 45 និងធំជាងគេគឺ 89 ។
- បើយើងរៀបចំទិន្នន័យនេះជា 9 ថ្នាក់នោះថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែងចន្លោះ

125

ចម្លើយ នៃប្រតិបត្តិ

ថ្ងៃ x	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
0	~~////~~ ///	8
1	~~////~~ /	6
2	~~////~~ ~~////~~	10
3	~~////~~ /	6
4	~~////~~	5
5	////	4
6	////	4
7	//	2
ប្រេកង់សរុប		45

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុនពេលធ្វើឧទាហរណ៍ ចូរឱ្យសិស្សធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៅក្នុងវិធីដូចគ្នានឹងផ្នែក 1.1។ តើពួកគេមានអារម្មណ៍យ៉ាងណា? វាជាការសំខាន់ដែលធ្វើឱ្យសិស្សមានអារម្មណ៍ពីធម្មជាតិចាំបាច់ដើម្បីឱ្យទិន្នន័យទាំងមូលចូលទៅក្នុងថ្នាក់ជាច្រើន។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ តើតម្លៃធំបំផុតនៃទិន្នន័យស្មើនឹងប៉ុន្មាន? តើតម្លៃតូចបំផុតនៃទិន្នន័យស្មើនឹងប៉ុន្មានដែរ?

សំណួរ តើអ្នកផ្តុំទិន្នន័យចំនួនប៉ុន្មានថ្នាក់?

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់សិស្សលើប្រភេទទិន្នន័យ ៖ ទិន្នន័យជាលេខបីប្រភេទ

ទិន្នន័យជាលេខនៅទំព័រ 124 ត្រូវបានចែកជាបីប្រភេទ៖

(A1) ទិន្នន័យដែលមានចំនួនតូចនៃតម្លៃដាច់ពីគ្នាហើយផ្សេងគ្នា (ឧទាហរណ៍ 1.1)

(A2) ទិន្នន័យដែលមានចំនួនធំនៃតម្លៃដាច់ពីគ្នាហើយផ្សេងគ្នា (ឧទាហរណ៍ 1.2)

(A3) ទិន្នន័យដែលមានតម្លៃជាបន្ត (លំហាត់គំរូ 1.2)។

សម្រាប់ (A1) តារាងបំណែងចែកប្រេកង់អាចត្រូវបានបង្កើតឡើងពីតម្លៃដើមដោយគ្មានការដាក់ជាក្រុម។ ទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យជាលទ្ធផលនៃជម្រើសជាច្រើនដែលធម្មតាមានបែបបទដូចនេះ។

សម្រាប់ (A2) និង (A3) ទិន្នន័យនេះគួរតែត្រូវបានដាក់ជាក្រុមទៅក្នុងថ្នាក់ ព្រោះថាយើងមានតម្លៃច្រើននៃ x នឹងត្រូវបានបង្ហាញនៅលើជួរឈររបស់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នេះ។

បើគ្មានការដាក់កម្រិតតម្លៃណាមួយ នោះលទ្ធផលនៃការស្ទង់មតិមួយដែលជាធម្មតាមានបែបបទដូចនេះ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- ទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍នេះគឺជាប្រភេទ (A2) នៅលើទំព័រ 125
- ដំបូងសួរសិស្សគំនិតរបស់ពួកគេអំពីចន្លោះថ្នាក់។
- បង្ហាញថាចំនួននៃថ្នាក់ត្រូវបានកំណត់ដោយផលចែកនៃផលដកតម្លៃធំបំផុត និងតូចបំផុតលើចន្លោះថ្នាក់។
- ជ្រើសរើសចន្លោះថ្នាក់មួយដែលសមល្មមយើងបានចំនួននៃថ្នាក់សមល្មម។

កំណត់សម្គាល់សំខាន់សម្រាប់គ្រូ

- ប្រាប់សិស្សថាថ្នាក់នីមួយៗបានរាប់បញ្ចូលទាំងគោលក្រោមនៃចន្លោះរបស់វាប៉ុន្តែមិនរាប់បញ្ចូលគោលលើទេ។ ជាឧទាហរណ៍ 45-50 ន័យថា $45 \leq x < 50$។
- ដូច្នេះត្រូវប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការរាប់ចំនួនសរុបនេះចាប់ពី 45 ទៅត្រូវរាប់នៅក្នុងថ្នាក់ 45-50 ប៉ុន្តែ 50 ត្រូវរាប់នៅក្នុងថ្នាក់ 50-55 វិញ។
- ត្រូវប្រាកដថាវិធីរាប់ត្រូវធ្វើជាជំហានៗដោយប្រុងប្រយ័ត្ន។
- ពិនិត្យថាផលបូកនៃប្រេកង់ត្រូវតែស្មើគ្នាទៅនឹងចំនួនសរុបនៃទិន្នន័យ។

$$\frac{\text{តម្លៃធំបំផុត} - \text{តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ចំនួនថ្នាក់}} = \frac{89-46}{9} \approx 4.77$$ គេយក 5

ថ្នាក់ទាំង 9 គឺ 45 – 50 , 50 – 55 , 55 – 60 , 60 – 65 , 65 – 70 , 70 – 75 , 75 – 80 , 80 – 85 និង 85 – 90 ។

- 45 – 50 ជាថ្នាក់ទី 1 ដែល 45 ហៅថាគោលក្រោមនៃថ្នាក់និង 50 ហៅថាគោលលើនៃថ្នាក់ ។
- 50 – 55 ជាថ្នាក់ទី 2 ដែល 50 ហៅថាគោលក្រោមនៃថ្នាក់និង 55 ហៅថាគោលលើនៃថ្នាក់ ។

ធ្វើយ៉ាងនេះមានន័យថា គេបានបង្រួមទិន្នន័យខាងលើជា 9 ថ្នាក់ ហើយមានលក្ខណៈងាយស្រួលក្នុងការធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ។

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ថ្នាក់	ចន្លោះថ្នាក់	រាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
1	45 - 50	//	2
2	50 - 55	///	3
3	55 - 60	~~////~~ /	6
4	60 - 65	////	4
5	65 - 70	~~////~~ ////	9
6	70 - 75	~~////~~ ///	8
7	75 - 80	///	3
8	80 - 85	////	4
9	85 - 90	/	1
	ប្រេកង់សរុប		40

សំគាល់ : បើគេរៀបចំទិន្នន័យឱ្យមានថ្នាក់ច្រើនពេកនឹងបង្កឱ្យមានភាពស្មុគស្មាញ ។ ប៉ុន្តែបើមានថ្នាក់តិចពេកនោះការវិភាគមានលក្ខណៈមិនគ្រប់ជ្រុងជ្រោយ ។

ជាទូទៅ : ការរៀបចំទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់គេកំណត់ចាប់ 5 ដល់ 10 ថ្នាក់ប៉ុណ្ណោះ ។

126

ការណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្សលើចន្លោះថ្នាក់

នៅពេលដែលចន្លោះថ្នាក់តូចពេកយើងនឹងមានថ្នាក់ច្រើនហើយមានប្រេកង់ទាបបំផុត។ ខណៈពេលដែលចន្លោះថ្នាក់ធំពេក នោះចំនួននៃថ្នាក់តិច។ឱ្យសិស្សបង្កើតតារាងខាងលើដោយប្រើចន្លោះថ្នាក់ 3 និង20 ។ ចន្លោះថ្នាក់ទាំងពីរនេះគឺមិនសមល្មម ដើម្បីមើលឃើញនិន្នាការនៃទិន្នន័យទេ។

ចន្លោះថ្នាក់ = 3

ថ្នាក់	ប្រេកង់
45-48	1
48-51	1
51-54	2
54-57	4
57-60	3
60-63	2
63-66	4
66-69	6

ថ្នាក់	ប្រេកង់
69-72	3
72-75	6
75-78	1
78-81	3
81-84	2
84-87	1
87-90	1
ប្រេកង់សរុប	40

ចន្លោះថ្នាក់ = 20

ថ្នាក់	ប្រេកង់
40-60	11
60-80	24
80-100	5
ប្រេកង់សរុប	40

4th Period

មេរៀនទី ១០

លំហាត់គំរូ : ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជាម៉ាសត្រី 50 ដែលបានចាប់យកពីក្នុងស្រះចិញ្ចឹមត្រីមួយ ហើយម៉ាសគិតជាគីឡូក្រាម (kg) ។

0.62	0.83	0.78	0.77	0.88	0.79	0.84	1.07	0.81	0.88
1.10	1.01	1.03	0.87	1.13	0.94	0.94	0.68	0.97	0.71
0.80	0.73	0.86	0.92	0.65	0.89	0.97	0.92	0.85	1.11
1.08	1.14	1.00	1.05	0.95	1.01	0.91	0.75	0.68	1.19
0.73	0.85	0.66	0.87	0.81	0.77	0.83	1.05	1.01	0.80

ក. ចូររៀបចំទិន្នន័យនេះផ្តុំជាថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែងចន្លោះ 0.1 ។

ខ. តើត្រីដែលមានម៉ាសតិចជាង $1kg$ មានចំនួនប៉ុន្មាន ? តិចជាង $2kg$ មានចំនួនប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ :

ក. រៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ដោយផ្តុំជាថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

តម្លៃតូចបំផុតនៃទិន្នន័យគឺ 0.62 និងចំនួនធំបំផុតគឺ 1.19 ។

$$\text{ចំនួនថ្នាក់} = \frac{\text{តម្លៃធំបំផុត} - \text{តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ប្រវែងចន្លោះ}} = \frac{1.19-0.62}{0.1} = 5.7 \approx 6$$

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ថ្នាក់	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់ f
0.60 - 0.70	卌	5
0.70 - 0.80	卌 |||	8
0.80 - 0.90	卌 卌 卌	15
0.90 - 1.00	卌 |||	8
1.00 - 1.10	卌 ||||	9
1.10 - 1.20	卌	5
ប្រេកង់សរុប		50

127

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុនពេលធ្វើលំហាត់គំរូត្រូវសួរសិស្សថាតើនឹងមានអ្វីកើតឡើងប្រសិនបើពួកគេធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៅក្នុងវិធីដូចគ្នាទៅផ្នែក 1.1 ។

វាជាថ្មីម្តងទៀតការសំខាន់គឺអនុញ្ញាតឱ្យសិស្សផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់តាមអារម្មណ៍របស់សិស្ស ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ តើតម្លៃណាជាតម្លៃធំបំផុត និងតម្លៃតូចបំផុតនៃទិន្នន័យ?

សំណួរ តើអ្នកអាចរកទិន្នន័យមួយណាខ្លះដែលមានតម្លៃដូចគ្នា?

សំណួរ តើអ្នកផ្តុំទិន្នន័យជាប៉ុន្មានថ្នាក់?

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- ទិន្នន័យនៃលំហាត់គំរូនេះគឺជាប្រភេទនៃគំរូ (A3) នៅលើទំព័រ 125 ។
- នៅក្នុងករណីដែលទិន្នន័យជាបន្តបន្ទាប់ នោះភាគច្រើនបំផុតនៃតម្លៃគឺខុសគ្នាពីមួយទៅមួយ។
- ដោយតម្លៃនៃទិន្នន័យបង្ហាញជាទសភាគពីរខ្ទង់ក្រោយចុចនោះតម្លៃចុងបញ្ចប់នៃថ្នាក់នីមួយៗជាទសភាគពីរខ្ទង់ក្រោយចុចដែរដូចជា 0.60 និង 0.70 ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- ដូចឧទាហរណ៍មុន ថ្នាក់នីមួយៗត្រូវបញ្ចូលទាំងគោលក្រោមនៃចន្លោះប៉ុន្តែមិនរាប់បញ្ចូលគោលខាងលើនេះទេ។ ជាឧទាហរណ៍ 0.60-0.70 មានន័យថា $0.60 \leq x < 0.70$។
- ជាថ្មីម្តងទៀតត្រូវប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការរាប់ចំនួនសរុបនេះ។ 0.60គឺត្រូវរាប់នៅក្នុងថ្នាក់ 0.60-0.70 ប៉ុន្តែ 0.70 គឺត្រូវរាប់នៅក្នុងថ្នាក់ 0.70-0.80 ។
- ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំនួនប្រេកង់សរុបត្រូវស្មើ នឹងចំនួនទិន្នន័យសរុប។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ

ទិន្នន័យដាច់ពីគ្នា និងទិន្នន័យបន្តបន្ទាប់

មានទិន្នន័យពីរប្រភេទក្នុងការរាប់វត្ថុនៃការស្ទង់មតិ។

- ទិន្នន័យដាច់ពីគ្នាកើតឡើងនៅពេលដែលយើងរាប់ចំនួនធាតុនៃសំណុំដាច់លាក់មួយ (ដូចជាចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារ)។ ចំនួនពេលវេលាដែលបានកើតឡើង (ដូចជាចំនួនអវត្តមានក្នុងសាលារៀន)។ បរិមាណដែលវាស់ដោយឯកតាពីរដាច់ពីគ្នា (ដូចជាពិន្ទុក្នុងការធ្វើតេស្ត)។ល។
- ទិន្នន័យបន្តបន្ទាប់កើតឡើងនៅពេលដែលយើងប្រមូលលទ្ធផលនៃការវាស់មាត្រដ្ឋានដោយបន្ទាត់ ទម្ងន់ និងមាត្រដ្ឋានពេលវេលាដោយនាឡិកា។ល។

វាចាំបាច់ណាស់សម្រាប់សិស្សដែលត្រូវស្គាល់ថា តើទិន្នន័យដែលពួកគេកំពុងដោះស្រាយជាទិន្នន័យដាច់ពីគ្នាឬជាទិន្នន័យបន្តបន្ទាប់គ្នា។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ក. អាយុទាបជាងគេគឺ 22ឆ្នាំ និង អាយុខ្ពស់ជាងគេគឺ 64 ឆ្នាំ។

ចន្លោះថ្នាក់ $= \frac{64-22}{9} = 4.66\cdots \approx 5$

ថ្នាក់	ចំនួនដង	ប្រេកង់
20-25	/	1
25-30	///	3
30-35	~~////~~	5
35-40	~~////~~ /	6
40-45	~~////~~ ~~////~~	10
45-50	~~////~~ ////	9
50-55	~~////~~ ///	8
55-60	~~////~~ /	6
60-65	//	2
ប្រេកង់សរុប		50

ខ. $1 + 3 + 5 + 6 + 10 + 9 = 34$

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2 ?

សង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃតារាងបំណែងចែកប្រេកង់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- ត្រូវប្រាកដថាក្នុងការបង្ហាញពីវិធីនៃការសង់អ៊ីស្តូក្រាមត្រូវធ្វើជាជំហានៗ។
- តម្លៃនីមួយៗនៃទិន្នន័យរាយត្រូវសរសេរនៅចំកណ្ដាលនៃបាតចតុកោណកែង។
- ផ្នែកខាងចំហៀងចតុកោណកែងត្រូវគូសជាប់ៗគ្នាដោយគ្មានគម្លាតណាមួយទេ។
- សូមព្យាយាមសង់រូបទាំងមូលឱ្យបានល្អ និងមានតុល្យភាព កុំធ្វើឱ្យមានចន្លោះច្រើនពេកនៅខាងលើ និងនៅខាងស្ដាំ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- បន្ទាប់ពីសង់អ៊ីស្តូក្រាមចូរសួរសិស្សអំពីអ្វីដែលរកឃើញពីអ៊ីស្តូក្រាមនេះ។
- ពិភាក្សាពីគុណសម្បត្តិនៃការសង់អ៊ីស្តូក្រាម។

ខ. ចំនួនត្រីដែលមានម៉ាសតិចជាង $1kg$ ជាផលបូកប្រេកង់នៃ 4 ថ្នាក់ដំបូង ។

ចំនួនត្រីមានម៉ាសតិចជាង $1kg$ គឺ $= 5+8+15+8 = 36$

ត្រីទាំងអស់មានម៉ាសតិចជាង $2kg$ ។ ចំនួននេះជាផលបូកប្រេកង់នៃថ្នាក់ទាំងអស់ ។ តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ទាំងអស់មានចំនួន 50 ។

ប្រតិបត្តិ : ការអង្កេតអាយុរបស់គ្រូបង្រៀននៅក្នុងសាលាមួយទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម

25	50	51	56	39	42	45	30	49	42	46	59	45
43	52	26	53	34	53	64	57	46	42	35	28	58
38	46	33	47	40	48	61	44	31	39	44	22	55
54	32	42	47	37	56	36	41	54	42	54	។	

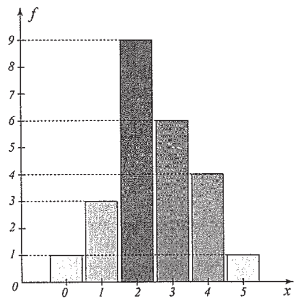
ក. រៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ដោយផ្ដុំជា 9 ថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ខ. តើគ្រូបង្រៀនមានអាយុតិចជាង 50ឆ្នាំមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

2. ការតាងក្រាប

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បកស្រាយទិន្នន័យនៃចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារដែលបានពិភាក្សានៅខាងដើមដូចបានបង្ហាញក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ខាងក្រោមនេះជាក្រាប ។

ចំនួនកូន x	ប្រេកង់ f
0	1
1	3
2	9
3	6
4	4
5	1



ចំពោះទិន្នន័យមិនផ្ដុំជាថ្នាក់គេអាចសង់ក្រាបតាមរបៀបដូចខាងស្ដាំ

- នៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ គេដៅតម្លៃនីមួយៗនៃទិន្នន័យនៅលើអក្ស័អាប់ស៊ីសនិងប្រេកង់ f នៅលើអក្ស័អរដោនេរួចសង់សសរដែលតម្លៃនីមួយៗនៃទិន្នន័យជាផ្ចិតនៃបាតនិងប្រេកង់ជាកម្ពស់នៃសសរ ហើយក្រាបដែលសង់បានហៅថា ក្រាបសសរ ។

128

5th Period

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់សិស្ស អត្ថប្រយោជន៍នៃការសង់អ៊ីស្តូក្រាម

តាមសំណង់អ៊ីស្តូក្រាមយើងអាចមើលឃើញបំណែងចែកទាំងមូលនៃទិន្នន័យ ហើយយើងអាចយល់ពីអត្ថសញ្ញាណនៃទិន្នន័យដូចជា៖

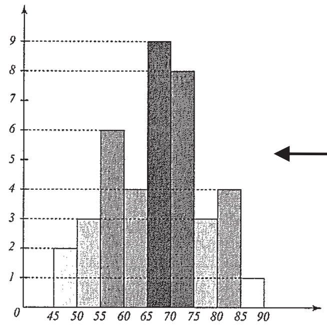
- តម្លៃដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ
- តម្លៃធំបំផុត និងតូចបំផុត
- ការរីករាលដាលនៃទិន្នន័យ
- ស៊ីមេទ្រី និងគម្លាតនៃបំណែងចែក

នៅក្នុងករណីនៃឧទាហរណ៍ក្នុងទំព័រនេះ យើងអាចរកឃើញយ៉ាងងាយពី៖

- តម្លៃដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេគឺ 2
- តម្លៃនៃទិន្នន័យនេះរាប់ពី 0 ទៅ 5
- ទិន្នន័យនៃបំណែងចែកដែលខុសទីកន្លែងបន្តិច ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ចំពោះទិន្នន័យផ្គុំជាថ្នាក់ដែលបានពិភាក្សានៅខាងដើម

ថ្នាក់	ចន្លោះថ្នាក់	ប្រេកង់ f
1	45-50	2
2	50-55	3
3	55-60	6
4	60-65	4
5	65-70	9
6	70-75	8
7	75-80	3
8	80-85	4
9	85-90	1



គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យខាងដើមជាក្រាបដូចខាងស្តាំ

- នៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ គេដៅតម្លៃនៃចន្លោះថ្នាក់នីមួយៗលើអក្ស័អាប់ស៊ីសនិងប្រេកង់នៅលើអ័ក្សអរដោនេ ។
- សង់ក្រាបសសរជាប់គ្នាៗដែលមានបាតជាប្រវែងចន្លោះថ្នាក់និងកម្ពស់ជាប្រេកង់នៃថ្នាក់នីមួយៗ ។ ក្រាបដែលសង់បានហៅថា **អ៊ីស្តូក្រាម** ។

លំហាត់គំរូ : ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជារយៈពេលនៃការធ្វើតេស្តធាតុផ្សំអេឡិចត្រូនិច 30 ដែលមិនបានជោគជ័យ ហើយរយៈពេលចំពោះការមិនបានជោគជ័យគិតជាម៉ោង (h) ។

1.2	21.0	34.7	13.2	3.6	14.7
31.0	17.1	22.1	16.4	21.2	15.2
11.3	6.8	2.7	31.2	9.0	6.8
23.7	16.3	30.0	28.6	19.0	29.0
4.4	44.3	18.5	5.3	5.5	10.0

ក. រៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ផ្គុំជាថ្នាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែងចន្លោះ $10h$ ដោយចាប់ផ្តើមពី 0 ។

ខ. បកស្រាយទិន្នន័យនេះជាអ៊ីស្តូក្រាម ។

129

6th Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍ 2 នេះគឺជាប្រភេទនៃគំរូ (A2) នៅទំព័រ125 ។

- ដោយទិន្នន័យមានតម្លៃដាច់ពីគ្នាជាច្រើននោះយើងត្រូវផ្គុំទិន្នន័យជាថ្នាក់។
- ក្នុងអ៊ីស្តូក្រាមនៃទិន្នន័យជាថ្នាក់ នោះចតុកោណកែងនឹងបង្ហាញពីថ្នាក់ និងប្រេកង់របស់វា។ បាតនៃចតុកោណកែងនេះគឺជាចន្លោះនៃថ្នាក់ និងកម្ពស់ត្រូវគ្នាទៅនឹងប្រេកង់របស់វា។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ តើប្រភេទលក្ខណៈនៃទិន្នន័យដែលអ្នកបានរកឃើញដោយការសង់អ៊ីស្តូក្រាមរបស់វាមានអ្វីខ្លះ?

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

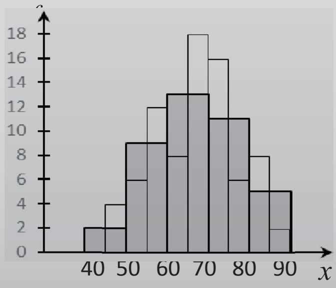
- ទិន្នន័យនៃលំហាត់គំរូនេះគឺជាប្រភេទនៃគំរូ (A3) នៅទំព័រ 125។
- សួរសិស្សថាតើយើងគួរបង្កើតថ្នាក់ចំនួនប៉ុន្មាន? រួចឱ្យពួកគេធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់។
- ជ្រើសរើសសិស្សមួយចំនួន ហើយឱ្យពួកគេសង់អ៊ីស្តូក្រាមនៅចំពោះមុខសិស្សផ្សេងទៀតដើម្បីឱ្យសិស្សទាំងអស់យល់ពីរបៀបសង់អ៊ីស្តូក្រាមដែលល្អ និងមានតុល្យភាព។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ ភាពខុសគ្នារវាងអ៊ីស្តូក្រាម និងក្រាបសសរ

អ៊ីស្តូក្រាមមើលទៅដូចជាក្រាបសសរ ប៉ុន្តែក្រាបទាំងពីរនេះគឺជាក្រាបខុសគ្នា។
ឧបមាថាចន្លោះថ្នាក់បានកើនឡើងទ្វេដងដល់ទៅ 10 នៃឧទាហរណ៍ 2 ខាងលើ។
នោះតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ និងអ៊ីស្តូក្រាមរបស់វាបង្ហាញដូចខាងក្រោម៖

ចន្លោះថ្នាក់ = 10

ថ្នាក់ x	ប្រេកង់ f
40-50	2
50-60	9
60-70	13
70-80	11
80-90	5
សរុប	40



នៅក្នុងអ៊ីស្តូក្រាមថ្មីនេះអ្នកត្រូវធ្វើឱ្យកម្ពស់ស្មើនឹងមួយភាគពីរនៃកម្ពស់ដើម។ ហើយខ្ទាត 10 មួយថ្មីជំនួសខ្ទាត 5 នៃខ្ទាតដើមដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងឆ្វេង។ បន្ទាប់មកផលបូកផ្ទៃនៃចតុកោណកែងនេះមិនផ្លាស់ប្តូរទេ។ នោះអ៊ីស្តូក្រាមពិពណ៌នាពីប្រេកង់ដោយផ្ទៃមិនមែនដោយកម្ពស់ទេ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- អ៊ីស្តូក្រាមនៃលំហាត់គំរូគឺជាភាពស៊ីមេទ្រី។
- ច្រើនជាងពាក់កណ្តាលនៃទិន្នន័យជាតម្លៃទាប និងទិន្នន័យមួយចំនួនជាបំណែងចែកនៅក្នុងតម្លៃដ៏ធំ។
- លក្ខណៈនៃទិន្នន័យលំអៀងបែបនេះនឹងត្រូវបង្ហាញនៅក្នុងផ្នែកបន្ទាប់។

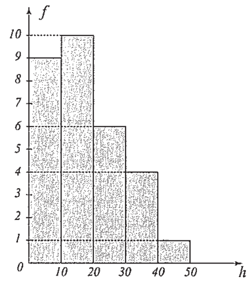
ចម្លើយ : ក. រៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

តម្លៃតូចបំផុតនៃទិន្នន័យគឺ 1.2 និងតម្លៃធំបំផុតគឺ 44.3 ។

$$\text{ចំនួនថ្នាក់} = \frac{\text{តម្លៃធំបំផុត - តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ប្រវែងចន្លោះថ្នាក់}} = \frac{44.3-1.2}{10} \approx 5$$

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ថ្នាក់	ប្រេកង់ f
0-10	9
10-20	10
20-30	6
30-40	4
40-50	1



ខ. បកស្រាយទិន្នន័យនេះជាអ៊ីស្តូក្រាម ។

ប្រតិបត្តិ : តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីពិន្ទុប្រឡងឆមាសផ្នែកគណិតវិទ្យាដែលសិស្សទទួលបាន ។

ពិន្ទុ (x)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
ចំនួនសិស្ស	2	3	8	9	11	5	2

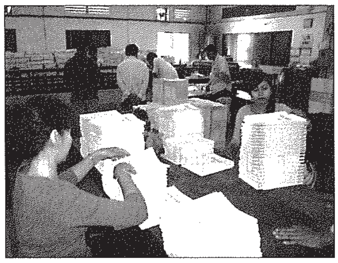
ក. តើសិស្សទាំងអស់មានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ខ. កំណត់ចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុតិចជាង 70 ។

គ. សង់អ៊ីស្តូក្រាមដើម្បីតាងទិន្នន័យនេះ ។

3. មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត

គេប្រាកដជាមានការលំបាកក្នុងការផ្តល់ព័ត៌មានលំអិតអំពីប្រាក់បៀវត្សនៃបុគ្គលិកគ្រប់រូប បើក្រុមហ៊ុននោះមានបុគ្គលិកច្រើន ។ ប៉ុន្តែគេអាចជ្រើសយកប្រាក់បៀវត្សណាមួយដែលមិនទាបពេកហើយក៏មិនខ្ពស់ពេកមកធ្វើជាតំណាងឱ្យប្រាក់បៀវត្សនៃបុគ្គលិកទាំងអស់ ។



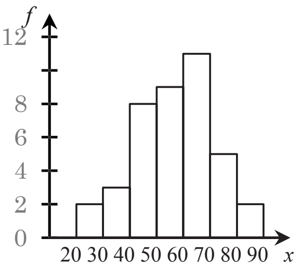
130

ចម្លើយនៃប្រតិបត្តិ

ក. 2+3+8+9+11+5+2=40 នាក់

ខ. 2+3+8+9+11 = 33 នាក់

គ.



តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 3?

- គណនារង្វាស់ទាំងបីនៃនិន្នាការ កណ្តាល៖ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។
- ប្រៀបធៀបរង្វាស់ទាំងបី និងបង្ហាញពីលក្ខណៈនៃបំណែងចែកនេះ។

7th Period

សកម្មភាពបន្ថែម ការស្ទង់មតិក្នុងថ្នាក់

ស្ថិតិមានទំនាក់ទំនងយ៉ាងខ្លាំងទៅនឹងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ។ វាជាការសំខាន់ណាស់សម្រាប់សិស្សដើម្បីឱ្យយល់ពីប្រយោជន៍ការស្ទង់មតិស្ថិតិ និងមានអារម្មណ៍ចង់ធ្វើវាដោយខ្លួនឯង។ ជួយសិស្សឱ្យបានយល់ដឹងពីរបៀបប្រើស្ថិតិនេះ នោះវាពិតជាមានប្រសិទ្ធិភាពដើម្បីធ្វើការស្ទង់មតិស្ថិតិក្នុងថ្នាក់រៀន។ ខាងក្រោមនេះគឺជាឧទាហរណ៍មួយចំនួននៃការស្ទង់មតិសិស្សយ៉ាងងាយស្រួលដែលអាចធ្វើទៅបាន។

- ចំនួនបងប្អូនប្រុស និងបងប្អូនស្រីក្នុងគ្រួសាររបស់សិស្សនីមួយៗ (A1)
- ពេលវេលាជានាទីធ្វើដំណើររបស់សិស្សទៅសាលារៀន (A2)
- កម្ពស់របស់សិស្សនីមួយៗក្នុងថ្នាក់ (A3)
- មុខវិជ្ជាដែលសិស្សចូលចិត្តជាងគេ (B)

លោកគ្រូ អ្នកគ្រូអាចសួរសិស្សអំពីទិន្នន័យដែលពួកគេចង់ប្រមូល។

សញ្ញា A1 ទៅ B គឺជាប្រភេទនៃទិន្នន័យដែលបានណែនាំនៅទំព័រ124 និងទំព័រ125

កែតម្រូវ៖ តើប្រភេទ ប្រាក់បៀវត្សណាមួយដែលបុគ្គលិកច្រើនជាងគេបានទទួល?

មេរៀនទី ១០

ក្នុងករណីនេះបើគេចង់ដឹងថា

- តើប្រាក់បៀវត្សណាសម្រាប់តំណាងប្រាក់បៀវត្សរួមរបស់បុគ្គលិក ? ប្រាក់បៀវត្សនេះហៅថា មធ្យម ។
- តើគេកំណត់យកនៅត្រង់ប្រាក់បៀវត្សណាដើម្បីចែកបុគ្គលិកជាពីក្រុមដែលមាន 50% ជាបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់បៀវត្សខ្ពស់និង 50% ទៀតបានប្រាក់បៀវត្សទាប ? ប្រាក់បៀវត្សនេះហៅថាមេដ្យាន ។
- តើបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់បៀវត្សមួយណាច្រើនជាងគេ ? ប្រាក់បៀវត្សនេះហៅថា ម៉ូតនៃប្រាក់បៀវត្ស ។

ដូចនេះក្នុងការគណនាមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូត អាចឱ្យគេមានគំនិតក្នុងការជ្រើសរើសយកតម្លៃដ៏សមស្របមួយដើម្បីធ្វើជាតំណាងឱ្យប្រាក់បៀវត្សនៃបុគ្គលិកទាំងអស់ ។

3.1. មធ្យម

ឧទាហរណ៍ : ស្ត្រីម្នាក់ធ្វើការកត់ត្រាលើការចំណាយក្នុងមួយសប្តាហ៍ (ប្រាក់ចំណាយគិតជារៀល) ដែលនៅក្នុងថ្ងៃនីមួយៗចំណាយអស់ដូចខាងក្រោម

6 000 5 000 4 000 8 000 5 000 6 000 8 000

បើគេចង់ដឹងថាតើប្រាក់ចំណាយណាសម្រាប់ប្រាក់ចំណាយរួមប្រចាំថ្ងៃរបស់គាត់ ? ក្នុងករណីនេះគេគណនាប្រាក់ចំណាយជាមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃដែលតាងដោយ $\bar{x}$ ។

ប្រាក់ចំណាយមធ្យម $\bar{x} = \dfrac{6000+5000+4000+5000+8000+6000+8000}{7}$

$$\bar{x} = \frac{42000}{7} = 6000 \text{ ៛}$$

ជាទូទៅ : បើទិន្នន័យមាន x_1 , x_2 , x_3 , ..., x_n និងប្រេកង់សរុប n នោះមធ្យមកំណត់ដោយ $\bar{x} = \dfrac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n}{n}$ ។

លំហាត់គំរូ : តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីលទ្ធផលក្នុងការអង្កេតនៃចំនួនកូនលើ 60 គ្រួសារ

ចំនួនកូន (x)	0	1	2	3	4	5
ចំនួនគ្រួសារ (f)	6	14	18	9	10	3

គណនាចំនួនកូនជាមធ្យមក្នុងគ្រួសារ

ចម្លើយ : មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{\text{ចំនួនកូនទាំងអស់}}{\text{ចំនួនគ្រួសារទាំងអស់}}$

131

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

តម្លៃទាំងបីនេះបានមកពីទិន្នន័យដែលបានផ្តល់ឱ្យយើងនូវព័ត៌មានមួយចំនួនអំពីទីតាំងសរុបនៃបំណែងចែក ហើយត្រូវបានហៅថា "រង្វាស់នៃនិន្នាការកណ្តាល "។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

- ប្រសិនបើតម្លៃចុងក្រោយនៃឧទាហរណ៍គឺ 50000 ជំនួស 8000 វិញនោះតម្លៃមធ្យមស្មើនឹង 12000 ច្រើនជាងមធ្យមនៃទិន្នន័យដើម។
- ពេលដែលយើងមានតម្លៃមួយចំនួននៅឆ្ងាយពីតម្លៃភាគច្រើនបំផុតនៃតម្លៃផ្សេងទៀតគេហៅថា**តម្លាតឆ្ងាយ** ។
- តម្លៃមធ្យមគឺទទួលឥទ្ធិពលពី (ងាយនឹងរងឥទ្ធិពលដោយ) **តម្លាតឆ្ងាយ** ដូចដែលត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើអាចនិយាយថាខ្វះ "**ភាពមាំមួន**"

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ៖ តើយើងអាចគណនាចំនួនសរុបនៃកុមារពីលេខក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដោយរបៀបណា?

សំណួរ៖ តើអ្នកទាយមធ្យមនេះមុនការគណនាបានដែរឬទេ?

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ តើតម្លៃមធ្យមពិតជានៅពាក់កណ្តាលនៃបំណែងចែកឬទេ?

ពេលដែលយើងគណនាតម្លៃមធ្យមជាធម្មតាយើងពិចារណាថាតួលេខនេះបានបង្ហាញពីតម្លៃកណ្តាលនៃបំណែងចែក។ ជាឧទាហរណ៍នៅពេលដែលគេធ្វើតេស្តក្នុងថ្នាក់មួយ សិស្សចង់ដឹងពិន្ទុជាមធ្យមក្នុងការប្រៀបធៀបជាមួយនឹងពិន្ទុផ្ទាល់ខ្លួនរបស់ពួកគេ។ ពួកគេជាធម្មតាមានអារម្មណ៍ធូរស្បើយនៅពេលដែលពិន្ទុរបស់ពួកគេគឺនៅខាងលើមធ្យមសូម្បីតែស្ទើរតែគ្មានអ្វីសោះនៅខាងលើ។ សិស្សម្នាក់ដែលមានពិន្ទុខ្ពស់ជាងមធ្យមបានចាត់ទុកថាគាត់គឺនៅពីលើពាក់កណ្តាលនៃថ្នាក់ហើយគ្រាន់តែតិចជាងពាក់ពាក់កណ្តាលនៃសិស្សដែលនៅពីលើគាត់។

ទោះជាយ៉ាងណាក៏យើងត្រូវតែដឹងថាមធ្យមគឺមិនចាំបាច់នៅក្នុងពាក់កណ្តាលនៃទិន្នន័យទាំងមូលទេ។ នៅក្នុងការធ្វើលំហាត់គំរូនៅលើទំព័រ 131 ឧទាហរណ៍ $\bar{x} = 2.2$ ប៉ុន្តែមាន 38ទិន្នន័យនៅខាងក្រោម $\bar{x}$ ខណៈដែលមានតែ 22 ទិន្នន័យនៅខាងលើ $\bar{x}$ ។

38គ្រួសារ $\bar{x} = 2.2$ 22 គ្រួសារ

នេះជាករណីដែលមធ្យមធំជាងទិន្នន័យនៅកណ្តាល វាកើតឡើងនៅពេលដែលទិន្នន័យជាច្រើនប្រមូលផ្តុំខាងតម្លៃតូចៗ។
យើងនឹងពិភាក្សាករណីនៃលម្អៀងទិន្នន័យនៅពេលក្រោយ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សិស្សគួរតែយល់ថាហេតុអ្វីបានជាយើងគុណតម្លៃនីមួយៗទៅនឹងប្រេកង់នីមួយៗដោយមិនគ្រាន់តែជាការចងចាំក្នុងការគណនាប៉ុណ្ណោះទេ។ ប្រសិនបើមានសិស្សមួយចំនួនដែលមិនយល់ចូរគូរគំនូសតាងដូចខាងក្រោមរួចពន្យល់៖
⓪⓪⓪⓪⓪⓪①①①①①①①①①①①①①①②②②②②②②②②②②②②②②②②②។ល។

$$= \frac{\text{ចំនួនកូន} \times \text{ប្រេកង់}}{\text{ចំនួនប្រេកង់សរុប}}$$

$$= \frac{0\times6+1\times14+2\times18+3\times9+4\times10+5\times3}{6+14+18+9+10+3}$$

$$= \frac{132}{60} = 2.2$$

ដូចនេះ ចំនួនកូនក្នុងមួយគ្រួសារជាមធ្យមគឺ 2.2 នាក់ ។

សំគាល់ : ចម្លើយមិនត្រូវឆ្លើយថាគ្រួសារនីមួយៗមានកូន 2.2 នាក់ទេ ។ វាគ្រាន់តែមានន័យថាចំនួនកូនជាមធ្យមភាគក្នុងមួយគ្រួសារគឺ 2.2 នាក់ ។

បើតាង $x_1 = 0$ នាក់ ជាចំនួនទីមួយនិង $f_1 = 6$ ជាប្រេកង់ត្រូវគ្នា ។

ដូចគ្នាដែរ តាង $x_2 = 1$, $f_2 = 14$, $x_3 = 2$, $f_3 = 18$, $x_4 = 3$, $f_4 = 9$,
$x_5 = 4$, $f_5 = 10$, $x_6 = 5$, $f_6 = 3$

មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+x_4f_4+x_5f_5+x_6f_6}{f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6} = \dfrac{132}{60} = 2.2$ ។

> ចំពោះទិន្នន័យដែលកើតឡើងមាន x_1 , x_2 , x_3 , ..., x_n និងមានប្រេកង់ត្រូវគ្នា f_1 , f_2 , f_3 , ..., f_n នោះមធ្យមកំណត់ដោយ $\bar{x} = \dfrac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\ldots+x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\ldots+f_n}$ ។

កែតម្រូវ៖ ផលបូកសរុបមិនស្មើនឹង 100 ទេ។ ប្តូរប្រេកង់ពី 24 ទៅ 25 (ប្រើវិធីផ្សេងទៀតក៏បាន)

ប្រតិបត្តិ : គេបានត្រួតពិនិត្យផ្លែក្រូច 100 កេសដែលបាននាំចូលពីខេត្តមួយ ។ តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីចំនួនផ្លែក្រូចស្អុយដែលត្រូវបានកត់ត្រា ។

ចំនួនផ្លែក្រូចស្អុយ (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ចំនួនកេស (f)	7	8	12	24	20	17	6	2	2	1

រកមធ្យមនៃផ្លែក្រូចស្អុយក្នុងមួយកេស ។

3.2. មេដ្យាន

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះគឺ ជាប្រាក់ចំណូលនៃមនុស្ស 9 នាក់រកបានក្នុងមួយថ្ងៃគិតជាម៉ឺនរៀល

3 1 2 9 2 2 4 10 3

បើគណនាមធ្យម $\bar{x} = \dfrac{1+2\times3+3\times2+4+9+10}{1+3+2+1+1+1}$

$= \dfrac{36}{9} = 4$

បើគេរៀបប្រាក់ចំណូលទៅតាមលំដាប់

$\underbrace{1 \quad 2 \quad 2 \quad 2}_{4\text{តម្លៃ}} \longrightarrow 3 \quad \underbrace{3 \quad 4 \quad 9 \quad 10}_{4\text{តម្លៃ}}$

តម្លៃកណ្តាល

132

ចម្លើយនៃប្រតិបត្តិ

$\bar{x} = (0\times7+1\times8+2\times12+3\times25+4\times20+5\times17+6\times6+7\times2+8\times2+9\times1)/100$

$= \frac{347}{100} = 3.47$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុនពេលចូលផ្នែករងបន្ទាប់ចូរពន្យល់ពីវិធីសាស្ត្រនៃការប្រើប្រាស់មធ្យម (ដែលបង្ហាញនៅខាងក្រោម) ហើយអនុវត្តវាទៅធ្វើលំហាត់គំរូ និងប្រតិបត្តិ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មេដ្យានគឺជាតម្លៃនៅក្នុងពាក់កណ្តាលនៃទិន្នន័យទាំងមូលដែលបានរៀបចំជាលំដាប់រួច។

8th Period

9th Period

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់សិស្ស ការគណនាមធ្យមដោយប្រើប្រាស់ "មធ្យមសន្មត"

នៅពេលដែលយើងគណនាមធ្យមដែលមានភាគយកពេលខ្លះបានក្លាយទៅជាចំនួនធំខ្លាំងណាស់។ ក្នុងករណីបែបនេះយើង អាចកាត់បន្ថយការស្មុគស្មាញនៃការគណនាដោយកំណត់មធ្យមបណ្តោះអាសន្នបានដែលគេហៅថា "មធ្យមសន្មត"។ ឧទាហរណ៍នៅក្នុងទំព័រ131 ឧបមាថាមធ្យមសន្មតគឺ 5900។ បន្ទាប់មកដកតម្លៃទិន្នន័យនឹង 5900 យើងបាន

100, –900, –1900, 2100, –900, 100, 2100។

មធ្យមនៃផលដកទាំងនេះបានគណនាយ៉ាងងាយដោយ $= \dfrac{100-900-1900+2100-900+100-2100}{7}$

= 100 ដូច្នេះ មធ្យមគឺ 5900 + 100 = 6000។

តាងមធ្យមសន្មតដោយ x_0 និងផលសងដោយ y ។ នោះមធ្យមគឺជាផលបូកនៃមធ្យមសន្មត និងមធ្យមនៃផលសងនេះគឺ $\bar{x} = x_0 + \bar{y}$

លំហាត់គំរូនៅលើទំព័រ131 យកមធ្យមសន្មតស្មើ 2។ បន្ទាប់មកតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃ y គឺ

ផលសងនៃ y	–2	–1	0	1	2	3
ប្រេកង់ f	6	14	18	9	10	3

តាមតារាងខាងឆ្វេងមធ្យមនៃផលសងគឺ

$$\frac{-2\times6-1\times14+1\times9+2\times10+3\times3}{60} = \frac{1}{5} = 0.2$$

ដូចនេះ តម្លៃមធ្យមគឺ $2 + 0.2 = 2.2$។

មេរៀនទី ១០

យើងសង្កេតឃើញថាមានមនុស្ស 6 នាក់មានប្រាក់ចំណូលទាបជាង 40 000៛ ហើយមានមនុស្សតែ 2 នាក់ប៉ុណ្ណោះដែលមានប្រាក់ចំណូលខ្ពស់ជាង 40 000៛ ។

ហេតុនេះបើយក $\bar{x} = 4$ មកធ្វើជាតំណាងជាការមួយមិនសមស្រប ។ ក្នុងករណីនេះ គេអាចជ្រើសរើសយកប្រាក់ចំណូលណាដែលឋិតនៅចំកណ្តាលគេគឺ 3 មកតាងប្រាក់ចំណូលអ្នកទាំងអស់ទើបប្រសើរជាង ។ 3 ហៅថាមេដ្យានដែលកំណត់ដោយ $Me = 3$ ។

ចំពោះទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់សរុបជាចំនួនគូ

$\underbrace{108 \quad 120} \qquad 134 \downarrow 140 \qquad \underbrace{160 \quad 170}$

យើងសង្កេតឃើញថាទិន្នន័យដែលបានរៀបតាមលំដាប់នេះមានប្រេកង់សរុប 6 ជាចំនួនគូ ។ គេឃើញថាតម្លៃកណ្តាលគេ មានពីរគឺ 134 និង 140 នោះមេដ្យានត្រូវឋិតនៅចន្លោះ 134 និង 140 ។

ដូចនេះមេដ្យាន $Me = \frac{134+140}{2} = 137$ ។

ជាទូទៅ : បើទិន្នន័យមួយមាន n តួនោះមេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលបានរៀបតាមលំដាប់មានទីតាំងឋិតនៅតួទី $\frac{n+1}{2}$ ។

- បើ n ជាចំនួនសេសមេដ្យានជាតម្លៃដែលឋិតនៅចំកណ្តាលគេ
- បើ n ជាចំនួនគូមេដ្យានជាមធ្យមនៃពីរតម្លៃកណ្តាល ។

លំហាត់គំរូ : តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីបំណែងចែកចំនួនកូន 300 គ្រួសារនៅក្នុងស្រុកមួយ

ចំនួនកូន (x)	ចំនួនគ្រួសារ (f)	$f \cdot x$
1	11	11
2	79	158
3	82	246
4	67	268
5	20	100
6	25	150
7	11	77
8	5	40
	ប្រេកង់សរុប = 300	ចំនួនកូនសរុប = 1050

133

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ប្រសិនបើមានតម្លៃចុងក្រោយនៃឧទាហរណ៍នៅខាងឆ្វេងគឺ 1000 ជំនួសដោយ 170 នោះមធ្យមនៃតម្លៃទាំង 6 នេះនឹងត្រូវរងឥទ្ធិពលច្រើនប៉ុន្តែមេដ្យាននឹងនៅតែដដែល។

108 120 134 140 160 1000

មេដ្យាន

នៅក្នុងវិធីនេះមេដ្យានគឺមិនរងឥទ្ធិពលដោយ គម្លាតឆ្ងាយ ទេ ហើយត្រូវបានគេហៅវាថាមាន "ភាពមាំមួន"។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ ពេលដែលយើងរៀបទិន្នន័យទាំងអស់ជាលំដាប់នៃ តើទិន្នន័យពីរណាដែលជាទីតាំងសម្រាប់មេដ្យាន?

សំណួរ តើទិន្នន័យពីរនោះស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះចំនួនកូនណាមួយ?

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទិន្នន័យទាំងអស់នៅលើសៀវភៅនេះគឺជាប្រភេទ(A1)លើទំព័រ125។ តែភាគច្រើននៃទិន្នន័យនៅក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃគឺប្រភេទនៃ (A2) និង(A3) ដែលត្រូវបានដាក់ជាថ្នាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ដើម្បីរកមេដ្យាននៅក្នុងករណីបែបនេះនឹងត្រូវពិភាក្សានៅក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម។

សេចក្តីណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្ស មេដ្យាននៃទិន្នន័យជាថ្នាក់

ចំពោះទិន្នន័យដែលបានដាក់ជាថ្នាក់ វិធីដើម្បីរកមេដ្យាននេះគឺជាមូលដ្ឋានដូចគ្នា។ យើងអាចរកឃើញមេដ្យាននៃទិន្នន័យនៃលំហាត់គំរូនៅលើទំព័រ 127 នេះ។ ចូរមើលនៅក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៅលើទំព័រដូចគ្នានេះ។ ដោយចំនួនសរុបនៃទិន្នន័យគឺ 50 នោះយើងបានវានៅក្នុងទិន្នន័យទី 25 និងទី 26។ ដោយបូកប្រេកង់ពីថ្នាក់ទីមួយយើងដឹងថា 5+8=13 ត្រីដែលមានម៉ាស់តិចជាង 0.80 និង5+8+15=28ត្រី ដែលមានម៉ាស់តិចជាង 0.90។ ដូច្នេះទិន្នន័យទាំងពីរគឺទី 25 និងទី 26 ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 0.80-0.90 នេះ។

លើសពីនេះទៅទៀតដោយយើងដឹងថាត្រីចំនួន 13 គឺមានទម្ងន់តិចជាង 0.80 យើងបានទិន្នន័យទី 25 និងទី 26 នេះគឺជាទិន្នន័យទី 12 និងទី 13 នៅក្នុងថ្នាក់នេះ។ ឥឡូវនេះយើងរៀបចំទិន្នន័យនៃថ្នាក់នេះនៅជាលំដាប់។ លទ្ធផលគឺដូចខាងក្រោម៖

0.80, 0.80, 0.81, 0.81, 0.83, 0.83, 0.84, 0.85, 0.85, 0.86, 0.87, 0.87, 0.88, 0.88, 0.89

ទី 12 ទី 13 (នៃថ្នាក់នេះ)

ដូចនេះ មេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះគឺ $\frac{0.87+0.88}{2} = 0.875$។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចំនួនទិន្នន័យដែលតិចជាងមធ្យម 3.5 គឺ $11+79+82=172$ ខណៈពេលដែលចំនួនទិន្នន័យដែលធំជាងមធ្យមគឺ $67+20+25+11+5=128$ នេះបង្ហាញថា មធ្យមគឺមិននៅក្នុងពាក់កណ្ដាលនៃទិន្នន័យនោះទេ តែលំអៀងទៅខាងស្ដាំ។ ទំនាក់ទំនងនេះគឺ $Me<\bar{x}$ ។

ចម្លើយនៃប្រតិបត្តិ

ដោយចំនួនទិន្នន័យគឺមាន 7 នោះ

មេដ្យានស្ថិតនៅទីតាំង $\dfrac{7+1}{2}=4$ ។

បើយើងរៀបទិន្នន័យជាលំដាប់ យើងបាន

4 5 5 6 6 8 8

ដូចនេះមេដ្យានគឺ 6 ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

មុនពេលទៅផ្នែករងបន្ទាប់គួរធ្វើលំហាត់មួយចំនួនក្នុងការរកមេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលបានដាក់ជាថ្នាក់។ ប្រតិបត្តិលើទំព័រទី128 និងលំហាត់គំរូទំព័រទី129 ជាទិន្នន័យដ៏ល្អគួរព្យាយាមធ្វើវាដោយប្រើប្រាស់វិធីសាស្ត្រពិភាក្សានៅក្នុងតារាងទំព័រទី133។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់ថា "មធ្យម $\bar{x}=2.5$ មិនមានអត្ថន័យពិតប្រាកដ" គឺមិនគ្រប់គ្រាន់ទេ។ ដោយមធ្យមនេះគឺជាលទ្ធផលនៃការចែកពីរលេខនោះតម្លៃរបស់វាជាធម្មតាមិនមែនជាចំនួនគត់។ ទោះបីជាវាមិនមែនជាចំនួនគត់មួយវាមានអត្ថន័យរបស់វាដែរ។ អ្វីដែលសំខាន់គឺដឹងតួនាទីផ្សេងគ្នារវាង មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។ ម៉ូតគឺជាតម្លៃជាក់លាក់មួយដែលមានប្រេកង់ខ្ពស់ជាងគេ ខណៈដែលមធ្យមបានមកពីចំនួនសរុបនៃទិន្នន័យទាំងមូលចែកនឹងចំនួនទិន្នន័យ។

ចូររកមេដ្យាននិងមធ្យមនៃបំណែងចែកនេះ ។

ចម្លើយ : ដោយចំនួនគ្រួសារទាំងអស់ ឬប្រេកង់សរុប 300 ជាចំនួនគូ ។

ដូចនេះ មេដ្យានគឺជាមធ្យមចំនួនកូននៃពីរគ្រួសារកណ្ដាល ។

ទីតាំងមេដ្យានឋិតនៅតួទី $\dfrac{300+1}{2}=150.5$

ពីរគ្រួសារកណ្ដាលនោះគឺ គ្រួសារទី 150 និង 151 ។

យើងកត់សំគាល់ឃើញថាផលបូកពីរចំនួនដំបូងនិងបីចំនួនដំបូងនៅក្នុងប្រេកង់ជួរឈរគឺ $11+79=90$ និង $11+79+82=172$ រៀងៗគ្នា ។ នេះបញ្ជាក់ថាចំពោះពីរគ្រួសារគឺថាគ្រួសារនីមួយៗ មានកូន 3 នាក់ ។

ដូចនេះមេដ្យានគឺ $Me=\dfrac{3+3}{2}=3$

មធ្យម $\bar{x}=\dfrac{\text{ចំនួនកូនទាំងអស់}}{\text{ចំនួនគ្រួសារទាំងអស់}}$

$\bar{x}=\dfrac{1050}{300}=3.5$

ប្រតិបត្តិ : ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជាប្រាក់ដែលស្ត្រីម្នាក់ បានចំណាយប្រចាំថ្ងៃក្នុងមួយសប្ដាហ៍ (គិតជាពាន់រៀល) ។

6 5 4 8 5 6 8

ចូរកំណត់ទីតាំងមេដ្យាននិងគណនាមេដ្យាននោះ ។

3.3. ម៉ូត

ខាងក្រោមនេះជាទិន្នន័យចំនួនកូនទៅតាមចំនួនគ្រួសារ បើគេរកមធ្យមនៃចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារនីមួយៗ

$\bar{x}=\dfrac{60}{24}=2.5$

យើងដឹងថាចំនួនត្រូវតែជាចំនួនគត់ ហេតុនេះ 2.5 ពុំមានន័យជាក់ស្ដែងសម្រាប់តាងឱ្យចំនួនកូនបានឡើយ ។

ចំនួនកូន x	ប្រេកង់ y	xy
0	1	0
1	3	3
2	9	18
3	6	18
4	4	16
5	1	5
	24	60

134

10th Period

11th Period

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ រង្វាស់សម្រាប់ទិន្នន័យដែលមិនមែនជាលេខ

ទិន្នន័យពីរប្រភេទគឺ ទិន្នន័យលេខ និងមិនមែនជាលេខត្រូវបានណែនាំនៅលើទំព័រ 124 នៃសៀវភៅនេះ។

ក្នុងចំណោមរង្វាស់ទាំងបីនៅក្នុងផ្នែកនេះ មធ្យម និងមេដ្យានគឺមិនអាចអនុវត្តទៅលើទិន្នន័យមិនមែនជាលេខ ព្រោះថាយើងមិនអាចបូក ឬរៀបចំជាលំដាប់បាន។ គឺមានតែម៉ូតមួយគត់ដែលអាចកំណត់ទៅនឹងទិន្នន័យដែលមិនមែនជាលេខបាន។ ឧទាហរណ៍ចំពោះទិន្នន័យនៃការជ្រើសរើសភាសានៅលើទំព័រ 124 ដែលបង្ហាញក្នុងតារាងខាងឆ្វេង ម៉ូតគឺភាសាអង់គ្លេសព្រោះវាមានប្រេកង់ស្មើ14 ច្រើនជាងគេ។

ភាសា	ប្រេកង់
អង់គ្លេស E	14
បារាំង F	7
រុស្ស៊ី R	1
ជប៉ុន J	7
ចិន C	6
កូរ៉េ K	3
សរុប	38

12th Period

មេរៀនទី ១០

ក្នុងករណីនេះគេត្រូវពិនិត្យយកទិន្នន័យណាដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេមកតាងឱ្យទិន្នន័យ ។ 2 មានប្រេកង់ធំជាងគេ ហេតុនេះ គេយក 2 ជាតំណាងឱ្យទិន្នន័យហៅថាម៉ូត $m_o = 2$ ។

ជាទូទៅ : នៅក្នុងទិន្នន័យមួយម៉ូតគឺជាតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។

លំហាត់គំរូ : ពិន្ទុតេស្តគណិតវិទ្យារបស់សិស្ស 12 នាក់ទទួលបានដូចខាងក្រោម

63 63 77 67 52 50 63 56 52 70 50 69

គណនា ម៉ូត មធ្យម និងមេដ្យាន ។

ចម្លើយ : ដំបូងរៀបចំពិន្ទុតាមលំដាប់នៃតម្លៃ

50 50 52 52 56 63 63 63 67 69 70 77

យើងសង្កេតឃើញថា 63 មានប្រេកង់ស្មើនឹង 3 ជាប្រេកង់ធំជាងគេ បើធៀបទៅនឹងពិន្ទុផ្សេងៗទៀត ។ ដូចនេះ ម៉ូតនៃទិន្នន័យពិន្ទុរបស់សិស្សគឺ $M_o = 63$ ។

មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{(50\times 2)+(52\times 2)+56+(63\times 3)+67+69+70+77}{2+2+1+3+1+1+1+1}$

$= \dfrac{732}{12} = 61$

ពីរពិន្ទុកណ្ដាលគឺ 63 ទាំងពីរ ។ ដូចនេះមេដ្យានគឺ $Me = \dfrac{63+63}{2} = 63$ ។

ប្រតិបត្តិ : តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិក 27 នាក់នៅក្នុងក្រុមហ៊ុនមួយ (ប្រាក់ខែគិតជាម៉ឺនរៀល) ។

ប្រាក់ខែ (x)	67	76	85	96	100	120
ចំនួនបុគ្គលិក (f)	4	9	8	3	2	1

ចូររកម៉ូត មធ្យម និងមេដ្យាននៃប្រាក់ខែ ។

3.4. លក្ខណៈខុសគ្នារវាងតំណាងទាំងបី

ក. តួនៃទិន្នន័យដែលមានគំលាតគ្នាខ្លាំង

ចំពោះទិន្នន័យ 1 2 2 2 3 3 4 9 10

$\bar{x} = 4$; $Me = 3$ និង $Mo = 2$

មធ្យមមានតម្លៃធំជាងតួភាគច្រើនដទៃទៀតនៅក្នុងទិន្នន័យនេះបណ្ដាលមកពីតម្លៃតួចុងស្មើនឹង 1 នឹង 10 មានគំលាតគ្នាខ្លាំងពេក ។ រីឯមេដ្យានផ្ដោតលើទីតាំងកណ្ដាលប៉ុណ្ណោះ ពុំគិតអំពីតម្លៃនៃតួចុងនោះទេ ។ ចំណែកម៉ូតវិញសំដៅយកតែតួណាដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។

135

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទិន្នន័យទាំងអស់សម្រាប់ម៉ូតនៅសៀវភៅនេះគឺជាប្រភេទ (A1) នៅលើទំព័រ 125។ ទោះយ៉ាងណាបើចំនួននៃទិន្នន័យគឺតូចពេកដូចក្នុងលំហាត់គំរូនោះ ម៉ូតមិនមានអត្ថន័យសំខាន់ទេ។ ឧទាហរណ៍ប្រសិនបើប្តូរទិន្នន័យពី50 ទៅជា 52 នោះចំនួន 52 ជំនួសឱ្យម៉ូត 63 វិញ។ ក្នុងករណីនេះការផ្លាស់ប្តូរបន្តិចបន្តួចងាយនឹងរងឥទ្ធិពលលើម៉ូតនៅពេលដែលចំនួននៃទិន្នន័យតិច។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅក្នុងប្រតិបត្តិនេះ ប្រភេទនៃប្រាក់ខែដែលមានតែ 6។ ប៉ុន្តែប្រសិនបើយើងធ្វើការអង្កេតស្ថិតិនៅលើមនុស្សជាច្រើននោះ វាទំនងជាប្រភេទនៃប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិកទាំងអស់មានតម្លៃខុសគ្នាជាច្រើនក្នុងករណីនេះយើងត្រូវដឹងពីរបៀបក្នុងការរកម៉ូតនៃទិន្នន័យជាថ្នាក់ដែលជាគំរូ(A2) និង (A3) នៃទំព័រ125 ។ ដើម្បីកំណត់ម៉ូតនៃទិន្នន័យជាថ្នាក់ នោះយើងត្រូវតែណែនាំតម្លៃថ្មីដែលគេហៅថា "តម្លៃជាថ្នាក់" ដែលយើងពិភាក្សាដូចខាងក្រោម។

សេចក្តីណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្ស ម៉ូតនៃទិន្នន័យជាថ្នាក់

ចំពោះទិន្នន័យដែលបានដាក់ជាថ្នាក់ នោះនិយមន័យនៃម៉ូតនេះគឺជាអ្វីមួយខុសគ្នាពីទិន្នន័យដើម។ នៅក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យជាថ្នាក់ ប្រេកង់នីមួយៗមានន័យថាចំនួនទិន្នន័យក្នុងថ្នាក់នីមួយៗមិនមែនជាចំនួននៃតម្លៃជាក់លាក់មួយ។ ដូច្នេះប្រេកង់ធំបំផុតត្រូវគ្នាទៅនឹងថ្នាក់មួយហើយមិនត្រូវនឹងតម្លៃជាក់លាក់មួយទេ។ ក្នុងករណីដូចនេះសម្រាប់ថ្នាក់នីមួយៗយើងបានកំណត់តម្លៃថ្មីដែលតំណាងឱ្យថ្នាក់ហើយហៅថា **ផ្ចិតនៃថ្នាក់**។ ផ្ចិតនៃថ្នាក់នេះ ជាធម្មតាត្រូវបានកំណត់ថាជាពាក់កណ្ដាលនៃគោលក្រោម និងគោលលើចន្លោះថ្នាក់នេះ។ នៅពេលដែលគេឱ្យតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យដែលបានដាក់ជាថ្នាក់ នោះម៉ូតនេះត្រូវបានកំណត់ថាជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ខ្ពស់បំផុត។ សូមមើលរបៀបរកម៉ូតនៅក្នុងឧទាហរណ៍មួយចំនួន។

- លំហាត់គំរូលើទំព័រទី127៖ថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ច្រើនបំផុតនោះគឺ 0.80-0.90។ នោះផ្ចិតនៃថ្នាក់របស់វាគឺ $\frac{0.80+0.90}{2} = 0.85$។ ដូច្នេះម៉ូតនៃទិន្នន័យនៃម៉ាសត្រីគឺ 0.85។
- ប្រតិបត្តិនៅលើទំព័រទី 130៖ ថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ច្រើនបំផុតនោះគឺ 60-70 ។ នោះផ្ចិតនៃថ្នាក់របស់វាគឺ $\frac{60+70}{2} = 65$ ។ ដូច្នេះ ម៉ូតនៃទិន្នន័យនៃពិន្ទុសិស្សគឺ 65។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់នៅលើទំព័រមុនអំពីហេតុផលថាហេតុអ្វីបានជាមធ្យមដែលធំជាងតម្លៃផ្សេងទៀតទាំងអស់នៃទិន្នន័យគឺមិនត្រឹមត្រូវ។ អ្វីដែលសំខាន់គឺមិនមែនជាចន្លោះនៃគម្លាតនេះទេប៉ុន្តែជាលំអៀងនៃបំណែងចែកនេះ។ សេចក្តីលម្អិតសូមមើលប្រអប់ខាងក្រោម។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ការពន្យល់តែអំពីម៉ូតគឺមិនគ្រប់គ្រាន់ទេ។ វាមិនជាទូទៅទេដែលថាសណ្ឋាគារមួយសម្រេចគោលនយោបាយការគ្រប់គ្រង របស់ខ្លួនដោយផ្អែកទៅលើលទ្ធផលនៃការអង្កេតលើអតិថិជនតែ 10 នាក់នោះ។ ម៉ូតមានសារៈសំខាន់របស់វានៅពេលដែលភាគច្រើនត្រូវបានបង្ហាញឱ្យដឹងថាបន្ទាប់ពីការប្រមូលទិន្នន័យជាច្រើនគួរឱ្យកត់សម្គាល់។

ចម្លើយនៃប្រតិបត្តិ

ដោយផលបូកនៃទិន្នន័យនេះគឺ 90

នោះមធ្យមនេះគឺ $\frac{90}{9} = 10$ ។

រៀបចំទិន្នន័យជាលំដាប់

$9, 9\frac{1}{2}, 9\frac{1}{2}, 10, 10, 10, 10\frac{1}{2}, 10\frac{1}{2}, 11$

ដូចនេះទាំងមេដ្យាន និងម៉ូតគឺ 10 ។

សំគាល់ : ក្នុងការស្រង់ស្ថិតិ គេច្រើនតែផាត់ចោលតួចុងណាដែលមានតម្លៃល្មៀងគ្នាច្រើន ។ ធ្វើបែបនេះធានាឱ្យ មធ្យមមានតម្លៃសមស្រប ។

ខ. តួនៃទិន្នន័យដែលមានគំលាតគ្នាតិច

ចំពោះទិន្នន័យ 4 5 5 6 6 8 8

$\bar{x} = 6$; $Me = 6$ និង $Mo = 0$ ទិន្នន័យគ្មានម៉ូតទេ

មេដ្យាននិងមធ្យមមានតម្លៃដូចគ្នា ។

កែតម្រូវៈ មានតម្លៃបីដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ។ ក្នុងករណីនេះម៉ូតមានបីគឺ Mo=5, 6, 8.

គ. សារសំខាន់នៃម៉ូត

ម៉ូតមានសារសំខាន់ក្នុងការសិក្សាដើម្បីស្វែងរកទីផ្សារ

ឧទាហរណ៍ : គេធ្វើការស្ទាបស្ទង់ភ្ញៀវ ១០នាក់ដែលមានលទ្ធភាពជួលបន្ទប់សណ្ឋាគារ គេបានតម្លៃគិតជាដុល្លាដូចខាងក្រោម

15 100 60 15 20 40 30 15 20 15

តម្លៃ 15$ មានប្រេកង់ខ្ពស់ជាងគេ ។ ហេតុនេះវាជាតម្លៃគំរូសម្រាប់ម្ចាស់សណ្ឋាគារ ដើម្បីធ្វើការពិចារណា ។

ឃ. តំណាងទិន្នន័យដែលគេប្រើញឹកញាប់ជាងគេ

ក្នុងចំណោមតំណាងទាំងបី មធ្យមមានលក្ខណៈទូលំទូលាយជាងគេ ។ គេភាគច្រើនប្រើមធ្យមសម្រាប់តាងឱ្យតម្លៃរួមនៃទិន្នន័យ ព្រោះមធ្យមអាចឱ្យគេបន្តការសិក្សា អំពីគំលាតតម្លៃតួនីមួយៗធៀបទៅនឹងមធ្យម ។

លំហាត់គំរូ : គណនាមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

7 12 6 12 2 9 ។

ចម្លើយ : មធ្យម $\bar{x} = \frac{7+12+6+12+2+9}{6} = \frac{48}{6} = 8$

រៀបទិន្នន័យតាមលំដាប់នៃតម្លៃ

2 6 7 9 12 12

មេដ្យាន $Me = \frac{7+9}{2} = 8$

ម៉ូត $Mo = 12$ ។

កែតម្រូវៈ មានតែ 9ទិន្នន័យ។ ប្តូរពី 10 ទៅ 9។

ប្រតិបត្តិ : ថ្ងៃនេះគេលក់ស្បែកជើងបាន 10គូដែលមានទំហំដូចខាងក្រោម

$9\frac{1}{2}$ 10 10 $10\frac{1}{2}$ 11 9 $9\frac{1}{2}$ 10 $10\frac{1}{2}$

គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។. តើគេត្រូវប្រើអ្វី ដើម្បីមកតាងឱ្យទិន្នន័យនេះ ។

136

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូៈ បំណែងចែកលម្អៀង

សូមមើលឧទាហរណ៍នៅលើទំព័រ 135

1 2 2 2 3 3 4 9 10

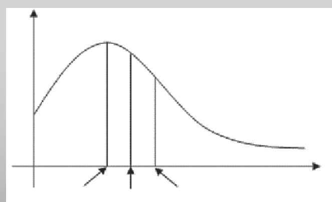
ដូចដែលបានបង្ហាញ $\bar{x} = 4, Me = 3, Mo = 2$ យើងអាចមើលឃើញថា 7 នៃ 9 ទិន្នន័យផ្តោតពី 1 ដល់ 4 និងទិន្នន័យ 2 ផ្សេងទៀតគឺមាននៅឆ្ងាយពីតម្លៃទាំងនេះ។ បំណែងចែកនេះគឺលម្អៀងយ៉ាងខ្លាំងទៅខាងឆ្វេង (ក្នុង ទិសដៅ នៃចំនួនតូច) ។ ក្នុងករណីនេះមធ្យមបានរងឥទ្ធិពលដោយគម្លាតគ្នាឆ្ងាយ (សូមមើល ចំណាំនៅលើទំព័រ 131) និងមានទំហំធំជាងរង្វាស់ផ្សេងទៀត។ លើសពីនេះជាធម្មតាក្នុងករណីនេះមេដ្យានធំជាងម៉ូត។

សូមមើលឧទាហរណ៍បន្ទាប់:

1 2 2 2 3 6 6 7 7

គម្លាតនេះគឺជាក់ស្តែងតិចជាងឧទាហរណ៍ទីមួយប៉ុន្តែនៅតែមាន $\bar{x} = 4, Me = 3, Mo = 2$ ។

ក្នុងឧទាហរណ៍នេះផងដែរយើងអាចមើលឃើញភាពលំអៀងទៅខាងឆ្វេងនៅក្នុងទំនាក់ទំនងនៃតម្លៃទាំងបីនៃបំណែងចែកលម្អៀងនេះត្រូវបានបង្ហាញដូចខាងក្រោម



13th-16th Period

មិនច្បាស់៖ អត្ថន័យនៃលំហាត់នេះមិនច្បាស់លាស់។តើគ្រូភាគច្រើនមានន័យដូចម្ដេច?

មេរៀនទី ១០

លំហាត់

1. គេបានសួរគ្រូបង្រៀននៅសាលាមួយដើម្បីបញ្ជាក់ចំនួនម៉ោងជាមធ្យមដែលគាត់បានចំណាយលើការកែកិច្ចការរបស់សិស្សក្នុងថ្ងៃនីមួយៗ ។

6	4	3	1	2	2	3	1	4	1	2	5	3
5	2	2	3	3	1	2	2	3	1	4	2	4

ក. រៀបចំទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ។

ខ. តើមានគ្រូបង្រៀនចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលបានឆ្លើយក្នុងការស្ទង់មតិនេះ ?

គ. រកចំនួនម៉ោងដែលបានចំណាយច្រើនជាងគេ ។

ឃ. រកចំនួនម៉ោងរួមដែលគ្រូភាគច្រើនបានចំណាយ ។

កែតម្រូវ៖ ចំនួនសរុបគឺ 102 មិនមែន 100 ទេ។ ប្ដូរ ពី 6 ទៅ 4។

2. គេបានត្រួតពិនិត្យផ្លែប៉ោម 100 កេសដែលបាននាំចូលពីប្រទេស A ហើយចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយបានកត់ត្រាដូចខាងក្រោម

ផ្លែប៉ោមស្អុយ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ចំនួនកេស	6	9	12	28	22	15	5	2	2	1

គេក៏បានត្រួតពិនិត្យផ្លែប៉ោម 100 កេសទៀតដែលបាននាំចូលពីប្រទេស B ហើយចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយបានកត់ត្រាដូចខាងក្រោម

ផ្លែប៉ោមស្អុយ	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនកេស	51	30	8	4	1	2	2	1	1

ក. រកចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយច្រើនបំផុតចំពោះការនាំចូលនីមួយៗ ។

ខ. រកចំនួនផ្លែប៉ោមស្អុយទាំងអស់ចំពោះការនាំចូលនីមួយៗ ។

3. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីអាយុរបស់គ្រូបង្រៀននៅក្នុងសាលាមួយ (គិតជាឆ្នាំ)

30	53	54	59	42	45	48	33	61	41	49	36	50	43	52
45	46	52	31	53	37	54	60	51	61	47	34	56	42	47
31	58	57	36	45	50	40	59	48	60	49	45	38	33	39
44	57	45	57	46 ។										

ក. រៀបចំទិន្នន័យនេះតាមលំដាប់ផ្ដុំជាថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលថ្នាក់នីមួយៗមានប្រវែងចន្លោះស្មើនឹង 5 ។

137

ចម្លើយនៃលំហាត់

1. ក.

ម៉ោង x	ប្រេកង់ f
1	5
2	8
3	6
4	4
5	2
6	1
សរុប	26

ខ. 26 គ្រូ

គ. 6 ម៉ោង

ឃ. 2 ម៉ោងគឺជាម៉ូត

2. ក. ពី A: 9 ផ្លែ និងពី B: 8 ផ្លែ

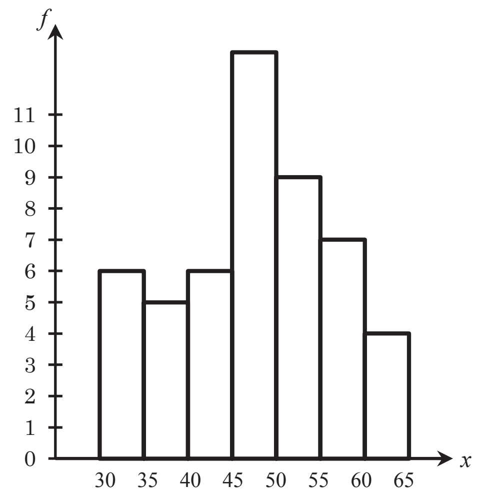
ខ. ពី A: 349 ផ្លែ, ពី B: 99 ផ្លែ

3. ក.

ថ្នាក់x	របាប់ចំនួនដង	ប្រេកង់f
30-35	~~////~~ /	6
35-40	~~////~~	5
40-45	~~////~~ /	6
45-50	~~////~~ ~~////~~ ///	13
50-55	~~////~~ ////	9
55-60	~~////~~ //	7
60-65	////	4
ប្រេកង់សរុប		50

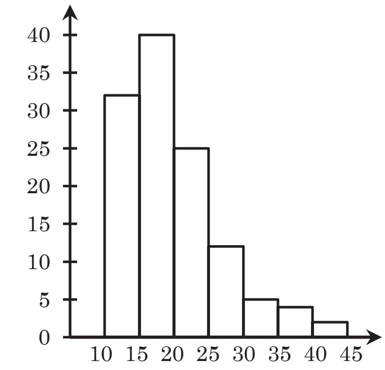
ខ. $6+5+6+13=30$ នាក់

គ.



ចម្លើយនៃលំហាត់

4. ក.

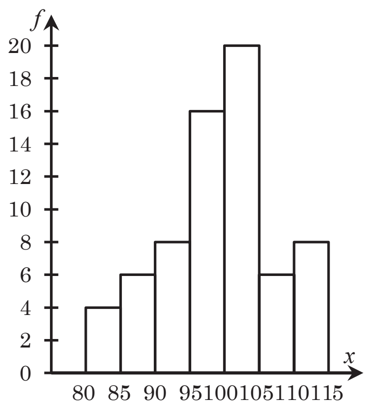


ខ. 5 + 4 + 2 = 11 គ្រួសារ

5. ក. 4 + 6 + 8 + 16 + 20 + 6 +8 = 68 នាក់

ខ. 4 + 6 + 8 + 16 = 34 នាក់

គ.



ខ. តើគ្រូបង្រៀនដែលមានអាយុតិចជាង 50 ឆ្នាំមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

គ. សង់អ៊ីស្តូក្រាមដើម្បីតាងទិន្នន័យនេះ ។

4. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីប្រាក់ចំណាយលើសេវាភ្លើងអគ្គិសនីប្រចាំខែរបស់អតិថិជន (គិតជាម៉ឺនរៀល)

កែតម្រូវ៖45-50 គួរប្តូរទៅជា 40-45

ប្រាក់ចំណាយ (ម៉ឺនរៀល)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	45-50
ចំនួនអតិថិជន (គិតជាគ្រួសារ)	32	40	25	12	5	4	2

ក. សង់អ៊ីស្តូក្រាមតាងទិន្នន័យនេះ ។

ខ. តើមានអតិថិជនប៉ុន្មានគ្រួសារដែលប្រើប្រាស់អគ្គិសនីក្នុងមួយខែអស់យ៉ាងតិច 300 000៛ ?

5. តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីប្រាក់ចំណូលប្រចាំសប្តាហ៍នៃអាជីវករលក់ដូរ 100 នាក់នៅក្នុងផ្សារមួយ (គិតជាម៉ឺនរៀល) ។

ចំឡែក៖ ចំនួនអាជីវករសួរក្នុងសំណួរ និងចម្លើយមិនមែន100ទេ។ លុបចំនួន100ចេញ។

ប្រាក់ចំណូលប្រចាំសប្តាហ៍	ចំនួនអាជីវករលក់ដូរ
80-85	4
85-90	6
90-95	8
95-100	16
100-105	20
105-110	6
110-115	8

ក. តើអាជីវករលក់ដូរទាំងអស់មានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ខ. តើមានអាជីវករប៉ុន្មាននាក់ដែលរកប្រាក់បានតិចជាង 100ម៉ឺនរៀលក្នុងមួយសប្តាហ៍ ?

គ. សង់អ៊ីស្តូក្រាមតាងទិន្នន័យនេះ ។

6. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃការធ្វើតេស្តភាសាអង់គ្លេសក្នុងចំណោមបេក្ខជន 28 នាក់ ។

69 72 56 68 62 61 58 57 43 66 53

45 72 64 46 50 61 59 52 63 54 62

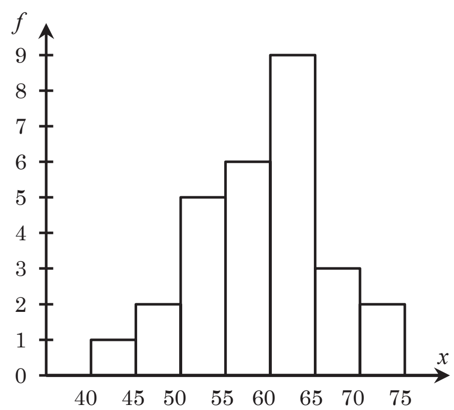
61 55 52 58 64 63 ។

138

6. ក. ដោយតម្លៃធំបំផុត = 72 និងតម្លៃតូចបំផុត = 43 នោះចន្លោះថ្នាក់គួរតែយក 5។

ថ្នាក់	ប្រេកង
40-45	1
45-50	2
50-55	5
55-60	6
60-65	9
65-70	3
70-75	2
សរុប	28

ខ.



គ. 1 + 2 + 5 + 6 = 14 នាក់

មេរៀនទី ១០

ក. ចូររៀបចំទិន្នន័យតាមលំដាប់ដោយផ្តុំជា 7 ថ្នាក់ដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដោយចាប់ផ្តើមពី 40 ។

ខ. បកស្រាយទិន្នន័យនេះជាអ៊ីស្តូក្រាប ។

គ. តើសិស្សដែលបានពិន្ទុយ៉ាងច្រើនត្រឹម 60 ពិន្ទុមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

7. កំណត់ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

ក. 8 11 14 13 14 9 15

ខ. 88 93 85 98 102 98 93 104 102 98

គ.

x	2	4	6	8	10	12
f	2	4	10	6	3	1

ឃ.

x	0	1	2	3	4
f	45	32	14	6	3

កែតម្រូវ៖ ចំនួនសរុបគឺ 31 ប្តូរពី 8 ទៅ 7 ។មានវិធីផ្សេងទៀត ជាច្រើនក្នុងការកែតម្រូវចំនួនសរុប

8. មធ្យមនៃបួនចំនួន 4 , 5 , 7 និង x ស្មើនឹង 6 ។ រកតម្លៃ x ។

9. មធ្យមនៃប្រាំមួយចំនួនស្មើនឹង 41 ។ គេស្គាល់បីចំនួនគឺ 32 , 31 និង 42 ។ បីចំនួនដែលនៅសល់នីមួយៗស្មើនឹង a ។

ក. រកផលបូកនៃប្រាំមួយចំនួននោះ ខ. រកតម្លៃ a ។

10. គេបានបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ 30 ដង ។ ផលបូកនៃពិន្ទុក្នុងការបោះម្តងៗបានបង្ហាញដូចខាងក្រោម

ពិន្ទុ x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ប្រេកង់ f	1	1	3	5	6	8	3	2	1	1	0

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃពិន្ទុនេះ ។

11. តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីបំណែងចែកប្រេកង់នៃចំនួនការសរសេរខុសអក្ខរាវិរុទ្ធដោយសិស្សម្នាក់ៗនៅក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 36 នាក់ ។

ចំនួនកំហុស x	0	1	2	3	4	5	6	7
ចំនួនសិស្ស f	3	7	10	6	5	3	1	1

ចូររក មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃបំណែងចែកនេះ ។

139

ចម្លើយនៃលំហាត់

(ការគណនាលម្អិតចំពោះ 7, 10 និង 11 បង្ហាញនៅខាងក្រោម)

7. ក. មធ្យម = 12, មេដ្យាន = 13, និងម៉ូត =14។

ខ. មធ្យម= 96.1, មេដ្យាន = ម៉ូត = 98។

គ. មធ្យម = 6.54 , មេដ្យាន = ម៉ូត = 6។

ឃ. មធ្យម = 0.9, មេដ្យាន =1, ម៉ូត = 0។

8. ដោយ $\frac{4+5+7+x}{4} = 6, x = 8$។

4

9. ក $41 \times 6 = 246$។

ខ. ដោយ $32 + 31 + 42 + 3a = 246$, $a = 37$

10. ប្តូរប្រេកង់នៃពិន្ទុ 7 ពី 8 ទៅ 7 មធ្យម = 6.33, មេដ្យាន =6, ម៉ូត = 7។

11. មធ្យម = 2.58, មេដ្យាន = ម៉ូត = 2។

ការគណនាលម្អិត

7. ក. មធ្យម= $\frac{8+11+14+13+14+9+15}{7} = 12$ ទីតាំងមេដ្យានគឺ ទី4 មេដ្យាន = 13

ខ. មធ្យម= $\frac{88+93+85+98+102+98+93+104+102+98}{10} = 96.1$ មេដ្យាន $= \frac{\text{ទី5+ទី6}}{2} = \frac{98+98}{2} = 98$

គ. មធ្យម $= \frac{2\times2+4\times4+6\times10+8\times6+10\times3+12\times1}{2+4+10+6+3+1} = \frac{170}{26} = 6.54$ មេដ្យាន $= \frac{\text{ទី13+ទី14}}{2} = \frac{6+6}{2} = 6$

ឃ មធ្យម $= \frac{1\times32+2\times14+3\times6+4\times3}{45+32+14+6+3} = \frac{90}{100} = 0.9$ មេដ្យាន $= \frac{\text{ទី50+ទី51}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$

10. មធ្យម $= \frac{2\times1+3\times1+4\times3+5\times5+6\times6+7\times7+8\times3+9\times2+10\times1+11\times1}{30} = \frac{190}{30} = 6.33$, មេដ្យាន $= \frac{\text{ទី15+ទី16}}{2} = \frac{6+6}{2} = 6$

11. មធ្យម $= \frac{1\times7+2\times10+3\times6+4\times5+5\times3+6\times1+7\times1}{36} = \frac{93}{36} = 2.58$ មេដ្យាន $= \frac{\text{ទី17+ទី18}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$

ចម្លើយនៃលំហាត់

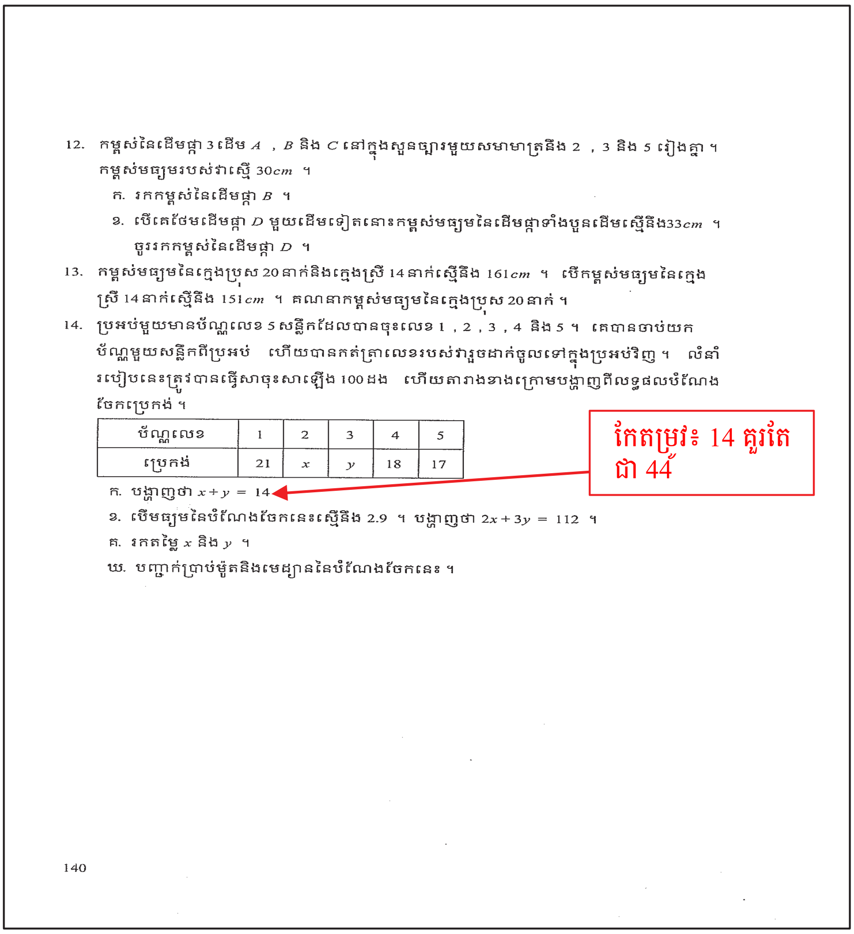
12. ក. តាងកម្ពស់នៃផ្កា A, B និង C ដោយ $2a, 3a$ និង $5a$ cm រៀងគ្នា។ នោះមធ្យមគឺ $\frac{10a}{3}$cm, ហើយមធ្យមស្មើ 30cm យើងបាន $a = 30 \times \frac{3}{10} = 9$cm។ កម្ពស់ផ្កា B $= 3a = 27$cm។

ខ. តាងកម្ពស់នៃផ្កា D ដោយ x

យើងបាន $33 = \frac{30\times 3 + x}{4}$

នាំឱ្យ $x = 42$

13. $20x + 151 \times 14 = 161 \times 34$ យើងបាន $x = 168$ ។



12. កម្ពស់នៃដើមផ្កា 3 ដើម A , B និង C នៅក្នុងសួនច្បារមួយសមាមាត្រនឹង 2 , 3 និង 5 រៀងគ្នា ។ កម្ពស់មធ្យមរបស់វាស្មើ $30cm$ ។
   ក. រកកម្ពស់នៃដើមផ្កា B ។
   ខ. បើគេថែមដើមផ្កា D មួយដើមទៀតនោះកម្ពស់មធ្យមនៃដើមផ្កាទាំងបួនដើមស្មើនឹង$33cm$ ។ ចូររកកម្ពស់នៃដើមផ្កា D ។
13. កម្ពស់មធ្យមនៃក្មេងប្រុស 20 នាក់និងក្មេងស្រី 14 នាក់ស្មើនឹង $161cm$ ។ បើកម្ពស់មធ្យមនៃក្មេងស្រី 14 នាក់ស្មើនឹង $151cm$ ។ គណនាកម្ពស់មធ្យមនៃក្មេងប្រុស 20 នាក់ ។
14. ប្រអប់មួយមានប័ណ្ណលេខ 5 សន្លឹកដែលបានចុះលេខ 1 , 2 , 3 , 4 និង 5 ។ គេបានចាប់យកប័ណ្ណមួយសន្លឹកពីប្រអប់ ហើយបានកត់ត្រាលេខរបស់វារួចដាក់ចូលទៅក្នុងប្រអប់វិញ ។ លំនាំរបៀបនេះត្រូវបានធ្វើសាចុះសាឡើង 100 ដង ហើយតារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីលទ្ធផលបំណែងចែកប្រេកង់ ។

ប័ណ្ណលេខ	1	2	3	4	5
ប្រេកង់	21	x	y	18	17

   ក. បង្ហាញថា $x+y = 14$
   ខ. បើមធ្យមនៃបំណែងចែកនេះស្មើនឹង 2.9 ។ បង្ហាញថា $2x+3y = 112$ ។
   គ. រកតម្លៃ x និង y ។
   ឃ. បញ្ជាក់ប្រាប់ម៉ូតនិងមេដ្យាននៃបំណែងចែកនេះ ។

កែតម្រូវ៖ 14 គួរតែជា 44

140

14. ក. $21 + x + y + 18 + 17 = 100$ ដូចនេះ $x + y = 44$។

ខ. $1 \times 21 + 2x + 3y + 4 \times 18 + 5 \times 17 = 2.9 \times 100$ យើងបាន $2x + 3y = 290 - (21 + 72 + 85) = 112$។

គ. ដោះស្រាយ $x + y = 44, 2x + 3y = 112$ យើងបាន $x = 20$ និង$y = 24$។

ឃ. មេដ្យាន = ម៉ូត = 3 ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

សេចក្តីណែនាំបន្ថែមសម្រាប់សិស្ស៖ មធ្យមនៃទិន្នន័យជាថ្នាក់

នៅក្នុងជំពូកនេះទិន្នន័យពីរប្រភេទត្រូវបានបង្ហាញ៖ (A) ទិន្នន័យជាលេខ (B) ទិន្នន័យដែលមិនមែនជាលេខ។ ទិន្នន័យលេខត្រូវបានបែងចែកជាបីប្រភេទ៖ (A1) ទិន្នន័យដែលមានចំនួនតូចនៃតម្លៃដាច់ពីគ្នាហើយផ្សេងគ្នា (A2) ទិន្នន័យដែលមានចំនួនធំនៃតម្លៃដាច់ពីគ្នាហើយផ្សេងគ្នា (A3) ទិន្នន័យដោយមានតម្លៃជាបន្តបន្ទាប់គ្នា។
ខាងក្រោមនេះគឺជាតារាងដែលបង្ហាញពីទំនាក់ទំនងរវាងប្រភេទនៃទិន្នន័យ និងរង្វាស់នៃបំណែងចែកដែលបានបង្ហាញក្នុងសៀវភៅនេះ។

ប្រភេទនៃទិន្នន័យ	មធ្យម	មេដ្យាន	ម៉ូត
(A1) ចំនួនតូចនៃតម្លៃដាច់ពីគ្នា	131	132	134
(A2) ចំនួនធំនៃតម្លៃដាច់ពីគ្នា		133	135
(A3) តម្លៃជាបន្តបន្ទាប់គ្នា		133	135
(B) ទិន្នន័យដែលមិនមែនជាលេខ	×	×	134

យើងមើលឃើញថាយើងមិនបានពិភាក្សាអំពីរបៀបដើម្បីរកមធ្យមនៃទិន្នន័យដែលបានដាក់ជាថ្នាក់នៅឡើយទេ។ ប៉ុន្តែសិស្សគួរតែដឹងថាវិធីសាស្រ្តនេះ ដោយភាគច្រើនបំផុតនៃទិន្នន័យនៅក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងរចនាបទបែបនេះ។
ចូរគណនាតម្លៃមធ្យមនៃឧទាហរណ៍នៅលើទំព័រ125 ជាឧទាហរណ៍។
ក្នុងឧទាហរណ៍នេះ ពិន្ទុនៃការធ្វើតេស្តភាសាអង់គ្លេសនៃសិស្សចំនួន 40 នាក់ត្រូវបានដាក់ជាថ្នាក់ទៅក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងក្រោម។ តម្លៃថ្នាក់នៃថ្នាក់នីមួយៗគឺពាក់កណ្តាលចន្លោះថ្នាក់នោះ។

ថ្នាក់	ផ្ចិតនៃថ្នាក់	ប្រេកង់
45-50	47.5	2
50-55	52.5	3
55-60	57.5	6
60-65	62.5	4
65-70	67.5	9
70-75	72.5	8
75-80	77.5	3
80-85	82.5	4
85-90	87.5	1
ប្រេកង់សរុប		40

ប្រសិនបើយើងគណនាមធ្យមដោយនិយមន័យរបស់វា យើងបូកទិន្នន័យចំនួន 40 ទាំងអស់រួចចែកផលបូកនេះដោយ 40 ប៉ុន្តែវាពិតជាការងារដែលមិនអាចទៅរួចនោះទេប្រសិនបើចំនួននេះកាន់តែច្រើនជាងនេះ។ ក្នុងករណីនេះ ជាធម្មតាយើងប្រើតម្លៃថ្នាក់ជំនួសឱ្យតម្លៃពិតប្រាកដ។ ឧទាហរណ៍យើងគិតថាទិន្នន័យទាំង 9 នៅក្នុងថ្នាក់ 65-70 មានតម្លៃថ្នាក់ 67.5 រួចគណនាតម្លៃមធ្យមដោយ

$$\frac{47.5 \times 2 + 52.5 \times 3 + 57.5 \times 6 + \cdots + 87.5 \times 1}{40} = 67.125$$

ជាការពិតណាស់តម្លៃដែលយើងទទួលបានតាមរយៈវិធីសាស្រ្តនេះគឺមិនច្បាស់ណាស់ណាដូចមធ្យមពិតប្រាកដនោះទេប៉ុន្តែយើងសង្ឃឹមថាវាអាចខិតជិតតម្លៃមធ្យមពិតប្រាកដ។

តម្លៃមធ្យមច្បាស់លាស់គណនាពី 40 ទិន្នន័យដើមគឺ 66.75។
[ប្រតិបត្តិ] គណនាមធ្យមនៃទិន្នន័យក្នុងលំហាត់គំរូនៅលើទំព័រ127 ដោយប្រើវិធីសាស្រ្តតម្លៃថ្នាក់។
[ចម្លើយ]

$$\frac{0.65 \times 5 + 0.75 \times 8 + 0.85 \times 15 + 0.95 \times 8 + 1.05 \times 9 + 1.15 \times 5}{50} = \frac{44.8}{50} = 0.896$$

ចំណេះដឹងបន្ថែម ប្រេកង់ធៀប

នៅពេលដែលយើងធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ចំនួនទិន្នន័យដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងតម្លៃនីមួយៗ ឬថ្នាក់នីមួយៗគឺត្រូវបានរាប់ និងបង្ហាញជាប្រេកង់។ ប៉ុន្តែពេលខ្លះយើងចង់ដឹងថាសមាមាត្រនៃចំនួនទិន្នន័យទៅនឹងចំនួនសរុបនៃទិន្នន័យទាំងមូលសម្រាប់ហេតុផលមួយចំនួន។ សមាមាត្រនេះត្រូវបានគេហៅថា ប្រេកង់ធៀប និងត្រូវបានគណនាដូចខាងក្រោម៖

$$\text{ប្រេកង់ធៀប} = \frac{\text{ប្រេកង់}}{\text{ប្រេកង់សរុប}}$$

យើងបង្ហាញឧទាហរណ៍មួយចំនួននៃប្រេកង់ធៀប។ ខាងក្រោមនេះគឺជាឧទាហរណ៍មួយចំនួននៃបំណែងចែកប្រេកង់ដែលមានប្រេកង់ធៀប។

ឧទាហរណ៍នៅទំព័រ128 លំហាត់គំរូនៅទំព័រ130

ចំនួនកូន	ប្រេកង់	ប្រេកង់ធៀប ភាគរយ
0	1	4.2%
1	3	12.5%
2	9	37.5%
3	6	25.0%
4	4	16.7%
5	1	4.2%
សរុប	24	100%

ថ្នាក់	ប្រេកង់	ប្រេកង់ធៀប ភាគរយ
0-10	9	30.0%
10-20	10	33.3%
20-30	6	20.0%
30-40	4	13.3%
40-50	1	3.3%
សរុប	30	100%

ការប្រើប្រាស់ប្រេកង់ធៀប យើងអាចមើលឃើញសមាមាត្រនៃតម្លៃនីមួយៗ ឬថ្នាក់នីមួយៗដែលយើងមិនអាចកត់សម្គាល់បានដោយគ្រាន់តែមើលប្រេកង់។

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូ រង្វាស់នៃនិន្នាការកណ្តាល និងរង្វាស់នៃបម្រែបម្រួល

នៅក្នុងការដោះស្រាយសំណុំទិន្នន័យមួយគឺពេលខ្លះមានភាពងាយស្រួលដើម្បីចង្អុលបង្ហាញតម្លៃជាក់លាក់មួយចំនួនទៅនឹងលក្ខណៈនៃបំណែងចែកជំនួសឱ្យការបង្ហាញប្រេកង់ទាំងមូល ឬអ៊ីស្តូក្រាម។

តម្លៃបែបនេះជាទូទៅត្រូវបានចាត់ថ្នាក់ជាពីរក្រុម៖

(1) រង្វាស់នៃនិន្នាការកណ្តាល៖ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។តម្លៃទាំងនេះពិពណ៌នាអំពីទីតាំងនៃបំណែងចែក។ យើងអាចស្រមៃមើលថាតើទិន្នន័យដែលមានទំហំធំនៃតម្លៃទាំងមូលបានទេបើគេស្គាល់តម្លៃទាំងនេះ។ មានតារាងមួយចំនួនអាស្រ័យលើអ្វីដែលយើងចង់ដឹងគឺ៖ តម្លៃនៅពាក់កណ្តាលនៃទិន្នន័យ និងតម្លៃនៅកំពូលនៃអ៊ីស្តូក្រាម។ល។

(2) រង្វាស់នៃបម្រែបម្រួល៖ រ៉ង់ វ៉ារ្យង់ គម្លាតស្តង់ដា និងគម្លាតមធ្យម។ បើសិនជាយើងដឹងទីតាំងនៃបំណែងចែក នោះលក្ខណៈនៃទិន្នន័យដែលបានផ្លាស់ប្តូរក្នុងការសម្រេចចិត្តល្អមួយ ទោះជាតម្លៃបានរីករាលដាលយ៉ាងទូលំទូលាយ ឬផ្តោតសំខាន់តម្លៃចន្លោះតូច

ក៏ដោយ។ រង្វាស់ទាំងពីរប្រភេទនេះជាធម្មតាត្រូវបានគេប្រើដើម្បីពណ៌នាបំណែងចែក។ សិស្សរៀនក្រុមទីមួយនៃតារាងក្នុងជំពូកនេះ។ ក្រុមទីពីរនឹងឡើងនៅថ្នាក់ខ្ពស់ជាងមុន។

សំណួរខ្លីសម្រាប់ស្ថិតិ (1 ម៉ោង ៖100ពិន្ទុ)

គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. បន្ទាប់ពីស្ទង់មតិអំពីចំនួនប៊ិចនៃសិស្សក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ គេបង្កើតបានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងក្រោម។ ចូរឆ្លើយនូវសំណួរខាងក្រោម៖

ចំនួនប៊ិច x	1	2	3	4	5	ប្រេកង់សរុប
ប្រេកង់ f	2	7	11	13	7	?

(1) រកប្រេកង់សរុបនៃទិន្នន័យ

(5 ពិន្ទុ)

(ក) 20 (ខ) 30 (គ) 40 (ឃ) 50 (ង) 60

(2) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 3 (ខ) 3.5 (គ) 4 (ឃ) 11 (ង) 13

(3) រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 3 (ខ) 3.5 (គ) 4 (ឃ) 11 (ង) 13

(4) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យ

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 2.8 (ខ) 3.0 (គ) 3.2 (ឃ) 3.4 (ង) 3.6

2. តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃពិន្ទុគណិតវិទ្យាសម្រាប់សិស្ស 50 នាក់ បានបង្ហាញនៅខាងក្រោម។ ចូរឆ្លើយនូវសំណួរខាងក្រោម

ថ្នាក់ពិន្ទុ x	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	ប្រេកង់សរុប
ប្រេកង់ f	10	8	5	6	?	9	50

(1) រកប្រេកង់នៃថ្នាក់ 80-90។

(ក) 4 (ខ) 6 (គ) 8 (ឃ) 10 (ង) 12 (5 ពិន្ទុ)

(2) ជ្រើសរើសសំណើត្រឹមត្រូវអំពីមេដ្យាន និងម៉ូតនៃជម្រើសខាងក្រោមនេះ។ (ម៉ូតគឺជាតម្លៃថ្នាក់នៃថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ)

(ក) មេដ្យានច្រើនជាងម៉ូត។ (10 ពិន្ទុ)
(ខ) ម៉ូតច្រើនជាងមេដ្យាន។
(គ) មេដ្យាន និងម៉ូតស្មើគ្នា
(ឃ) គ្មានអ្វីអាចត្រូវបានដឹងអំពីតម្លៃទាំងពីរនេះពីពត៌មានដែលបានផ្តល់ឱ្យនោះទេ។

(3) សង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃបំណែងចែកប្រេកង់នេះ (10 ពិន្ទុ)

3. ចំនួននៅខាងក្រោមគឺជាថេរវេលានៃការរត់ 50 ម៉ែត្រនៃសិស្ស 20 នាក់គិតជាវិនាទីនោះ។ ចូរឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោម។
(1) យើងចង់ផ្តុំទិន្នន័យជា 5 ថ្នាក់ចាប់ផ្តើមពី 7.0 ។ រកតម្លៃចន្លោះថ្នាក់។

8.6	9.8	8.2	9.3	9.4
7.7	8.8	10.8	9.1	8.5
9.4	10.4	7.2	8.7	8.4
9.6	9.0	8.7	7.9	9.9

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 0.5 (ខ) 0.8 (គ) 1.0 (ឃ) 1.2 (ង) 1.5

(2) បង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់តាមទិន្នន័យខាងលើ។ (10 ពិន្ទុ)

(3) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) 8.6 (ខ) 8.7 (គ) 8.8 (ឃ) 8.9 (ង) 9.0

(4) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យពីតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដោយប្រើតម្លៃថ្នាក់។ (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

(3) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ។

ចំនួនបិច x	1	2	3	4	5	ប្រេកង់សរុប
ប្រេកង់ f	2	7	11	13	7	?

(1) រកប្រេកង់សរុបនៃទិន្នន័យ។

(5 ពិន្ទុ)

(ក) 20 (ខ) 30 (គ) 40 (ឃ) 50 (ង) 60

(2) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ។

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 3 (ខ) 3.5 (គ) 4 (ឃ) 11 (ង) 13

(3) រកម៉ូតនៃទិន្នន័យ។

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 3 (ខ) 3.5 (គ) 4 (ឃ) 11 (ង) 13

(4) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យ

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 2.8 (ខ) 3.0 (គ) 3.2 (ឃ) 3.4 (ង) 3.6

ចម្លើយ៖

(1) ប្រេកង់សរុបគឺ $2+7+11+13+7=40$

ចម្លើយ៖ (គ)

(2) ដោយប្រេកង់សរុបគឺ 40 នោះ មេដ្យាន $=\frac{20+21}{2}$ ។ តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ មាន20ទិន្នន័យនៅផ្នែកខាងលើ $x=3$ និង 33ទិន្នន័យនៅពីលើ $x=4$។ ដូចនេះតម្លៃទី 20 គឺ 3 និងតម្លៃទី 21 គឺ 4 នោះយើងបាន មេដ្យានគឺ $\frac{3+4}{2}=3.5$

ចម្លើយ៖(ខ)

(3) ម៉ូតគឺជាតម្លៃដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ។ ក្នុងលំហាត់នេះ ប្រេកង់ដែលច្រើនជាងគេគឺ 13 ចំពោះ $x=4$ ។

ចម្លើយ៖ (គ)

(4) មធ្យមគឺ $\frac{1\times2+2\times7+3\times11+4\times13+5\times7}{40}=\frac{136}{40}=3.4$ ។

ចម្លើយ៖ (ឃ)

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 5 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 10 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(3) 10 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(4) 10 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

2. តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃពិន្ទុគណិតវិទ្យាសម្រាប់សិស្ស 50 នាក់ បានបង្ហាញនៅខាងក្រោម។ ចូរឆ្លើយនូវសំណួរខាងក្រោម

ថ្នាក់ពិន្ទុ x	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	ប្រេកង់សរុប
ប្រេកង់ f	10	8	5	6	?	9	50

(1) រកប្រេកង់នៃថ្នាក់ 80-90។ (5 ពិន្ទុ)

(ក) 4 (ខ) 6 (គ) 8 (ឃ) 10 (ង) 12

(2) ជ្រើសរើសសំណើត្រឹមត្រូវអំពីមេដ្យាន និងម៉ូតនៃជម្រើសខាងក្រោមនេះ។ (ម៉ូតគឺជាតម្លៃថ្នាក់នៃថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ) (10 ពិន្ទុ)

(ក) មេដ្យានច្រើនជាងម៉ូត

(ខ) ម៉ូតច្រើនជាងមេដ្យាន

(គ) មេដ្យាន និងម៉ូតស្មើគ្នា

(ឃ) គ្មានអ្វីអាចត្រូវបានដឹងអំពីតម្លៃទាំងពីរនេះពីពត៌មានដែលបានផ្តល់ឱ្យនោះទេ។

(3) សង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃបំណែងចែកប្រេកង់នេះ (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ៖

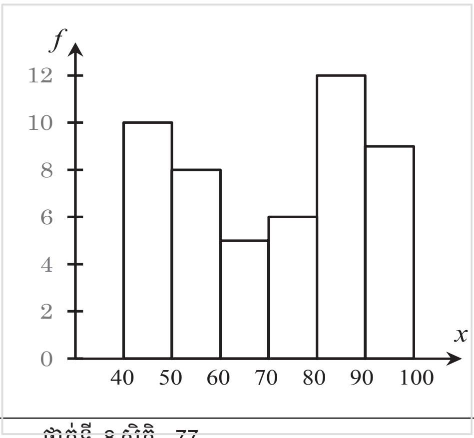
(1) ដោយប្រេកង់សរុបគឺ 50 នោះប្រេកង់ដែលមិនស្គាល់គឺ $50-(10+8+5+6+9)=12$

ចម្លើយ៖ (ង)

(2) តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ មាន 23 ទិន្នន័យទាបជាង 70 និង 29 ទិន្នន័យទាបជាង 80។ដូចនេះតម្លៃទាំងពីរគឺទី 25 និងទី26 នៅក្នុងថ្នាក់ 70-80។ ម្យ៉ាងទៀតប្រេកង់ដែលមានតម្លៃច្រើនជាងគេគឺនៅក្នុងថ្នាក់ 80-90 ដូចនេះម៉ូតគឺ 85។

ចម្លើយ៖ (ខ)

(3) ក្រាបអ៊ីស្តូក្រាមនៅខាងស្តាំ



ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 5 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 10 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(3) 10 ពិន្ទុ = សង់អ៊ីស្តូក្រាមត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ = សង់អ៊ីស្តូក្រាមបានល្អបង្គួរតែមានកំហុសផ្នែកខ្លះ

0 ពិន្ទុ = សង់អ៊ីស្តូក្រាមមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនអាចសង់អ៊ីស្តូក្រាមបាន

3. ចំនួននៅខាងស្តាំគឺជាថេរវេលានៃការរត់ 50 ម៉ែត្រនៃសិស្ស 20 នាក់គិតជាវិនាទីនោះ។ ចូរឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោម។

8.6	9.8	8.2	9.3	9.4
7.7	8.8	10.8	9.1	8.5
9.4	10.4	7.2	8.7	8.4
9.6	9.0	8.7	7.9	9.9

(1) យើងចង់ផ្តុំទិន្នន័យជា 5 ថ្នាក់ចាប់ផ្តើមពី 7.0 ។ រកតម្លៃចន្លោះថ្នាក់។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) 0.5 (ខ) 0.8 (គ) 1.0 (ឃ) 1.2 (ង) 1.5

(2) បង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់តាមទិន្នន័យខាងលើ។ (10 ពិន្ទុ)

(3) រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) 8.6 (ខ) 8.7 (គ) 8.8 (ឃ) 8.9 (ង) 9.0

(4) រកមធ្យមនៃទិន្នន័យពីតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដោយប្រើតម្លៃថ្នាក់។ (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ៖

(1) តម្លៃធំបំផុតគឺ 10.8 និងតម្លៃតូចបំផុតគឺ 7.2។ បើយើងបង្កើតជា 5 ថ្នាក់ នោះចន្លោះថ្នាក់គឺគណនាដោយ $\frac{10.8-7.2}{5} = 0.72 \approx 0.8$ ។ ចាប់ផ្ដើមពី 7.0 នោះ 5 ថ្នាក់គឺ 7.0-7.8, 7.8-8.6, 8.6-9.4, 9.4-10.2, 10.2-11.0 និងគ្រប់ទិន្នន័យគឺស្ថិតនៅក្នុង 5 ថ្នាក់នេះ។ បើយើងយកចន្លោះថ្នាក់ស្មើ 1.0 នោះថ្នាក់ទី 5 គឺ 11.0-12.0 មិនមានទិន្នន័យក្នុងថ្នាក់នេះ។ តែបើយកចន្លោះថ្នាក់ស្មើ 0.5 នោះថ្នាក់ទី 5 គឺ 9.0-9.5 ហើយមានទិន្នន័យខ្លះមិនមាននៅក្នុងថ្នាក់ទាំងនេះ។ ដូចនេះចន្លោះថ្នាក់គួរតែ 0.8។ ចម្លើយ៖ (ខ)

(2) តារាងនៅខាងស្តាំ

រយៈពេល x	ប្រេកង់ f
7.0-7.8	2
7.8-8.6	4
8.6-9.4	7
9.4-10.2	5
10.2-11.0	2
ប្រេកង់សរុប	20

(3) ដោយប្រេកង់សរុបគឺ 20 នោះទីតាំងមេដ្យានគឺ ទី10 និងទី11។ យើងបាន 6 ទិន្នន័យទាបជាង 8.6 និង 13 ទិន្នន័យទាបជាង 9.4។ ដូចនេះទិន្នន័យទី10 និងទី11គឺជាទិន្នន័យទី4 និងទី5 ក្នុងថ្នាក់ 8.6-9.4 រៀងគ្នា។
រៀប 7 ទិន្នន័យក្នុងថ្នាក់នេះជាលំដាប់ យើងបាន

8.6 8.7 8.7 8.8 9.0 9.1 9.3

យើងបានទិន្នន័យទី4 និងទី5 គឺ 8.8 និង 9.0។ មេដ្យានគឺ $\frac{8.8+9.0}{2} = 8.9$ ចម្លើយ៖ (ឃ)

(4) តម្លៃផ្ចិតថ្នាក់គឺ 7.4, 8.2, 9.0, 9.8, 10.6 នោះយើងបាន មធ្យមគឺ

$$\frac{7.4 \times 2 + 8.2 \times 4 + 9.0 \times 7 + 9.8 \times 5 + 10.6 \times 2}{20} = \frac{180.8}{20} = 9.04$$

ចម្លើយ៖ 9.04 វិនាទី

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 10 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 10 ពិន្ទុ = បង្កើតតារាងត្រឹមត្រូវ
5 ពិន្ទុ = បង្កើតតារាងបានល្អបង្គួរតែមានកំហុសផ្នែកខ្លះ
0 ពិន្ទុ = បង្កើតតារាងមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនអាចបង្កើតតារាង
បើខុសនៅក្នុងសំណួរ (1) នោះសំណួរ (2) ក៏ខុសដែរ

(3) 10 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = ជ្រើសជម្រើសមិនត្រឹមត្រូវ

(4) 10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយបានត្រឹមត្រូវ និងការគណនាត្រឹមត្រូវ។
5 ពិន្ទុ = សរសេរវិធីគណនាបានត្រឹមត្រូវ ប៉ុន្តែចម្លើយខុសដោយមានកំហុសក្នុងការគណនា
0 ពិន្ទុ = សរសេរវិធីគណនាមិនបានត្រឹមត្រូវមិនគិតថាចម្លើយត្រឹមត្រូវ ឬមិនត្រឹមត្រូវឡើយ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះមិនយល់ពីគោលគំនិតជាមូលដ្ឋាន និងនិយមន័យនៃស្ថិតិត្រូវមានការពិនិត្យឡើងវិញនូវខ្លឹមសារនៃជំពូកនេះម្តងទៀត។
30 – 60	សិស្សទាំងនេះបានយល់ពីគោលគំនិតជាមូលដ្ឋាន និងមានជំនាញជាមូលដ្ឋានស្តីពីស្ថិតិដែលពាក់ព័ន្ធនឹងបំណែងចែកប្រេកង់ និងអ៊ីស្តូក្រាម។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ពួកគេទំនងជាមានបញ្ហានៅក្នុងការយល់ដឹងមួយចំនួនពីរង្វាស់នៃបំណែងចែក និងការប្រើប្រាស់វាដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់មូលដ្ឋាន។
70 – 90	សិស្សទាំងនេះមានចំណេះដឹងគ្រប់គ្រាន់និងជំនាញស្ថិតិនៅថ្នាក់ទី ៨ កម្រិតនោះទេប៉ុន្តែប្រហែលជាមានការលំបាកក្នុងការប្រើប្រាស់តម្លៃថ្នាក់ដើម្បីរកមធ្យម និងម៉ូត។ ពួកគេក៏ត្រូវមានការប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការគណនារង្វាស់នៃបំណែងចែក។
100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិតគ្រប់គ្រាន់នៃចំណេះដឹង និងជំនាញអំពីបញ្ហាដោះស្រាយស្ថិតិ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំ និងផ្តល់លំហាត់បន្ថែមទៀតដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាងមុនដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់ពួកគេកាន់តែស៊ីជម្រៅ។

មេរៀនទី 11 ប្រូបាប

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 11 នេះមាន 2 ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 1 ដងបានត្រឹមត្រូវ
- កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដងបានត្រឹមត្រូវ។

ម្យ៉ាងទៀតនៅក្នុងមេរៀនទី 11នេះសិស្សនឹងអាចប្រើគំនិតជាមូលដ្ឋានអំពីប្រូបាប ដូចជាវិញ្ញាសា និងព្រឹត្តិការណ៍ព្រមទាំងការតាងប្រូបាបជាប្រភាគ ទសភាគ និងភាគរយ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀនទី11 ប្រូបាប 8 ម៉ោងសិក្សា។ ក្នុង 8 ម៉ោងសិក្សានេះសៀវភៅគ្រូបានបែងចែកដូចមានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1 ខាងក្រោម បើទោះបីជាចំណងជើងរបស់ផ្នែកទី 1 គឺ "ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នៃពិសោធន៍ 1ដង", តែផ្នែកនេះមានបញ្ចូលលំហាត់ខ្លះៗលើប្រូបាបនៃពិសោធន៍ច្រើនដង។

តារាងទី 1 **បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀននៃប្រូបាប**

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនប្រូបាប	ទំព័រ
3	1. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ 1 ដង	142-144
2	2. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដង	144-145
3	លំហាត់	145-146

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

ក្នុងតារាងទី2 ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវង្វាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានសន្មតថាធ្វើសកម្មភាពណែនាំដូចក្នុងតារាងនេះ និងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកទៅលើមូលដ្ឋាននៃលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាង។ ដូចនៅក្នុងតារាងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះមានរួមបញ្ចូលទាំងសកម្មភាពដើម្បី ពិនិត្យមើលថាតើប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗគឺស្មើគ្នាឬទេ ដោយប្រើកាក់មួយ។ ការពិសោធបោះកាក់ជាវិធីមូលដ្ឋានធម្មតាទេ ប៉ុន្តែមានសារៈសំខាន់នៅក្នុងការបង្រៀននិងរៀនប្រូបាបហើយបើគ្មានសកម្មភាពនេះ យើងមិនអាចសន្មតថាប្រូបាបនៃការបោះកាក់មួយចេញខាងរូបស្មើនឹង 1/ 2 បានទេ។ សៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ ក៏បានណែនាំអំពីដ្យាក្រាមមែកដែលអាចជួយសិស្សមិនត្រឹមតែដោះស្រាយបញ្ហានៅលើប្រូបាបដែលធ្វើពិសោធ 2 ឬច្រើនដងប៉ុណ្ណោះ ទេតែវាជួយអភិវឌ្ឍជំនាញនៃការគិតតាមបែបតក្កផងដែរ។ គ្រូត្រូវបានរំពឹងថានឹងផ្តល់ការណែនាំតាមជំហានៗនៅលើក្តារខៀនដែលអាចធ្វើឲ្យសិស្សប្រើដ្យាក្រាមមែកបាន។ លើសពីនេះទៅទៀតមេរៀនទី 11 នេះបានផ្តល់នូវបញ្ហាមួយចំនួនស្តីពី " ប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ " បើទោះបីជាវាមិនត្រូវបានរៀបរាប់យ៉ាងជាក់លាក់ក៏ដោយ។ ឧទាហរណ៍ប្រភេទនៃប្រូបាបបែបនេះគឺ "រកប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហម 1 និង ពណ៌ខៀវ 1 គ្រាប់បើគេចាប់ឃ្លី 2 ពីក្នុងថង់ដែលមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 3 និង ពណ៌ខៀវ 2 គ្រាប់ ដោយចៃដន្យ"។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	វាយតម្លៃ
1	កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ1ដង	● សិស្សរំលឹកឡើងវិញនូវគំនិតជាមូលដ្ឋានលើប្រូបាបដែលពួកគេបានរៀននៅក្នុងថ្នាក់ទី 7 ● សិស្សបោះកាក់មួយជាច្រើនដងដើម្បីពិនិត្យមើលថាប្រូបាបដែលកាក់ចេញខាងរូបគឺពិតជា 50%។ (គ្រូរៀបចំកាក់ត្រឹមត្រូវជាច្រើនឬធ្វើកាក់អំពីក្រដាសក្រាស់ៗ)	● សិស្សដោះស្រាយនូវមូលដ្ឋានលើប្រូបាបនៃពិសោធន៍1ដងបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សពន្យល់នូវអត្ថន័យ"ស្ទើតែស្មើទៅនឹង" បានត្រឹមត្រូវ។
2	កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធ1ដង	● សិស្សរៀនអំពីការប្រើដ្យាក្រាមមែក ● សិស្សដោះស្រាយប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ(ដែលធ្វើពិសោធច្រើនជាង 2 ដង)។	សិស្សដោះស្រាយនូវប្រូបាបដោយប្រើដ្យាក្រាមមែកបានត្រឹមត្រូវ។
2	កំណត់បាននូវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដង	សិស្សដោះស្រាយប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ (ដែលធ្វើពិសោធច្រើនជាង 3 ដង)។	សិស្សដោះស្រាយបាននូវប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ (ពិសោធន៍ច្រើនជាង 3ដង)បានត្រឹមត្រូវ។
3	លំហាត់	សិស្សដោះស្រាយលំហាត់នៅទំព័រ 145-146។	សិស្សដោះស្រាយបាននូវលំហាត់ផ្សេងៗលើប្រូបាបបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

ការលំបាកនៃការបង្រៀនប្រូបាបគឺថាសិស្សមិនសាំជាមួយនឹង " ការរាប់ករណីទាំងអស់ " ដែលជាមូលដ្ឋានគ្រឹះសម្រាប់ការរៀនប្រូបាប" របាប់នៃករណីទាំងអស់" មិនតម្រូវឱ្យសិស្សជាច្រើនមានចំណេះដឹងក្នុងការរកប្រូបាបលំបាកៗដែលតម្រូវឱ្យមានការគិតខ្ពស់តាមបែបតក្ក ។ សម្រាប់សិស្សភាគច្រើន " របាប់នៃករណីទាំងអស់ " គឺជាសកម្មភាពថ្មីមួយដែលខុសគ្នាទាំងស្រុងពីអ្វីដែលជាការគិតតាមបែបគណនារបស់ពួកគេ។ អ្វីដែលជាការសំខាន់នៅក្នុងដំណាក់កាលដំបូងនៃការរៀនប្រូបាបគឺគ្រូគួរផ្តល់ឱ្យសិស្សនូវការណែនាំសមរម្យ និងពេលវេលាគ្រប់គ្រាន់។ ចំពោះគោលបំណងនេះគ្រូគួរតែយកចិត្តទុកដាក់ច្រើនលើចំណុចខាងក្រោម៖

- ផ្តល់ពេលវេលាគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់សិស្សរាប់ករណីទាំងអស់។ គ្រូមិនគួរប្រញាប់ផ្តល់ចម្លើយមុនពេលដែលពួកគេបញ្ចប់ការរាប់នោះទេព្រោះថាដំណើរការនេះសំខាន់ណាស់ដែលធ្វើឱ្យសិស្សទទួលបាននូវជំនាញជាមូលដ្ឋានសម្រាប់ការដោះស្រាយប្រូបាប។ សៀវភៅណែនាំគ្រូនេះផ្តល់នូវលំហាត់សាមញ្ញបន្ថែមទៀតដែលជួយសិស្សឱ្យមានជំនាញរបាប់ក្នុងប្រូបាប។
- រៀបចំលំហាត់តាមលំដាប់លំដោយដើម្បីឱ្យសិស្សអាចរៀនរបាប់ ប្រូបាបពីការពិសោធតែមួយដង ការពិសោធច្រើន និងករណីមួយចំនួនដូចជា (ឧទាហរណ៍លើការបោះកាក់) ទៅករណីជាច្រើនទៀតដូចជា (ឧទាហរណ៍លើការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់) ផងដែរ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែពិនិត្យមើលការយល់ដឹងរបស់សិស្សនៅដំណាក់កាលនីមួយៗ។
- ពន្យល់ដ្យាក្រាមមែក និងណែនាំសិស្សឱ្យចេះប្រើវាដោយសារតែដ្យាក្រាមមែកមិនត្រឹមតែជួយរាប់ករណីទាំងអស់ដោយគ្មានការបរាជ័យនោះទេប៉ុន្តែក៏ជាការអភិវឌ្ឍជំនាញនៃការគិតគណិតវិទ្យារបស់សិស្សផងដែរ។

សៀវភៅណែនាំគ្រូនេះជួយគ្រូក្នុងការបង្រៀនសិស្សឲ្យមានប្រសិទ្ធភាពដែលរួមបញ្ចូលទាំងចំណុចសំខាន់ទាំងអស់ខាងលើ ហើយផ្តល់ដំបូន្មាននានាក្នុងការបង្រៀនដើម្បីអភិវឌ្ឍជំនាញនៃការគិតរបស់សិស្ស។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

សិស្សមិនមានចំណេះដឹងមូលដ្ឋានច្រើនសម្រាប់ការរៀនរបាប់ និងប្រូបាបប្រហែលជាខុសគ្នាពីមេរៀនផ្សេងទៀតដែលទាក់ទងទៅនឹងពិជគណិត និង ធរណីមាត្រ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយក៏ពួកគេត្រូវមាន ចំណេះដឹងមូលដ្ឋាន ជំនាញក្នុងការគណនាប្រភាគនិងការបម្លែងពីប្រភាគ ទៅជាទសភាគ និងភាគរយ។

[ផ្នែកទី 1] ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលធ្វើពិសោធ 1ដង

- មូលដ្ឋានគ្រឹះនៃពាក្យក្នុងប្រូបាប(ព្រឹត្តិការណ៍ ពិសោធន៍ ។ល។)
- មូលដ្ឋានគ្រឹះនៃរូបមន្តក្នុងការគណនាប្រូបាប

មេរៀនទី

11 ប្រូបាប

វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍ 1 ដង
- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមកពីការពិសោធច្រើនដង ។

1st Period

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍1ដង

ឧទាហរណ៍ : គេពិសោធបោះកាក់មួយដែលម្ខាងមានរូប ម្ខាងទៀតមានលេខ ។ គេសន្មតយកខាងរូបតាងដោយអក្សរ *H* និងខាងលេខតាងដោយអក្សរ *T* ។

H → ខាងរូប T → ខាងលេខ
ក្នុងរូបភាពបង្ហាញខាងរូប H

បើគេបោះកាក់នោះ 1 ដង

- គេអាចបោះបានខាង *H* ឬខាង *T* ។ លទ្ធផលដែលចេញ *H* ឬ *T* ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានគេសង្កេតឃើញថា វាមាន 2 ករណីហៅថា **ចំនួនករណីអាច** ។
- បើគេប្រាថ្នាបោះបានខាងរូប *H* ដែលជាព្រឹត្តិការណ៍តាមបំណង គេសង្កេតឃើញថាវាមានតែ 1 ករណីហៅថា **ចំនួនករណីស្រប** ។
- ផលធៀបរវាងចំនួនករណីស្របដែលបោះបានខាងរូប *H* និងចំនួនករណីអាច ហៅថា ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ ។

គេកំណត់ដោយអក្សរ P : $P = \dfrac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \dfrac{1}{2}$

គេកំណត់សរសេរ $P = \frac{1}{2}$ ជាចំនួនទសភាគ 0.5 ឬជាភាគរយ 50 % ប្រូបាបដែលស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ អាចបកស្រាយថាក្នុងការបោះបានខាងរូប *H* គេសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 2 ឬសង្ឃឹម 50 % ។

141

ប្រូបាប

សិស្សបានរៀនរួចទៅហើយអំពីវត្ថុបំណងទីមួយ ដូចនេះយើងផ្តោតជាសំខាន់លើវត្ថុបំណងទីពីរនៅក្នុងមេរៀនទី 11 នេះ ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី1?

- រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលទាក់ទងនឹងការពិសោធន៍ 1 ដង។
- រកប្រូបាបដែលចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ តើអ្នកបានយល់ដឹងពីប្រូបាបអ្វីខ្លះនៅក្នុងថ្នាក់ទី 7? ចូរឱ្យឧទាហរណ៍មួយចំនួននៃប្រូបាប។

* សិស្សបានរៀនប្រូបាបដែលពាក់ព័ន្ធនឹងវិញ្ញាសាទោលដូចជាការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1និងការបោះកាក់1 តែម្តងគត់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

បើយើងសរសេរឲ្យកាន់តែបានត្រឹមត្រូវ "*P*" គឺជាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចេញខាងរូបតាងដោយ "H"។ ជាការពិតណាស់ដែលថាប្រូបាបដែលចេញខាងT គឺ 1/2 ផងដែរ ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម

ប្រយោគចុងក្រោយនៃទំព័រនេះមិនមែនមានន័យថា ប្រសិនបើយើងបោះកាក់1ចំនួន 2 ដងបន្ទាប់មកផ្នែកខាងរូប (H) ប្រាកដជាចេញម្តងនោះទេ ប៉ុន្តែមានន័យថា" បើយើងបោះកាក់ 1 ជាច្រើនដងនោះប្រូបាបនឹងខិតទៅរក 1/2 ។ លើសពីនេះទៅទៀតមានការសន្មតមួយដ៏សំខាន់សម្រាប់ការពិសោធនេះគឺ "កាក់ត្រឹមត្រូវ ហើយផ្នែកទាំងពីរខាងគឺអាចចេញស្មើៗគ្នា"។ បើមិនដូចនេះទេយើងមិនអាចសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបនឹងខិតទៅរក 1/2 ទេ។

សកម្មភាពបន្ថែម

យើងអាចធ្វើការពិសោធមួយដើម្បីពិនិត្យមើលថាប្រូបាបដែលចេញខាងរូប H គឺ 1/2។ ដំបូងរៀបចំកាក់មួយចំនួន(ឬធ្វើកាក់អំពីក្រដាសក្រាស់ៗ) និងចែកកាក់ឱ្យពួកគេតាមក្រុម។ ទីពីរប្រាប់ពួកគេឱ្យបោះកាក់នោះចំនួន 100 ដង រួចធ្វើកំណត់ត្រានៃលទ្ធផលខាងរូប ឬខាងលេខ (H ឬ T)។ ទីបីសរុបលទ្ធផល និងគណនាប្រូបាបនេះ។ ចំណាំថាប្រសិនបើប្រូបាបនៅឆ្ងាយពី 1/2, យើងអាចសន្និដ្ឋានថាកាក់គឺមិនត្រឹមត្រូវនោះទេ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

សំណួរ ក្នុងការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1 ចំនួនមួយដង។ ចូរឱ្យឧទាហរណ៍នៃ (i) ប្រូបាបស្មើ 1, (ii) ប្រូបាបស្មើ 0 ។

(ឧទាហរណ៍)៖ (i) ប្រូបាបដែលបោះចេញលេខគូ ឬលេខសេសស្មើ 1 ។ (ii) ប្រូបាបដែលបោះចេញលេខ 7 ស្មើ 0 ។ មានឧទាហរណ៍ជាច្រើនទៀតលើសពីនេះ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សិស្សអាចសរសេរចម្លើយក្នុងទម្រង់ណាមួយក៏បាន (1/2 ឬ 0.5 ឬ 50%) ដោយសារតែសំណួរនេះមិនបានបញ្ជាក់

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

នៅក្នុងការធ្វើលំហាត់គំរូទី 2

(i) គ្រូត្រូវការនិយាយបន្ថែមថា "នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 4 ដែលមានឈ្មោះ A, a, B និង b" ដែលធ្វើឱ្យសិស្សអាចយល់ពីបញ្ហានេះយ៉ាងច្បាស់។

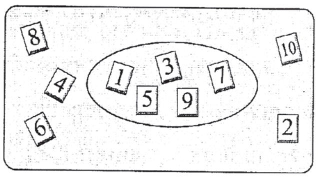
(ii) ចម្លើយអាចសរសេរជាទម្រង់ណាមួយក៏បាន ប្រភាគ ឬទសភាគ ឬជាភាគរយ។ ទោះជាយ៉ាងណាប្រសិនបើយើងបម្លែងប្រភាគទៅជាទសភាគយើងគួរបង្គត់ 2/3 = 0.666 ... 0,67 = 67% ។

សំគាល់ :

- គេប្រាកដជាមានសង្ឃឹម 100% ក្នុងការបោះកាក់ដើម្បីបាន H ឬ T ព្រោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះប្រាកដកើតមាន H ឬ T ហើយព្រឹត្តិការណ៍ស្របក៏មាន H ឬ T នោះ $P = \frac{2}{2} = 1$ ។
- គ្មានករណីដែលបោះមិនបាន H ឬ T ឡើយ ព្រោះការបោះកាក់តែងតែចេញ H ឬ T ហើយក្នុងករណីនេះចំនួនករណីស្របស្មើ 0 នោះ $P = \frac{0}{2} = 0$ ។
- ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A មួយ គេបាន $0 \le P \le 1$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេចាប់សន្លឹកប័ណ្ណមួយ ពីសន្លឹកប័ណ្ណដប់ដែលចុះលេខពី 1 ; 2 ; 3 ; ... ; 10 ។ តើគេមានសង្ឃឹមប៉ុន្មានក្នុងការចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណមានលេខសេសណាមួយ ?

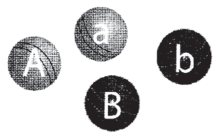
ចម្លើយ : ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ចំនួនករណីអាចស្មើ 10 និងចំនួនករណីស្រប $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 5 ។



គេបានប្រូបាបដែលចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណមានលេខសេស $P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេចាប់ឃ្លីម្ដងពីរ ។ រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ ។

ចម្លើយ : ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{aA, aB, ab, AB, bA, bB\}$



ចំនួនករណីអាចស្មើ 6 និងចំនួនករណីស្រប $\{aA, aB, bA, bB\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 4 ។ គេបានប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ ។

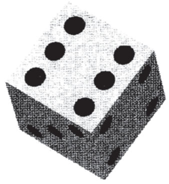
$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3} = 0.66 = 66\,\%} \text{ ។}$$

សូមមើល (ii) ក្នុងប្រអប់ខាងឆ្វេង។

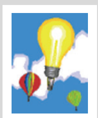
មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 2 ក្នុងចំណោម 3 ឬសង្ឃឹម 66% ។

លំហាត់គំរូទី 3 :

ក. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខជាចំនួនបឋម ។



142



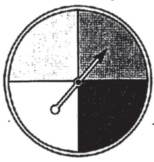
ចំណេះដឹងបន្ថែម៖ ប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ

ឧទាហរណ៍លើទំព័រ 141 និងលំហាត់គំរូទី 1 និងទី 3 នៅទំព័រ 142 គឺជាការរំលឹកឡើងវិញនៃថ្នាក់ទី 7 ប៉ុន្តែនៅក្នុងលំហាត់គំរូទី 2 នៅទំព័រ 142 គឺជាខ្លឹមសារថ្មីនៅក្នុងថ្នាក់ទី 8 ដែលត្រូវបានគេហៅថា " ប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ" ។ នៅក្នុងលំហាត់នេះយើងចាប់យកឃ្លី 2 ក្នុងពេលតែមួយ។ ទោះជាយ៉ាងណានេះក៏ដោយក៏មានន័យដូចជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ឃ្លីម្ដងមួយចំនួនពីរលើកដោយមិនដាក់ឃ្លីលើកទីមួយចូលក្នុងថង់វិញ។ ប្រសិនបើយើងប្រើដ្យាក្រាមមែកដើម្បីបង្ហាញពីស្ថានភាពដែលយើងយកឃ្លីម្ដងមួយចំនួនពីរដងដោយមិនដាក់ទៅវិញនោះយើងអាចរកឃើញថាក្នុងចំណោម 12 ករណីមាន 8 ករណីគឺជាគូអក្សរតូច និងអក្សរធំ។ ប្រូបាបរបស់វាគឺ 8/12 = 2/3 ដែលដូចគ្នាទៅនឹងចម្លើយនៅក្នុងលំហាត់ទី 2 ។

A — a → Aa	a — A → aA	B — A → BA	b — A → bA
B → AB	B → aB	a → Ba	a → ba
b → Ab	b → ab	b → Bb	B → bB

មេរៀនទី ១១

ខ. ក្នុងការបង្វិលថាសមួយដែលមានលាបពណ៌ បៃតង ស ខ្មៅ និងក្រហម (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។ រកប្រូបាបដែលឱ្យចុងព្រួញឈប់ចង្អុលនៅត្រង់ពណ៌បៃតង ។



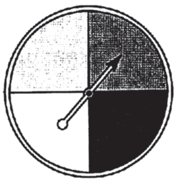
ចម្លើយ :

ក. ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ចំនួនករណីអាចស្មើ 6 និងចំនួនករណីស្រប $\{2, 3, 5\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 3 ។ គេបានប្រូបាប នៃព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខជាចំនួនបឋម ។

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\ \%\ ។$$

មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 2 ឬសង្ឃឹម 50% ។

ខ. ព្រឹត្តិការណ៍អាច { ស បៃតង ខ្មៅ ក្រហម } ចំនួនករណីអាចស្មើ 4 និងចំនួនករណីស្រប { បៃតង } ចំនួនករណីស្របស្មើ 1 ។



$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\ \%\ ។$$

មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 4 ឬសង្ឃឹម 25% ។

លំហាត់គំរូទី 4 : គ្រូបានដាក់ 6 សំណួរគឺ A, B, C, D, E និង F ដើម្បីឱ្យសិស្សយកទៅរៀន ។ សិស្សម្នាក់រៀនបានតែ 4 សំណួរប៉ុណ្ណោះ ។ បើគ្រូចេញ 2 សំណួរក្នុងចំណោម 6 សំណួរ ។ តើសិស្សនោះអាចមានសង្ឃឹមប៉ុន្មានភាគរយ ដើម្បីឱ្យការចេញសំណួរត្រូវទាំងពីរ ។

ចម្លើយ : ឧបមាថាសិស្សនោះរៀនតែសំណួរ A, B, C, D ហើយ E, F ជាសំណួរដែលពុំដែលរៀន

ព្រឹត្តិការណ៍អាច $AB \quad AC \quad AD \quad AE \quad AF$

$BC \quad BD \quad BE \quad BF \quad CD$

$CE \quad CF \quad DE \quad DF \quad EF$

ចំនួនករណីអាចស្មើ 15 និងចំនួនករណីស្រប $\{AB, AC, AD, BC, BD, CD\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 6 ។ គេបានប្រូបាបចេញ 2 សំណួរត្រូវនឹងសំណួរដែលសិស្សបានរៀន

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\ \%\ ។$$

មានន័យថា សិស្សនោះមានសង្ឃឹមតែ 2 ក្នុងចំណោម 5 ឬ សង្ឃឹម 40% ។

143

3rd Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លំហាត់គំរូទី3 គឺការរំលឹកឡើងវិញនូវអ្វីដែលសិស្សបានរៀននៅថ្នាក់ទី 7។ ដូចនេះបើសិស្សមិនអាចដោះស្រាយបញ្ហានេះបានគ្រូបង្រៀនគួរតែបង្រៀនសិស្សនូវមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃប្រូបាបកម្រិតថ្នាក់ទី 7 ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចម្លើយអាចសរសេរជាទម្រង់ណាក៏បានជាប្រភាគ ឬទសភាគ ឬជាភាគរយ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស៖

សំណួរទី1 តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគ្រូអាចជ្រើស 2 សំណួរ ពី 6 សំណួរ?

*15 របៀបដូចមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះ

សំណួរទី2 ឧបមាថាសិស្សបានសិក្សាសំណួរ A, B, C និង D នៅក្នុងចំណោម 15 របៀបខាងលើ តើ 2 សំណួរណាខ្លះដែលជ្រើសចេញសំណួរ A, B, C និង D?

* AB, AC, AD, BC, BD និងCD ដូចនៅក្នុងសៀវភៅនេះ។

សំណួរទី3 បើសិស្សជ្រើសរើស 4សំណួរផ្សេងទៀតនោះលទ្ធផលដែលនៅសល់នឹងនៅតែដូចគ្នាដែរ? ដូចគ្នាដែរ សូមពិនិត្យមើលវាដោយផ្ទាល់។

ចំណេះដឹងបន្ថែម៖ ការប្រើដ្យាក្រាមមែក (I)

នៅក្នុងលំហាត់គំរូទី 4 ខាងលើយើងត្រូវការរាប់ករណីទាំងអស់នៃការជ្រើសរើស 2 សំណួរចេញពី 6 សំណួរដោយសំណួរមិនច្រំដែល។ ទោះជាយ៉ាងណានៅពេលដែលមានលទ្ធផលកើតឡើងជាច្រើន យើងពិបាកក្នុងការរាប់ចំនួនលទ្ធផលទាំងអស់នោះ។ ក្នុងស្ថានភាពបែបនេះដ្យាក្រាមមែកនឹងជួយយើងឱ្យជៀសវាងច្រឡំនិងមានកំហុស។ ជាឧទាហរណ៍ដូចជានៅក្នុងការធ្វើលំហាត់គំរូទី 4 ខាងលើយើងអាចប្រើដ្យាក្រាមមែកដើម្បីរកឱ្យឃើញនូវលទ្ធផលទាំង 15 ករណីតាមវិធីដូចខាងក្រោម។ គូដែលបានរាប់រួចហើយត្រូវបានលុបដោយប្រើសញ្ញា X។

A		B		C		D		E	
B → AB		~~A → BA~~		~~A → CA~~		~~A → DA~~		~~A → EA~~	
C → AC		C → BC		~~B → CB~~		~~B → DB~~		~~B → EB~~	
D → AD		D → BD		D → CD		~~C → DC~~		~~C → EC~~	
E → AE		E → BE		E → CE		E → DE		~~D → ED~~	
F → AF		F → BF		F → CF		F → DF		F → EF	

ចម្លើយ

តាងឈ្មោះស្ត្រី 2 នាក់ដោយ F_1 និង F_2 ហើយឈ្មោះបុរស 2 នាក់ដោយ M_1 និង M_2។ ប្រសិនបើយើងរាប់គូទាំងអស់ដោយមិនច្រំដែលមាន 6 ករណីដូចខាងក្រោម៖ F_1F_2, F_1M_1, F_1M_2, F_2M_1, F_2M_2 និងM_1M_2

ក្នុងចំណោមទាំងនេះគូនៃស្ត្រី 1 និងបុរស 1 គឺមាន 4 ករណីដូចខាងក្រោម៖

F_1M_1, F_1M_2, F_2M_1 និងF_2M_2

ដូចនេះប្រូបាបនៃការជ្រើសរើសស្រី1 និងបុរស1 គឺ $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0{,}67$ ឬ 67% ។

*** កំណត់សម្គាល់**

កំណត់សម្គាល់នេះគឺមិនមែនជាប្រូបាបនៃវិញ្ញាសាទោលទេប៉ុន្តែជាប្រូបាបនៃការចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ក្នុងតក្កវិទ្យា "A និង B" មានន័យថា "A និង B កើតឡើងនៅពេលដូចគ្នា"។ A ឬ B "មានន័យថា" A កើតឡើងឬ B កើតឡើង"។ ជាការពិតណាស់សំណួរនេះសួររកប្រូបាប HHH កើតឡើង ឬ TTT កើតឡើងតែករណីទាំងពីរនេះមិនអាចកើតឡើងនៅពេលតែមួយទេ។

ប្រតិបត្តិ : ក្រុមហ៊ុនមួយមានបុគ្គលិកនារី 2 នាក់និងបុរស 2 នាក់ ។ ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ក្រុមហ៊ុននោះតែងឱ្យបុគ្គលិកនោះធ្វើការចាប់ឆ្នោតជ្រើស 2 នាក់ដើម្បីដើរកំសាន្ត ។ រកប្រូបាបដែលចាប់ឆ្នោតបាននារីមួយនាក់និងបុរសមួយនាក់ ។

2. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើពិសោធច្រើនដង

បើគេពិសោធបោះកាក់តែមួយដង នោះគេនឹងងាយស្រួលក្នុងការកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{H, T\}$ ។

បើគេចង់ពិសោធលទ្ធផលនៃការបោះកាក់ពីរដងនោះគេនឹងលំបាកបន្តិចក្នុងការកំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{HH, HT, TH, TT\}$ ។

គេរឹតតែស្មុគស្មាញទៀត នៅពេលដែលគេបោះកាក់នោះ 3 ដង ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតឡើងគឺ $\{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT\}$ ។

ការគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានការលំបាកនិងស្មុគស្មាញនៅពេលដែលគេបង្កើនចំនួនដងនៃពិសោធន៍ដូចជា បោះកាក់មួយបីដង បោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយពីរដងជាដើម ។

លំហាត់គំរូ: គេពិសោធបោះកាក់មួយដោយបោះ 3 ដង ។ តើគេមានសង្ឃឹមប៉ុណ្ណា ដើម្បីបោះបានខាងរូបទាំងបីដងនិងខាងលេខទាំងបីដង ។

កែតម្រូវ៖ "ឬ"

ចម្លើយ : ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT\}$ ចំនួនករណីអាចស្មើ 8 និងព្រឹត្តិការណ៍ស្រប $\{HHH, TTT\}$ ចំនួនករណីស្របស្មើ 2 ។

គេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះបានខាងរូបទាំងបីដងនិងខាងលេខទាំងបីដង ។

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\% \text{ ។}$$

មានន័យថាគេមានសង្ឃឹម 1 ក្នុងចំណោម 4 ឬសង្ឃឹម 25% ។

144

4th Period

ចំណេះដឹងបន្ថែម៖ ការប្រើដ្យាក្រាមមែក (II)

នៅក្នុងលំហាត់គំរូនៅទំព័រទី 144 ចម្លើយដែលបានរាយបញ្ជីលទ្ធផលនៃ 3 វិញ្ញាសាតាមវិធីដូចខាងក្រោម៖

{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT}

ទោះជាយ៉ាងណាការរៀបចំនេះជាញឹកញាប់នាំឱ្យបរាជ័យក្នុងការរាប់ករណីទាំងអស់នេះ។ ប្រសិនបើយើងប្រើដ្យាក្រាមមែកយើងអាចរាយគ្រប់ករណីទាំងអស់នេះដោយគ្មានការបាត់ករណីណាមួយ និងច្រំដែលឡើយ។ នៅក្នុងការប្រើប្រាស់ដ្យាក្រាមមែកយើងបានផ្លាស់ប្តូរជម្រើសជាលំដាប់ពីចុងបញ្ចប់នៃដ្យាក្រាមនេះ។ អ្វីដែលសំខាន់គឺការផ្លាស់ប្តូរតម្លៃដោយផ្អែកលើគោលការណ៍ច្បាស់លាស់មួយ។ (នៅក្នុងករណី " H ត្រូវតែជាទីមួយ និងT ជាលើកទីពីរ។)

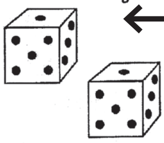
(1)ចេញ H ទី 1 & H ទី2	(2)ចេញ H ទី 1 & T ទី2	(3)ចេញ T ទី 1 & H ទី2	(4)ចេញ T ទី 1 & T ទី2
H - H - H	H - T - H	T - H - H	T - T - H
H - H - T	H - T - T	T - H - T	T - T - T

បន្ទាប់មកលទ្ធផលនឹងត្រូវបានរៀបចំនៅក្នុងលំដាប់ដូចខាងក្រោមនេះ៖ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH និង TTT ។

5th Period

6th-8th Period

មេរៀនទី ១១



ប្រតិបត្តិទី 1 : គេពិសោធបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយដោយបោះ 2ដង ។ តើគេមានសង្ឃឹមប៉ុណ្ណា ដើម្បីបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បានលេខដូចគ្នា ?

ប្រតិបត្តិទី 2 : គូស្វាមីមួយគូមានបំណងយកកូនបីនាក់ ។ គណនាប្រូបាបដែលគូស្វាមីមាន

ក. ដំបូងកូនស្រី បន្ទាប់កូនប្រុស និងចុងក្រោយកូនស្រី

ខ. កូនស្រីពីរនិងកូនប្រុសមួយ

គ. កូនប្រុសទាំងបី

ឃ. កូនទាំងបីនាក់មានភេទដូចគ្នា

ង. យ៉ាងតិចកូនប្រុសមួយនាក់ ។

បើសិនជាសិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ទាំងនេះបានលឿននោះគ្រូគួរតែឱ្យសិស្សដោះស្រាយលំហាត់របាប់ដែលមាននៅក្នុងទំព័របន្ថែមនៃសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ។

? លំហាត់

1. ក្នុងប្រអប់មួយមានស្ករស្ងួតូឡា 24គ្រាប់ ក្នុងនោះមាន 10គ្រាប់មានស្ទួលក្រែម 8គ្រាប់គ្មានស្ទួល និងនៅសល់មានស្ទួលសណ្តែក ។ ស្ករស្ងួតូឡា 1គ្រាប់ត្រូវជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបដែលស្ករស្ងួតូឡា ។
   ក. មានស្ទួលក្រែម
   ខ. មានស្ទួលសណ្តែក
   គ. មិនមានស្ទួលក្រែម ។
2. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម
   ក. បោះបានលេខសេស
   ខ. បោះបានលេខធំជាង 3
   គ. បោះបានលេខចែកដាច់នឹង 5
   ឃ. បោះបានលេខធំជាង 1 ។
3. រដ្ឋាមានស្រោមជើងពណ៌ផ្ទៃមេឃចំនួន 8 ពណ៌ខៀវចំនួន 7 ពណ៌ស្វូកូឡាចំនួន 13 និងពណ៌ក្រហមចំនួន 6 ។ រដ្ឋាជ្រើសរើសស្រោមជើងមួយដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបដែលស្រោមជើងមាន

145

ចំណេះដឹងបន្ថែមទៀត៖ "យ៉ាងហោចណាស់មួយ" មានន័យថា "មិនសូន្យ"

នៅក្នុងប្រតិបត្តិទី 2 (ង) នៅលើទំព័រ 145 សំណួរសួរថា "រកប្រូបាបដែលយ៉ាងតិចណាស់បានកូនប្រុសមួយនាក់ " ។ ខណៈពេលដែលសៀវភៅណែនាំ គ្រូនេះផ្តល់នូវដំណោះស្រាយសាមញ្ញ និងដោយផ្ទាល់ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ ក៏នៅមានវិធីផ្សេងទៀតសម្រាប់ដោះស្រាយដោយប្រើ "យ៉ាងហោចណាស់មួយ"។ឥឡូវនេះយើងគិតអំពីអត្ថន័យនៃ "យ៉ាងហោចណាស់មួយ"។ អត្ថន័យផ្ទាល់របស់វាគឺមួយ ឬពីរ ឬបី ឬ ... ប៉ុន្តែបើអត្ថន័យមិនផ្ទាល់មានន័យថា "មិនសូន្យ" ។ នៅក្នុងប្រតិបត្តិទី 2 (ង) ករណីដែល " កូនប្រុសសូន្យ" មានតែមួយប៉ុណ្ណោះគឺ (FFF) ។ ដូចនេះ "កូនប្រុសមិនសូន្យ" គឺ 8 – 1 = 7 ករណី។ វិធីសាស្ត្រនេះនឹងមានច្រើនជាងនេះ ហើយមានប្រយោជន៍ខ្លាំងណាស់នៅពេលដែលចំនួនករណីកើតឡើងធំជាងនេះ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិទី 1

តាងឈ្មោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងនេះជា A និង B បន្ទាប់មកចំនួននៃគូនេះនឹងមានចំនួន 36 ករណី (= 6 x 6) ដូចដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម៖

		A					
		1	2	3	4	5	6
B	1	*					
	2		*				
	3			*			
	4				*		
	5					*	
	6						*

គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរបង្ហាញលេខដូចគ្នានេះដែរនៅក្នុងនៅក្នុងតារាង 6ករណីខាងលើជាកន្លែងដែលមាននិមិត្តសញ្ញា*។ ដូចនេះប្រូបាបគឺ 6/36 = 1/6 ឬ 0.17 ឬ 17% ។

ចម្លើយ ប្រតិបត្តិទី 2

តាង M ជាកូនប្រុស និង F កូនស្រី។ ប្រសិនបើពួកគេមាន កូន 3 នាក់នោះ បន្សំ 8 ករណីត្រូវបង្ហាញដូចខាងក្រោម៖

MMM, MMF, MFM, MFF, FMM, FMF, FFM, FFF

(ក) មានន័យថា FMF ដូចនេះ P = 1/8

(ខ) មាន 3 ករណីគឺ MFF, FMF និង FFM ដូចនេះ P = 3/8

(គ) មានន័យថា MMM ដូចនេះ P = 1/8

(ឃ) មានន័យថា MMM ឬ FFF ។ ដូចនេះ P = 2/8 = 1/4

(ង) ករណីនេះ "យ៉ាងហោចណាស់កូនប្រុសម្នាក់" មាន 7 ករណី៖ MMM, MMF, MFM, MFF, FMM, FMF និង FFM ។ ដូចនេះ P = 7/8

កំណត់សម្គាល់

ចម្លើយទាំងអស់នេះអាចត្រូវបានសរសេរជាប្រភាគ ទសភាគ ឬជាភាគរយ។

ចម្លើយនៃលំហាត់៖

[ចំណាំ]

ចម្លើយទាំងអស់នេះត្រូវបានផ្តល់ឱ្យជាប្រភាគផ្សេងពីនេះត្រូវមានការណែនាំ

1) ក្នុងចំណោមស្គរសូកូឡា 24 គ្រាប់ មាន10 គ្រាប់មានក្រែម និង 8 គ្រាប់ មិនមានអ្វីទាំងអស់

ដូចនេះ 24 – 10 – 8 = 6

គ្រាប់មានសណ្តែក

(ក) P = 10/24 = 5/12

(ខ) P = 6/24 = 1/4

(គ) P = 1– 5/12 = 7/12

2)មានលទ្ធផល 6ករណីដែលអាចកើតឡើង។

(ក) បោះបានលេខសេសគឺ 1, 3 និង 5

ដូចនេះ P = 3/6 = 1/2

(ខ) បោះបានលេខធំជាង 3 គឺ 4, 5 និង 6 ដូចនេះ P = 3/6 = 1/2

(គ) បោះបានលេខដែលចែកដាច់នឹង 5 គឺ 5 ដូចនេះ P = 1/6

(ឃ) លេខធំជាង 1 គឺ 2 3 4 5 និង 6

ដូចនេះ P = 5/6

3)គាត់មានស្រោមជើងចំនួន 34 គូដែល មាន ពណ៌ផ្ទៃមេឃ 8 ពណ៌ខៀវ 7 ពណ៌សូកូឡា 13 និងពណ៌ក្រហម 6 ។

(ក) P = 8/34 = 4/17

(ខ) P = 7/34

ពណ៌ផ្សេងទៀតពីពណ៌សូកូឡាគឺ

34 - 13 = 21 ។ ដូចនេះ P = 21/34

ពណ៌ផ្សេងពីពណ៌សូកូឡាឬពណ៌ក្រហម

គឺ 34 – 13 – 6 = 15

ដូចនេះ P = 15/34

ពណ៌ផ្ទៃមេឃ ឬពណ៌ខៀវ = 8 + 7 = 15

ដូចនេះ P = 15/34

* "ពណ៌ផ្សេងពីពណ៌សូកូឡា ឬពណ៌ក្រហម" មានន័យថា "ផ្ទៃមេឃ ឬពណ៌ខៀវ"។ ដូចនេះសំណួរ (ឃ) និង (ង) ជាសំណួរដូចគ្នា។

ក. ពណ៌ផ្ទៃមេឃ

ខ. ពណ៌ខៀវ

គ. មិនមែនពណ៌សូកូឡា

ឃ. មិនមែនពណ៌សូកូឡា ឬពណ៌ក្រហម

ង. ពណ៌ផ្ទៃមេឃ ឬពណ៌ខៀវ ។

4. ធីតានិងរដ្ឋានៅក្នុងថ្នាក់ដែលមានសិស្សស្រី 14 នាក់និងសិស្សប្រុស 10 នាក់ ។ សិស្សម្នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសជាប្រធានថ្នាក់ដោយចៃដន្យពីសិស្សក្នុងថ្នាក់ ។

ក. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី

ខ. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស

គ. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជារដ្ឋា

ង. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់ជាធីតា ឬ រដ្ឋា

ច. គណនាប្រូបាបដែលប្រធានថ្នាក់មិនមែនជាធីតា ឬ រដ្ឋា ។

5. នៅពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បីព្រមគ្នា ។

រកប្រូបាបនៅពេលដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងបីចេញលេខដូចគ្នា ។

6. នៅពេលដែលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ ។

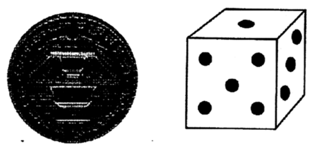
ក. រកប្រូបាបនៅពេលដែលផលបូកមុខលើនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 5 ។

ខ. រកប្រូបាបនៅពេលដែលផលបូកមុខលើនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរធំជាង ឬស្មើនឹង 9 ។

7. កាក់មួយនិងគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយបោះឡើងព្រមគ្នា ។

ក. គណនាចំនួនករណីអាច

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់បានខាងរូបនិងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បានលេខ 6 ។



8. គេបោះកាក់មួយចំនួនបីដង ។

ក. គណនាចំនួនករណីអាច

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់បានខាងរូបពីរនិងខាងលេខមួយ ។

146

4) មានសិស្សក្នុងថ្នាក់សរុប

14 + 10 = 24 ។

(ក) P = 14/24 = 7/12

(ខ) P = 10/24 = 5/12

(គ) P = 1/24

(ឃ) P = (1 +1) / 24 = 1/12

(ង) P = (24-2) / 24

= 22/24 = 11/12

* សំណួរ (ង) គឺជាប្រូបាបនៃ "ករណីផ្សេងពីសំណួរ (ឃ)" ។

ដូចនេះ P = 1 –1/12 = 11/12

5) តាងគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងបីគ្រាប់ដោយ A, B និង C នៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់នេះចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺ 6 x 6 x 6 = 216 ។

(សកម្មភាពមាននៅទំព័រមុន អាចដោះស្រាយបញ្ហានេះ)

ករណីដែលចំនួនមានលេខដូចគ្នាទាំងអស់គឺ 6 ករណី (= 111, 222, ... , 666) ។

ដូចនេះប្រូបាបគឺ P = 6/216 = 1/36

6) តាងគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរដោយ A និង B នៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់នេះចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺ 6 x 6 = 36។

(ក) ប្រសិនបើផលបូកនៃចំនួន A និង B ស្មើនឹង 5, នោះ A + B = 1 + 4, 2 + 3, 3 + 2 ឬ 4 + 1 ។ ដូចនេះមាន 4 ករណី។

P = 4/36 = 1/9

(ខ) ប្រសិនបើផលបូកនៃចំនួន A និង B ស្មើនឹង 9 ឬច្រើនជាងនេះ នោះវានឹងត្រូវបាន 9 ឬ 10 ឬ 11 ឬ 12 ។

[A + B = 9]

6 + 3, 5 + 4, 4 + 5, 6 + 3

[A + B = 10]

6 + 4, 5 + 5, 4 + 6

[A + B = 11]

6 + 5, 5 + 6

[A + B = 12]

6 + 6

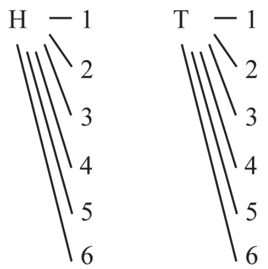
នោះសរុបគឺមាន 10 ករណី។

ដូចនេះP = 10/36 = 5/18

7) មានពីរករណីសម្រាប់ការតាងមុខខាង H (ខាងរូប) និង T (ខាងលេខ) នៃកាក់មួយ។

មានលទ្ធផល 6 ករណីដែលអាចកើតឡើងសម្រាប់ គ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់គឺមាន (1, 2, 3, 4, 5 និង 6) ។

(ក) សម្រាប់មុខខាងនីមួយៗនៃ H និង T កាក់មានលទ្ធផល 6 ដែលអាចកើតឡើងក្នុងការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ដូចនេះ ចំនួននៃលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងគឺ 2 x 6 = 12 ដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម៖



(ខ) ករណីដែលខាង H និងលេខ 6 ក្នុងពេលជាមួយគ្នានេះគឺមានតែ1ករណីគត់។ ដូចនេះ ប្រូបាប គឺ P = 1/12

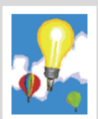
8) តាងមុខខាងទាំងពីរនៃកាក់មួយដោយ H (ខាងរូបភាព) និង T (ខាងលេខ) ។

(ក) មាន 8 ករណីដែលមានដូចជា HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH និង TTT។

(សូមមើលលំហាត់គំរូនៅទំព័រទី 144) ។

(ខ) ក្នុងចំណោម 8 ករណីខាងលើ ករណីដែលចេញ H ពីរដង និងT ម្តងគឺមាន 3 ករណីដូចខាងក្រោម៖

HHT, HTH និង THH ។ ដូចនេះប្រូបាប គឺ P = 3/8



ចំណេះដឹងបន្ថែម ការប្រើដ្យាក្រាមមែក (iii)

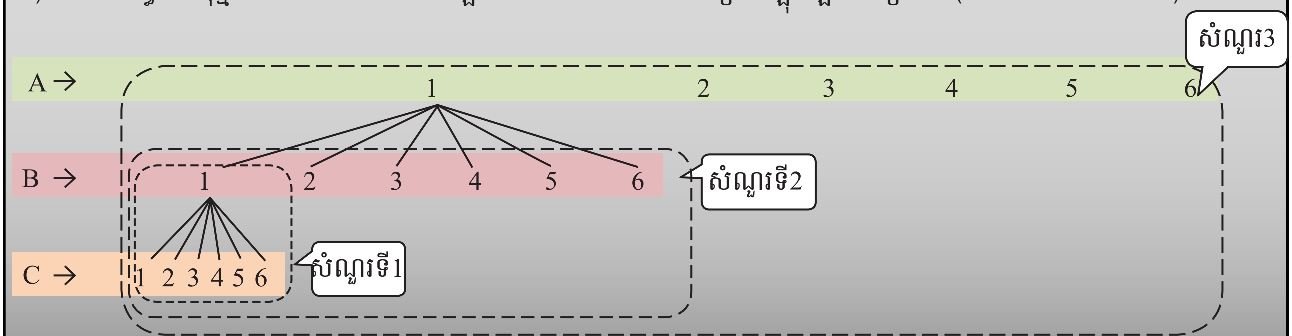
ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់គំរូទី 5 នៅទំព័រ 146 យើងត្រូវដឹងពីចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងនៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 3 គ្រាប់។ ដ្យាក្រាមមែកនឹងជួយយើងដើម្បីរកលទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើង។

នេះជាឧទាហរណ៍សម្រាប់ករណីដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ A និង B ចេញលេខ 1

1) តើមានលទ្ធផលប៉ុន្មានករណីដែលអាចកើតឡើងនៅពេលដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ A និង B ចេញលេខ 1? (6 ករណី)

2) តើមានលទ្ធផលប៉ុន្មានករណីដែលអាចកើតឡើងនៅពេលដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ A ចេញលេខ 1? (6 x 6=36 ករណី)

3) តើមានលទ្ធផលប៉ុន្មានករណីដែលអាចកើតឡើងនៅពេលដែលយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 3 គ្រាប់? (6 x 6 x 6=216ករណី)



ចំណេះដឹងបន្ថែម និង សកម្មភាព

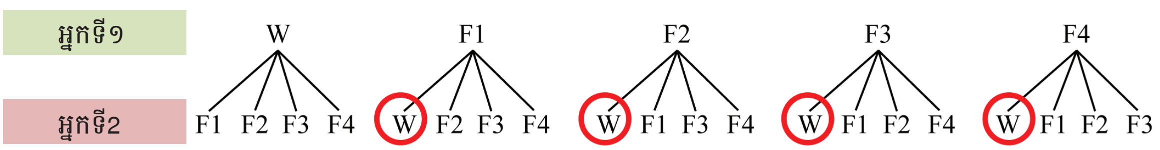
ប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ

លំហាត់គំរូទី 2 នៅទំព័រ 142 គឺជាឧទាហរណ៍នៃ " **ប្រូបាបចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ** " ។ យើងរៀនបន្ថែមទៀតអំពីប្រូបាបនេះដោយ គិតអំពីសំណួរដូចខាងក្រោម៖

[សំណួរ] មានឆ្នោត 5 សន្លឹកនៅក្នុងប្រអប់មួយ ដែលមានមួយសន្លឹកឈ្នះរង្វាន់។ ឥឡូវនេះមនុស្ស 2 នាក់ គឺអ្នក និងមិត្តភក្តិរបស់អ្នកចាប់យកសន្លឹកឆ្នោតមួយតែម្តងគត់ដោយមិនដាក់ទៅវិញ។
តើមួយណាដែលអ្នកគិតថានឹងមានលទ្ធភាពឈ្នះរង្វាន់ច្រើនជាងក្នុងចំណោមអ្នកទាំងពីរ? អ្នកចាប់លើកទីមួយ ឬអ្នកចាប់លើកទីពីរ?

(ក) មនុស្សទីមួយគឺមានលទ្ធភាពឈ្នះរង្វាន់ច្រើនជាង
(ខ) មនុស្សទីពីរគឺមានលទ្ធភាពឈ្នះរង្វាន់ច្រើនជាង
(គ) មានលទ្ធភាពឈ្នះរង្វាន់ស្មើគ្នាមិនទាក់ទងនឹងលំដាប់ទេ។

យើងគិតអំពីករណីទាំងនេះមួយៗដូចជា៖ [ក] មនុស្សទីមួយដែលអាចចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ [ខ] ជាមនុស្សទីមួយចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតចាញ់ហើយមនុស្សទីពីរអាចចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ។
[ក] ប្រូបាបដែលមនុស្សទីមួយអាចចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះគឺ 1/ 5 ។
[ខ] ប្រូបាបដែលមនុស្សទីមួយចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតចាញ់គឺ 4 /5
នៅក្នុងករណីនេះសន្លឹកឆ្នោតនៅសល់ 4។ ដូចនេះប្រូបាបដែលថាមនុស្សទីពីរចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះគឺ 1/ 4 ។ ដោយសារតែ 1/ 5 < 1/ 4 នោះមនុស្សទីពីរទំនងជាមានលទ្ធភាពឈ្នះរង្វាន់ច្រើនជាង។ តើនេះគឺជាការគិតត្រឹមត្រូវឬទេ?
ការពិភាក្សានេះគឺមិនត្រឹមត្រូវទេ ពីព្រោះយើងមិនបានគិតអំពីលក្ខខណ្ឌដែលថាមនុស្សទីមួយចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតចាញ់នោះផងទេ។
តាងសន្លឹកឆ្នោតទាំង 5 សន្លឹកដោយ W, F_1, F_2, F_3 និងF_4 ដែល W ជាសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ និង F_1ទៅF_4 ជាសន្លឹកឆ្នោតមិនឈ្នះ ។ ឥឡូវនេះប្រើដ្យាក្រាមមែកគិតអំពីករណីទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងដែលមនុស្ស 2 នាក់ចាប់សន្លឹកឆ្នោត។.



តាមដ្យាក្រាមមែកខាងលើយើងបានលទ្ធផលសរុប 5x4 = 20 ករណី ហើយមនុស្សទីពីរចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះមាន 4 ករណីដែលមានគូសរង្វង់។ ដូចនេះប្រូបាបដែលថាមនុស្សទីពីរចាប់បានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះគឺ 4 /20 = 1/ 5ពិតចំពោះគ្រប់ករណីដែលមិនគិតចំនួនលំដាប់នៃសន្លឹកឆ្នោត។
ដូចនេះក្នុងការចាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញ យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាលំដាប់នៃការចាប់មិនមែនជាបញ្ហាទេ។

ការអនុវត្តលើរបាប់

ការអនុវត្តលើរបាប់គ្រប់ ករណីទាំងអស់នេះគឺមានសារៈសំខាន់ណាស់ក្នុងការសិក្សាមិនត្រឹមតែធ្វើឱ្យមានមូលដ្ឋានគ្រឹះមួយសម្រាប់ការគណនាប្រូបាបប៉ុណ្ណោះទេ ប៉ុន្តែវាក៏អាចជួយពង្រឹងជំនាញនៃការគិតតាមបែបតក្ករបស់អ្នកសិក្សាផងដែរ។

(1) មានមនុស្សបួននាក់ A, B, C និង D បានធ្វើដំណើររួមគ្នាតាមរថយន្តមួយ ប៉ុន្តែមានតែ A និង B ទេដែលចេះបើករថយន្ត។ ប្រសិនបើ មនុស្សពីរនាក់រួមទាំងអ្នកបើកផងអង្គុយកៅអីផ្នែកខាងមុខ និង មនុស្សពីរនាក់ផ្សេងទៀតត្រូវអង្គុយកៅអីខាងក្រោយនៃរថយន្ត។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលពួកគេអាចអង្គុយនៅក្នុងរថយន្តនោះ?

(2) គេមានឃ្លី 12 សម្រាប់ចែកឱ្យមនុស្សបីនាក់ A, B និង C ដែលត្រូវចែកតាមលំដាប់ $A < B < C$ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចចែកឃ្លីឱ្យអ្នកទាំងបី?

(3) មានសន្លឹកប័ណ្ណចំនួន 10 សន្លឹកដែលចុះលេខពីលេខ 1 ដល់លេខ 10 ។ នៅពេលដែលយើងចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណ 2 សន្លឹកដោយចៃដន្យ រកចំនួនករណីដែលផលបូកលេខនៅលើសន្លឹកប័ណ្ណទាំងពីរជាចំនួនសេស។

****

ចម្លើយ

(1) ក្នុងចំណោមមនុស្ស 4 នាក់ មានតែ A និង B ប៉ុណ្ណោះដែលអាចបើកបរបាន។ នៅពេលដែល A ត្រូវបើករថយន្ត បីនាក់ B, Cនិង D អង្គុយនៅលើកៅអីដែលមានលេខ 1 ឬ 2 ឬ 3 ដូចនៅក្នុងរូបនេះ។

របៀបនៃការរៀបចំមនុស្ស 3 នាក់អង្គុយនៅលើកៅអី 1-2-3 នេះគឺ៖

BCD , BDC , CBD , CDB , DBC និង DCB (6 របៀប) ។

ដូចគ្នាដែរនៅពេលដែល B ត្រូវបើករថយន្តគឺ 6 របៀប។

ដូចនេះយើងបាន $6 \times 2 = 12$

អ្នកបើក

A	1
2	3

ចម្លើយ៖ 12 របៀប

(2) ពេលដែល A ទទួលឃ្លី 1។ ចំនួនឃ្លីដែលនៅសល់គឺ 11 ហើយដោយ $A < B < C$ នោះ B និង C នឹងអាចទទួលបានឃ្លី៖ 5 និង 6; 4 និង 7; 3 និង 8; 2 និង 9 (4 របៀប)

ពេលដែល A ទទួលឃ្លី 2។ ចំនួនឃ្លីដែលនៅសល់គឺ 10 នោះ B និង C នឹងអាចទទួលបានឃ្លី៖ 4 និង 6; 3 និង7 ។ (2 របៀប)

ពេលដែល A ទទួលឃ្លី 3 ។ ចំនួនឃ្លីដែលនៅសល់គឺ 9 នោះ B និង C នឹងអាចទទួលបានឃ្លី៖ 4 និង 5 (1 របៀប) ។

ដូចនេះ មាន $4 + 2 + 1 = 7$ របៀបដើម្បីចែកឃ្លី។ ចម្លើយ៖ 7 របៀប

(3) បើសិន ជាមួយក្នុងចំណោមពីរលេខ គឺជាលេខគូនោះមួយទៀតជាលេខសេសបន្ទាប់មកផលបូកនៃលេខទាំងពីរនេះគឺជាលេខសេស។ ក្នុងចំណោមលេខ ពី 1 ដល់ 10 គឺមានលេខសេស 5 លេខ។ ដូចនេះលេខគូនិមួយៗនៃ 5 របៀបលេខសេសគឺ $2 \times 5 \times 5 = 50$ របៀប។

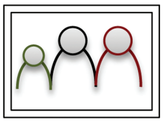
ចម្លើយ៖ 50 របៀប

ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀតលើប្រូបាប

ក្រៅពីគ្រាប់ឡុកឡាក់ និងកាត់ មានប្រភេទជាច្រើននៃលំហាត់ប្រូបាប។ ចូរព្យាយាមដោះស្រាយលំហាត់ដូចខាងក្រោមនេះ ៖

(1) មានសន្លឹកប័ណ្ណចំនួន 10 សន្លឹកដែលចុះលេខពីលេខ 1 ដល់លេខ 10 ។ នៅពេលដែលយើងចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណ 2 សន្លឹកដោយចៃដន្យ រកប្រូបាបដែលផលបូកលេខនៅលើសន្លឹកប័ណ្ណទាំងពីរជាចំនួនសេស។

(2) បីនាក់ឪពុក ម្តាយ និង កូនប្រុសរបស់ពួកគេឈរជាបន្ទាត់ដើម្បីថតរូប។



(ក) តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលពួកគេអាចឈរជាបន្ទាត់ ?

(ខ) តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលកូនប្រុស និងឪពុកឈរជិតគ្នា ?

(គ) រកប្រូបាបដែលកូនប្រុស និងឪពុកឈរជិតគ្នា ។

(3) ក្មេងបីនាក់ A, B និង C លេងល្បែងប៉ាវដែលមាន ញញួរ ក្រដាស និងកន្ត្រៃ ។

(ក) តើមានលទ្ធផលប៉ុន្មានករណីដែលអាចកើតឡើង ?

(ខ) រកប្រូបាបដែលមានតែ A ឈ្នះ។

(គ) រកប្រូបាបដែលអ្នកទាំងបីស្មើគ្នា។

****

ចម្លើយ

(1) ចំនួនរបៀបដែលចាប់យកសន្លឹកប័ណ្ណ 2 សន្លឹកចេញពីសន្លឹកប័ណ្ណទាំង 10 គឺ 10 x 9 = 90។

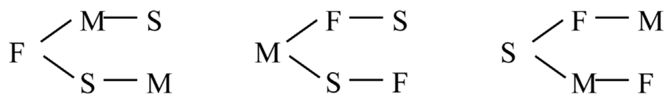
(ប្រើដ្យាក្រាមមែកដើម្បីរកវា) ចំនួនករណីដែលផលបូកលេខនៃសន្លឹកប័ណ្ណទាំងពីរជាលេខសេសគឺ សេស គឺ 5 x 5 x 2 = 50

ដូចដែលបានធ្វើនៅក្នុងទំព័រមុន។ ដូចនេះ ប្រូបាបគឺ $\frac{50}{90} = \frac{5}{9}$។ ចម្លើយ៖ $\frac{5}{9}$

(2) តាង F, M និង S ជាឪពុក ម្តាយ និងកូនប្រុសរៀងគ្នា។

(ក) របៀបនៃការរៀបចំមនុស្ស 3 នាក់ជាបន្ទាត់មាន 6 របៀបដូចខាងក្រោម៖

ចម្លើយ៖ 6 របៀប



(ខ) ក្នុងចំណោម 6 របៀបខាងលើដើម្បីឱ្យឪពុក និង កូនប្រុសឈរជិតគ្នាគឺ៖

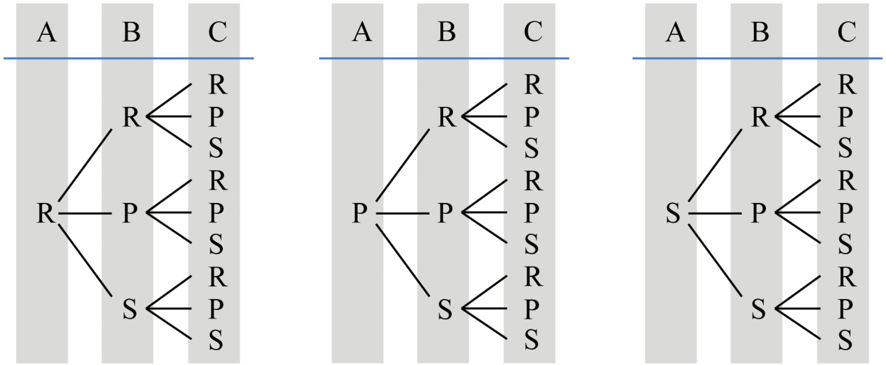
F - S- M; M - F- S; M- S- F និង S - F- M (មានបួនរបៀប) ចម្លើយ៖ 4 របៀប

(គ) តាម (ក) និង (ខ) ខាងលើយើងបានប្រូបាប គឺ 4 /6 = 2/ 3 ។ ចម្លើយ៖ 2/3

(3) តាង R, P និង S ដោយ ញញួរ ក្រដាស និង កន្ត្រៃរៀងគ្នា។

(ក) ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងដ្យាក្រាមមែកខាងក្រោមនៅពេលដែល A ចេញ R នោះ B មានជម្រើស 3 គឺ R ឬ P ឬ S។ ចំពោះជម្រើសនីមួយៗនៃជម្រើសទាំង 3 របស់ B ធ្វើឲ្យ C ក៏មាន 3 ជម្រើសដែរគឺ R ឬ P ឬ S ដូចនេះក្នុងករណីដែល A ចេញ R មាន 3 x 3 = 9 ករណី។ តែដោយ A ក៏មាន 3 ជម្រើសដែរ។ដូចនេះ ចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតមានទាំងអស់គឺ 3 x 3 x 3 = 27ករណី

ចម្លើយ៖ 27 ករណី



(ខ) ករណីមានតែ A ឈ្នះគឺ៖ RSS, PRR និង SPP ។ ដូចនេះមាន 3 ករណី។ ប្រូបាបមានតែ A ឈ្នះគឺ៖ 3/27 = 1/9 ។

ចម្លើយ៖ 1/9

(គ) ករណីដែលលទ្ធផលស្មើគ្នាគឺ៖ RRR, RPS, RSP, PRS, PPP, PSR, SRP, SPR និងSSS។ ដូចនេះមាន 9 ករណី។ ប្រូបាបដែលលទ្ធផលស្មើគ្នាគឺ៖ 9/27 = 1/3 ។

ចម្លើយ៖ 1/3

សំណួរខ្លីសម្រាប់ប្រូបាប (1 ម៉ោង 100 ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្ដល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. គេមានសន្លឹកប័ណ្ណ 3 សន្លឹក ដែលមានចុះលេខពីលេខ 0 ទៅលេខ 2។ គេបង្កើតចំនួនដែលមានលេខ 3 ខ្ទង់ដោយប្រើ សន្លឹកប័ណ្ណទាំង 3 នេះ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចបង្កើតចំនួននេះ?

0	1	2

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 8 របៀប (ខ) 6 របៀប (គ) 4 របៀប (ឃ) 2 របៀប

2. គេបោះកាក់ចំនួន 3 ព្រមគ្នា។ តើមានប៉ុន្មានករណីដែលចេញខាងរូបច្រើនជាង ឬស្មើ 2 ?

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 1 ករណី (ខ) 2 ករណី (គ) 4 ករណី (ឃ) 8 ករណី

3. គេចាប់យកគ្រាប់បាល់មួយពីក្នុងថង់មួយដែលមានបាល់ពណ៌ក្រហម 3 ពណ៌ខៀវ 2 និង ពណ៌លឿង 1។ រកប្រូបាបចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហម។

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 3 (ខ) $\frac{1}{2}$ (គ) $\frac{1}{3}$ (ឃ) $\frac{1}{6}$

4. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង។ រកប្រូបាបដែលគេបោះបានលេខ 6 ពីរដង។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) $\frac{1}{6}$ (ខ) $\frac{1}{12}$ (គ) $\frac{1}{18}$ (ឃ) $\frac{1}{36}$

5. គេបោះកាក់មួយចំនួន 3 ដង។ រកប្រូបាបដែលគេបោះបានខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដង។

(20 ពិន្ទុ)

6. ឪពុក ម្ដាយ និងកូនស្រី របស់ពួកគេឈរជាបន្ទាត់ដើម្បីថតរូប។ រកប្រូបាបដែល ឪពុក និងម្ដាយ ឈរជិតគ្នា។

(20 ពិន្ទុ)

7. ក្នុងថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 2 និងពណ៌ខៀវ 2។ គេចាប់យកបាល់ 2 ព្រមគ្នាពីក្នុងថង់។ រកប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមទាំង 2 ។ (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ

1. គេមានសន្លឹកប័ណ្ណ 3 សន្លឹក ដែលមានចុះលេខពីលេខ 0 ទៅលេខ 2។ គេបង្កើតចំនួនដែលមានលេខ 3 ខ្ទង់ដោយប្រើ សន្លឹកប័ណ្ណទាំង 3 នេះ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចបង្កើតចំនួននេះ?

0	1	2

(10 ពិន្ទុ)

(ក) 8 របៀប (ខ) 6 របៀប (គ) 4 របៀប (ឃ) 2 របៀប

ចម្លើយ

ចំនួនមានលេខ បី ខ្ទង់ដែលគេអាចបង្កើតបានពីសន្លឹកប័ណ្ណទាំង 3 នេះមានដូចខាងក្រោម៖

120, 102, 210, 201

ដូចនេះ មាន 4 របៀបដែលយើងអាចបង្កើតចំនួននេះ ។ (* ចំណាំថា 012 និង 021 គឺមិនមែនជាចំនួនលេខ 3 ខ្ទង់ នោះទេគឺជាចំនួនលេខ 2 ខ្ទង់ ។)

ចម្លើយ៖ (គ)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

2. គេបោះកាក់ចំនួន 3 ព្រមគ្នា។ តើមានប៉ុន្មានករណីដែលចេញខាងរូបច្រើនជាង ឬស្មើ 2 ? (10 ពិន្ទុ)

(ក) 1 ករណី (ខ) 2 ករណី (គ) 4 ករណី (ឃ) 8 ករណី

ចម្លើយ

តាង H និង T ជាខាងរូប និងខាងលេខនៃកាក់រៀងគ្នា។ នៅពេលដែលគេបោះកាក់ 3 ព្រមគ្នាលទ្ធផលដែលអាចចេញមាន 8 ករណីដូចខាងក្រោម៖

HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT

ក្នុងចំណោមករណីខាងលើនេះ ករណីដែលចេញខាងរូបច្រើនជាង ឬស្មើ 2 គឺ

HHH, HHT, HTH, THH,

ដូចនេះមាន 4ករណី។

ចម្លើយ៖ (គ)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

3. គេចាប់យកគ្រាប់បាល់មួយពីក្នុងថង់មួយដែលមានបាល់ពណ៌ក្រហម 3 ពណ៌ខៀវ 2 និង ពណ៌លឿង 1។ រកប្រូបាបចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហម។

(ក) 3 (ខ) $\frac{1}{2}$ (គ) $\frac{1}{3}$ (ឃ) $\frac{1}{6}$ (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

មានបាល់សរុប 3 + 2 + 1 = 6 ដែលមានបាល់ពណ៌ក្រហម 3

ដូចនេះ នៅពេលដែលយើងចាប់យកបាល់ 1 ពីក្នុងថង់នោះប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមគឺ 3 /6 = 1/ 2 ។

ចម្លើយ៖ (ខ)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

4. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដង។ រកប្រូបាបដែលគេបោះបានលេខ 6 ពីរដង។ (10 ពិន្ទុ)

(ក) $\frac{1}{6}$ (ខ) $\frac{1}{12}$ (គ) $\frac{1}{18}$ (ឃ) $\frac{1}{36}$

ចម្លើយ

នៅក្នុងវិញ្ញាសាទីមួយមានលទ្ធផល 6 ករណីដែលអាចកើតឡើងគឺពីលេខ 1 ដល់លេខ 6។ ហើយករណីនីមួយៗនៃលទ្ធផល វិញ្ញាសាទីមួយ នឹងមានលទ្ធផល 6 ករណីទៀតដែលអាចកើតឡើងផងដែរ។ ដូចនេះ ករណីសរុបដែលអាចកើតឡើងគឺ 6 x 6 = 36។ ហើយក្នុងចំណោមករណីទាំង 36 មានតែករណី មួយគត់ដែលចេញលេខ 6 ពីរដង។ ដូចនេះ ប្រូបាបគឺ $\frac{1}{36}$។

ចម្លើយ៖ (ឃ)

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

5. គេបោះកាក់មួយចំនួន 3 ដង។ រកប្រូបាបដែលគេបោះបានខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដង។ (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង H និង T ជាខាងរូបនិងខាងលេខនៃកាក់។ នៅពេលដែលយើងបោះកាក់មួយ 3 ដង លទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងមាន 8 ករណីដូចខាងក្រោម៖

HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT

ក្នុងចំណោមករណីខាងលើនេះករណីដែលចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដងគឺ៖

HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH

មាន 7 ករណី

ដូចនេះប្រូបាបដែលចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដងគឺ $\frac{7}{8}$។

ចម្លើយ៖ $\frac{7}{8}$

ដំណោះស្រាយផ្សេងទៀត

នៅក្នុងសំណួរដែលសួរថា "យ៉ាងហោចណាស់ម្ដង" មានន័យថា "មិន សូន្យ"។ ក្នុងចំណោម 8 ករណី ខាងលើករណីដែលមិនចេញខាងរូបសោះគឺមានតែមួយគត់គឺ TTT។ ដូចនេះករណីដែលចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដងគឺ $8-1=7$ ករណី ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចេញខាងរូបយ៉ាងហោចណាស់ម្ដងគឺ $\frac{7}{8}$។

ចម្លើយ៖ $\frac{7}{8}$

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយបានត្រឹមត្រូវ។

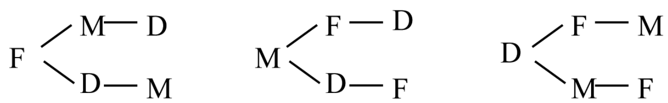
10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

6. ឪពុក ម្ដាយ និង កូនស្រី របស់ពួកគេឈរជាបន្ទាត់ដើម្បីថតរូប។ រកប្រូបាបដែល ឪពុក និងម្ដាយ ឈរជិតគ្នា។ (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង F, M, និង D ជាឪពុក ម្ដាយ និងកូនស្រីរៀងគ្នា។ របៀនៃការរៀបចំមនុស្ស 3 នាក់ជាបន្ទាត់មាន 6 របៀបដូចខាងក្រោម៖



ក្នុងចំណោម 6 របៀបខាងលើ របៀបដែល ឪពុក និងម្ដាយឈរជិតគ្នាគឺ៖

F-M-D, M-F-D, D-F-M, D-M-F (មាន 4 របៀប)

ដូចនេះប្រូបាបដែល ឪពុក និង ម្ដាយ ឈរ ជិតគ្នាគឺ $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

ចម្លើយ៖ $\frac{2}{3}$

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយបានត្រឹមត្រូវ។

10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

7. ក្នុងថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 2 និងពណ៌ខៀវ 2។ គេចាប់យកបាល់ 2 ព្រមគ្នាពីក្នុងថង់។ រកប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមទាំង 2 ។ (20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

តាង B_1 និង B_2 ជាបាល់ខៀវទី 1 និង ខៀវទី 2 ហើយ R_1 និង R_2 បាល់ក្រហមទី 1 និង ក្រហមទី 2។ ចំនួនករណីដែលគេចាប់យកបាល់ 2 ព្រមគ្នាពីក្នុងថង់ មាន 12ករណីដូចខាងក្រោម៖

$$B_1 \begin{cases} B_2 \\ R_1 \\ R_2 \end{cases} \quad B_2 \begin{cases} B_1 \\ R_1 \\ R_2 \end{cases} \quad R_1 \begin{cases} B_1 \\ B_2 \\ R_2 \checkmark \end{cases} \quad R_2 \begin{cases} B_1 \\ B_2 \\ R_1 \checkmark \end{cases}$$

ក្នុងចំណោមករណីខាងលើ មាន 2 ករណី (√) ដែលចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមទាំង 2

ដូចនេះប្រូបាបគឺ $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ។

ចម្លើយ៖ $\frac{1}{6}$

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយបានត្រឹមត្រូវ។

10 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ តែពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ពណ៌នាដំណើរការដោះស្រាយមិនបានត្រឹមត្រូវ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះត្រូវតែរំលឹកឡើងវិញនូវមេរៀនប្រូបាបថ្នាក់ទី 7 ដូចជាអត្ថន័យនៃពាក្យបច្ចេកទេសនៅក្នុងប្រូបាប និងវិធីគណនាប្រូបាបនៃវិញ្ញាសាទោល។ ការប្រើប្រាស់វត្ថុមួយចំនួននឹងជួយសិស្សទាំងនេះឱ្យបានយល់ពីលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់ ហើយថែមទាំងជួយសិស្សទាំងនេះបានយល់ពីវិធីនៃការគិតនៅក្នុងប្រូបាបផងដែរ។
30 – 60	សិស្សទាំងនេះមានមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃមេរៀន និងមានជំនាញមូលដ្ឋានគ្រឹះនៅលើប្រូបាប។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយក៏ពួកគេទំនងជាមានបញ្ហាក្នុងការរាប់ករណីដែលកើតឡើងទាំងអស់។ ពួកគេត្រូវការសំានឹងការប្រើដ្យាក្រាមមែកដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាជាមូលដ្ឋាន ដូចមាននៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ។
70 – 90	សិស្សទាំងនេះអាចមានចំណេះដឹង និងជំនាញនៃប្រូបាបនៅកម្រិតថ្នាក់ទី ៨។ តែពួកគេត្រូវការការអនុវត្តបន្ថែមទៀតនៅលើប្រូបាបដែលមានកម្រិតដូចគ្នានេះជាច្រើនទៀតដូចមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះរហូតដល់ពួកគេអាចដោះស្រាយលំហាត់ដោយគ្មានច្រឡំ និងកំហុស ។
100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិតចំណេះដឹង និងជំនាញដោះស្រាយលំហាត់អំពីប្រូបាបគ្រប់គ្រាន់។ ដូចនេះគ្រូគួរតែរៀបចំ និងផ្តល់ឱ្យនូវ លំហាត់ដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាងនេះមួយចំនួនបន្ថែមទៀតដើម្បីឱ្យការគិតរបស់ពួកគេកាន់តែស៊ីជម្រៅថែមទៀត។

មេរៀនទី 12 ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

វត្ថុបំណង

មេរៀនទី 12 "ការប្រៀបធៀប ត្រីកោណនេះ " មានវត្ថុបំណង 5 ដូចខាងក្រោម៖

- បង្ហាញត្រីកោណប៉ុនគ្នា និងធាតុត្រូវគ្នានៃត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ
- ប្រើលក្ខណៈនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់បានត្រឹមត្រូវ
- កំណត់ទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុង និងមុំនៃត្រីកោណបានត្រឹមត្រូវ
- អនុវត្តវិសមភាពត្រីកោណបានត្រឹមត្រូវ
- ប្រើទ្រឹស្តីនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នាដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់បានត្រឹមត្រូវ។

វត្ថុបំណងនៃមេរៀននេះគឺប្រាកដជាមានភាពខុសគ្នាពីមេរៀនផ្សេងទៀតដែលតម្រូវឱ្យសិស្សរកតែតម្លៃជាលេខនៃប្រភេទរូបគណិតវិទ្យាមួយចំនួនដោយប្រើរូបមន្តតែប៉ុណ្ណោះ។ ផ្ទុយទៅវិញគោលដៅនៃលំហាត់នៅក្នុងមេរៀននេះគឺសម្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យាដោយប្រើហេតុផលតក្ក ។

វាជាការសំខាន់ខ្លាំងណាស់ក្នុងការស្វែងរកការពិតតាមរយៈការប្រើវិចារណញ្ញាណសង្កេតមើលរូបគណិតវិទ្យា ប៉ុន្តែរឿងកាន់តែសំខាន់ជាងនេះទៅទៀតគឺសម្រាយបញ្ជាក់ថាអ្វីដែលអ្នកបានរកឃើញគឺពិតដោយប្រើការគិតតាមបែបតក្ក។

ការយល់ដឹងទូលំទូលាយ និងមានហេតុផលតក្កជាសមត្ថភាពដ៏សំខាន់ពីរដែលអ្នកសិក្សាទាំងឡាយគួរតែរៀនគណិតវិទ្យាបន្ត។ រូបធរណីមាត្រ ប្លង់ គឺជាផ្នែកមួយចាំបាច់បំផុតដើម្បីរៀនអំពីរបៀបដែលយើងអាចប្រើហេតុផលតក្កក្នុងការរក្សាសំណើគណិតវិទ្យាមួយថាជាការពិត។ ចាប់តាំងពីពេលតក្កមិនត្រូវបានបញ្ជាក់ជាបរិមាណលេខគ្រូបង្រៀនត្រូវតែត្រូវរៀបចំឱ្យសិស្សសង្កេតមើលបានគ្រប់គ្រាន់ផងដែរ ដើម្បីពិនិត្យមើលថាតើ ពួកគេពិតជាយល់ពីរបៀបស្រាយ និងមូលហេតុអ្វីបានជាពួកគេប្រើសំណើ និងទ្រឹស្តីបទដោយមិនមានចន្លោះប្រហោង ឬផ្ទុយពីហេតុផលរបស់ពួកគេ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀន12 " ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ" នេះត្រូវបានកំណត់ឱ្យបង្រៀនរយៈពេល 20 ម៉ោងដែលមាន 16ម៉ោងគឺសម្រាប់ការបង្រៀន និង 4 ម៉ោងសម្រាប់ការធ្វើលំហាត់។ បំណែងចែកម៉ោងមេរៀននេះដែលត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងតារាងទី 1 ខាងក្រោមប៉ុន្តែគ្រូអាចផ្លាស់ប្តូរ ឬបត់បែនដោយបន្ថែមសកម្មភាព និងការធ្វើលំហាត់បាន។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀនមេរៀនការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនការប្រៀបធៀបត្រីកោណ	ទំព័រ
10	1. ត្រីកោណប៉ុនគ្នា	147-156
(1)	1.1. និយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា	147-148
(6)	1.2. លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា	148-153
(3)	1.3. ត្រីកោណកែងប៉ុនគ្នា	153-156
2	2. មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ និងត្រីកោណសមបាត	156-158
(1)	2.1. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់	156

(1)	2.2. លក្ខណៈត្រីកោណសមបាត	157-158
2	3. វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ	158-161
(1)	3.1. វិសមភាពចំពោះជ្រុង និងមុំនៃត្រីកោណមួយ	158-159
(1)	3.2. វិសមភាពត្រីកោណ	159-161
2	4. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់កែង អង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់ទ្រេត	161-163
(1)	4.1. អង្កត់កែង និងអង្កត់ទ្រេត	161
	4.2. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់កែង	161
(1)	4.3. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេត និងអង្កត់ទ្រេត	162-163
4	លំហាត់	164-168

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

តារាងទី 2 ខាងក្រោមបានបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបង្រៀន និងវាយតម្លៃសិស្ស ដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្ដល់ឱ្យក្នុងតារាងនេះ។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងវាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1	កំណត់និយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា	● គូរត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នានៅលើក្រដាស ● ប្រៀបធៀបជ្រុង និងមុំនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។	● សិស្សពន្យល់ពីនិយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវសិស្ស ● រកឃើញពីជ្រុងត្រូវគ្នា និងមុំរវាងត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។
2-3	កំណត់ និងប្រើលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) នៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា	● គូរត្រីកោណមួយដែលមានជ្រុងមួយជាប់ដោយមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នាពីត្រីកោណមួយទៀត ● ពិនិត្យមើលពីលក្ខខណ្ឌ(ម.ជ.ម) នៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។	● សិស្សពន្យល់ពីលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) នៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សបញ្ជាក់ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាដោយផ្អែកលើលក្ខខណ្ឌ(ម.ជ.ម) បានត្រឹមត្រូវ។
4-5	កំណត់ និងប្រើលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) នៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា	● គូរត្រីកោណមួយដែលមានមុំមួយអមដោយជ្រុងពីរ ប៉ុនរៀងគ្នាពីត្រីកោណមួយទៀត ● ពិនិត្យមើលពីលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) នៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។	● សិស្សពន្យល់ពីលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) នៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សបញ្ជាក់ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាដោយផ្អែកលើលក្ខខណ្ឌ(ជ ម ជ) បានត្រឹមត្រូវ។
6-7	កំណត់ និងប្រើលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ) នៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា	● គូរត្រីកោណមួយដែលមានជ្រុងបីប៉ុនរៀងគ្នាពីត្រីកោណមួយទៀត ● ពិនិត្យមើលពីលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ) នៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។	● សិស្សពន្យល់ពីលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ) នៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សបញ្ជាក់ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាដោយផ្អែកលើលក្ខខណ្ឌ(ជ.ជ.ជ) បានត្រឹមត្រូវ។

8-10	កំណត់ និងប្រើប្រាស់លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា	● គូរត្រីកោណកែងមួយដោយប្រើប្រាស់អ៊ីប៉ូតេនុស និងមុំ ប៉ុនរៀងគ្នាពីត្រីកោណមួយទៀត ● គូរត្រីកោណកែងមួយដោយប្រើប្រាស់អ៊ីប៉ូតេនុស និងជ្រុងប៉ុនរៀងគ្នាពីត្រីកោណមួយទៀត ● ពិនិត្យមើលពីលក្ខខណ្ឌ នៃត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា។	● សិស្សពន្យល់ពីលក្ខខណ្ឌ(អ ម) នៃត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សពន្យល់ពីលក្ខខណ្ឌ(អ ជ) នៃត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ។
11	កំណត់លក្ខណៈនៃមេដ្យាទ័រ។	● សង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ និងរកត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា ។	● សិស្សពន្យល់មេដ្យាទ័រ និងចម្ងាយស្មើពីចំណុចចុងសងខាងបានត្រឹមត្រូវ។
12	កំណត់លក្ខណៈនៃត្រីកោណសមបាត	● សង់ត្រីកោណសមបាត និងមេដ្យានរបស់វានិងពិនិត្យប្រវែង និងមុំ។	● សិស្សពន្យល់ និងប្រើលក្ខណៈនៃត្រីកោណសមបាត និងមេដ្យានរបស់វាបានត្រឹមត្រូវ។
13-14	កំណត់ និងប្រើវិសមភាពត្រីកោណ	● សង់ត្រីកោណ និងការបង្ហាញពីវិសមភាពត្រីកោណដោយផ្អែកលើលក្ខណៈនៃត្រីកោណសមបាត	● សិស្សពន្យល់ និងប្រើប្រាស់វិសមភាពត្រីកោណបានត្រឹមត្រូវ។
15-16	ប្រៀបធៀបប្រវែងនៃអង្កត់កាត់ចំណុចមួយនិងបន្ទាត់មួយ	● សង់ចំណុចមួយ បន្ទាត់មួយ និងបន្ទាត់ជាច្រើនកាត់ចំណុចនេះទៅបន្ទាត់ និងប្រៀបធៀបប្រវែងរបស់អង្កត់នោះ។	● សិស្សពន្យល់ និងប្រើទំនាក់ទំនងរវាងប្រវែង និងចម្ងាយ ដែលកាត់អង្កត់នោះបានត្រឹមត្រូវ។
17-20	លំហាត់	● ដោះស្រាយលំហាត់នៅលើទំព័រ 164-168 ។	● សិស្សដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

មេរៀននេះមានសារៈសំខាន់ខ្លាំងណាស់ប៉ុន្តែសិស្សមួយចំនួនមានអារម្មណ៍ថាវាលំបាកក្នុងការស្វែងរកវិធីស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីដោយសារពួកគេមានបទពិសោធន៍តិចតួចក្នុងការស្រាយបញ្ជាក់មុនពេលរៀនមេរៀននេះ។ បទពិសោធន៍នៃការស្រាយបញ្ជាក់សំណើគណិតវិទ្យាថ្មីៗបំផុតដល់សិស្សមួយចំនួនដែលគ្រូបង្រៀនគួរតែស្រាយបញ្ជាក់ដោយសម្មតិកម្មច្បាស់លាស់ និងការសន្និដ្ឋានដូចដែលត្រូវបានពន្យល់នៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូបង្រៀននេះ។ពេលខ្លះសំណើទំនងជាច្បាស់ហើយ និងមិនត្រូវការសម្រាយបញ្ជាក់នោះទេ ជាពិសេសនៅក្នុងផ្នែកដំបូងនៃមេរៀននេះ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែយកពេលវេលាគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីពន្យល់ពីមូលហេតុដែលសិស្សត្រូវតែបង្ហាញសំណើនេះ និងឱ្យសិស្សមានបញ្ញត្តិមូលដ្ឋាននៃការបញ្ជាក់ជារៀងរាល់ពេលថាវាពិតដោយប្រើហេតុផលតាមបែបតក្ក។

ខ្លឹមសារនៃមេរៀននេះមិនបានបញ្ជាក់តម្លៃជាលេខទេ ដូច្នេះជាទូទៅវាមានការលំបាកក្នុងការកំណត់តម្លៃប្រសិនបើសិស្សយល់ពេញលេញ ឬមិនបានយល់ពេញលេញ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែពិនិត្យមើលសម្រាយបញ្ជាក់របស់សិស្សមួយបន្ទាត់ម្តង ជារៀងរាល់ពេល ក្រែងពួកគេមានកំហុសណាមួយ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះមិនតម្រូវឱ្យសិស្សមានចំណេះដឹងខ្ពស់ផ្សេងទៀតទេ គឺគ្រាន់តែស្គាល់សញ្ញាណជាមូលដ្ឋាននៃបន្ទាត់ និងត្រីកោណ ដូចជាបន្ទាត់កែង កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ និងមេដ្យាននៃត្រីកោណ។ ទោះយ៉ាងណាក៏ដោយក៏សិស្សនឹងបានល្អប្រសើរជាងមុនក្នុងការរៀបចំសម្រាប់ការគិតតាមបែបតក្ក ដោយសារវត្ថុបំណង នៃមេរៀននេះមិនមានការគណនាចំនួន ប៉ុន្តែជាការបង្ហាញការពិតគណិតវិទ្យាមួយចំនួនដោយហេតុផលតាមបែបតក្ក។

ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

1st Period

មេរៀនទី

12 ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ

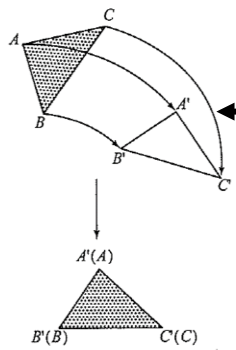
វត្ថុបំណង

- ចង្អុលបង្ហាញត្រីកោណប៉ុនគ្នានិងធាតុត្រូវគ្នានៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា
- ប្រើលក្ខណៈករណីប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ
- ចង្អុលបង្ហាញទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុងនិងមុំក្នុងត្រីកោណ
- អនុវត្តទ្រឹស្តីវិសមភាពត្រីកោណ
- ប្រើវិសមភាពដែលទាក់ទងនឹងត្រីកោណពីរ ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ ។

1. ត្រីកោណប៉ុនគ្នា

1.1. និយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

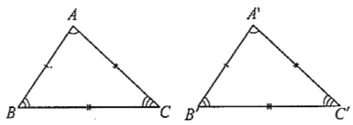
ឧទាហរណ៍ : គូសត្រីកោណ ABC មួយនៅលើក្រដាសកាតុង ហើយកាត់វាចេញ ។ ប្រើវាជាគំរូដើម្បីគូសត្រីកោណ $A'B'C'$ ហើយកាត់វាចេញ ។ បើគេយកត្រីកោណ ABC ដាក់ឱ្យត្រួតពីលើត្រីកោណ $A'B'C'$ យើងសង្កេតឃើញថាត្រីកោណទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នា មានន័យថាធាតុនីមួយៗនៃត្រីកោណ ABC ត្រួតស៊ីគ្នាធាតុត្រូវគ្នានៃត្រីកោណ $A'B'C'$ ។ គេថាត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា ។



គេកំណត់សរសេរ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ។

ដោយត្រីកោណពីរនេះត្រួតស៊ីគ្នានោះគេបានធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នាដូចខាងក្រោម ។

មុំត្រូវគ្នា	ជ្រុងត្រូវគ្នា
$\angle A = \angle A'$	$AB = A'B'$
$\angle B = \angle B'$	$AC = A'C'$
$\angle C = \angle C'$	$BC = B'C'$



147

ត្រីកោណប៉ុនគ្នា

មានលក្ខខណ្ឌ 5 ចំណុចនៃប្រភេទត្រីកោណប៉ុនគ្នា។
បីចំណុចដំបូង គឺសម្រាប់ត្រីកោណទាំងអស់ និងពីរចំណុចទៀតគឺសម្រាប់ត្រីកោណកែង។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

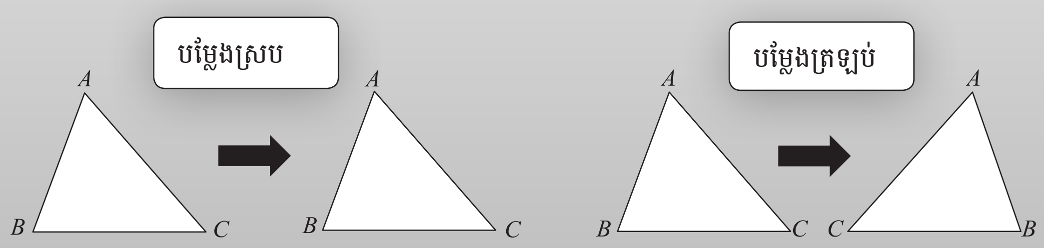
- ពិនិត្យមើលលក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា
- ប្រើត្រីកោណប៉ុនគ្នាដើម្បីស្រាយបញ្ជាក់សំណើស្ដីពីរូបប្លង់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

និយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នានៅក្នុងសៀវភៅមិនទាន់ពេញលេញ គ្រូត្រូវតែបន្ថែមការពន្យល់បន្ថែមទៀតសម្រាប់សិស្សដើម្បីឱ្យទទួលបាននិយមន័យច្បាស់លាស់។ (សូមមើលខាងក្រោម)

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់ការបង្រៀននិយមន័យនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

បញ្ញត្តិជាមូលដ្ឋាននៃត្រីកោណប៉ុនគ្នាគឺ "បង្កើតត្រីកោណមួយដែលត្រួតស៊ីគ្នាទាំងស្រុងជាមួយនឹងត្រីកោណមួយផ្សេងទៀត" ។ នៅផ្នែកខាងឆ្វេងនៃរូបភាពខាងក្រោមនេះបានបង្ហាញពីវិធីនៃការផ្លាស់ប្តូរត្រីកោណមួយដោយផ្ទាល់ទៅជាត្រីកោណមួយផ្សេងទៀត ខណៈពេលដែលរូបខាងស្តាំបង្ហាញវិធីនៃការផ្លាស់ប្តូរត្រីកោណមួយដោយត្រឡប់ទៅត្រីកោណផ្សេងទៀត ហើយត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាផងដែរ។
ចំណាំថានៅក្នុងករណីទាំងពីរនេះភាពត្រូវគ្នាបានបញ្ជាក់ពីភាពស្មើគ្នាដោយគ្រាន់តែផ្លាស់ប្តូរទីតាំង B និង C ក្នុងករណីរូបខាងស្តាំ។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

រូបនៅក្នុងលំហាត់នេះគឺមិនត្រឹមត្រូវទេ។ មុំ ∠S និង ∠Dត្រូវតែប៉ុនគ្នា ប៉ុន្តែមើលទៅមិនប៉ុនគ្នាទេ។ ជាការពិតណាស់វាជាការលំបាកដែលធ្វើឱ្យដឹងពីស្ថានភាពនេះ។ ដូចនេះគ្រូដែលមិនមានការព្យាយាមមិនអាចគូររូបឱ្យបានត្រឹមត្រូវទេ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ត្រីកោណទាំងពីរនេះគឺមិនប៉ុនគ្នាទេ ដោយសារតែ∠S = ∠D និង ∠R= ∠E ប៉ុន្តែ SR ≠ DE។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សិស្សត្រូវតែមានការយល់ដឹងពីវិធីដែលមុំ និងជ្រុងត្រូវគ្នានៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។ នៅពេលដែលមុំពីរបំពេញលក្ខខណ្ឌ∠A = ∠A′, ∠B = ∠B′ នោះ AB = A′B′ ។ ហើយនៅពេលដែលជ្រុងពីរ AB = A′B′, BC = B′C′នោះ មុំ ∠ABC = ∠A′B′C′ ។

និយមន័យ : ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា លុះត្រាតែធាតុត្រូវគ្នាជាធាតុប៉ុនគ្នា ។

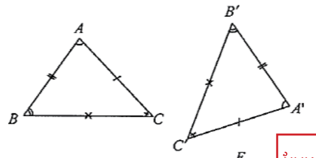
លំហាត់គំរូ : បើត្រីកោណពីរជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា តើអ្នកអាចសន្និដ្ឋានបានដូចម្តេច? ចូរឱ្យឧទាហរណ៍ពន្យល់ចម្លើយរបស់អ្នក ។

ចម្លើយ : ធាតុត្រូវគ្នាប្រាំមួយគូជាធាតុប៉ុនគ្នា ។

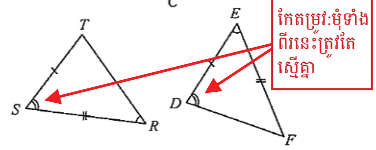
ឧទាហរណ៍ : បើ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ នោះ

$\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$,

$AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $BC = B'C'$ ។



ប្រតិបត្តិ : ចូរពន្យល់ហេតុអ្វីបានជាត្រីកោណពីរខាងស្តាំមិនប៉ុនគ្នា ។



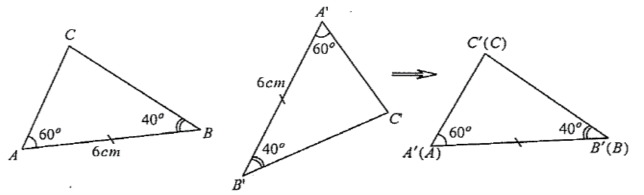
1.2. លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាមានធាតុត្រូវគ្នាប្រាំមួយគូជាធាតុប៉ុនគ្នា ។ ក្នុងករណីនេះគេសិក្សាតែធាតុបីប៉ុនរៀងគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

ក. ជ្រុងមួយប៉ុនគ្នាជាប់និងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា (ម.ជ.ម) ។

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ ដែល $\angle A = \angle A' = 60^o$, $\angle B = \angle B' = 40^o$ និង $AB = A'B' = 6cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC លើក្រដាសថ្លា
  - នៅលើបន្ទាត់ l គូសអង្កត់ AB មួយដែល $AB = 6cm$
  - ប្រើរ៉ាប៉័រត្រង់ចំណុច A និង B គូសមុំ 60^o និង 40^o រៀងគ្នា
  - ជ្រុងនៃមុំ A និងមុំ B ជួបគ្នាត្រង់ C ។ ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណដែលត្រូវបានសង់ ។
- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C'$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នានឹងត្រីកោណ ABC ។



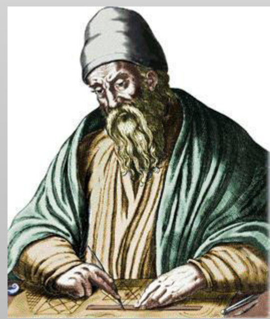
148

2nd Period

ចំណេះដឹងបន្ថែម អឺគ្លីត (Euclid) - ជាគណិតវិទូក្រិចបុរាណ

មេរៀននេះបង្ហាញហេតុផលគណិតវិទ្យាយ៉ាងម៉ត់ចត់ក្នុងធរណីមាត្រប្លង់ត្រូវបានបង្កើតឡើងច្រើនជាង 2000 ឆ្នាំមកហើយដោយគណិតវិទូក្រិច។ គាត់ជាមនុស្សម្នាក់ដែលត្រូវបានទទួលស្គាល់ថាបានបង្កើតភាគច្រើនបំផុតនៃរចនាបថយ៉ាងហ្មត់ចត់នេះគឺ អឺគ្លីត (Euclid) ដែលបានបម្រើការងារនៅក្នុងអាឡិចសាន់ដ្រា (ឥឡូវនេះនៅក្នុងប្រទេសអេហ្ស៊ីប) ។ សៀវភៅដ៏ល្បីល្បាញរបស់គាត់ត្រូវបានគេហៅថា "ធាតុ" ដែលទាក់ទងនឹងទ្រឹស្តីធរណីមាត្រ និងទ្រឹស្តីចំនួន។ លោកបានកំណត់និយមន័យមួយចំនួន និងស្វ័យសត្យជាមូលដ្ឋាននៃតក្ករបស់គាត់ និងបានអភិវឌ្ឍភាពខុសគ្នានៃលទ្ធផលគណិតវិទ្យាដោយប្រើហេតុផលតក្កសុទ្ធសាធ។ អាកប្បកិរិយារបស់អឺគ្លីត (Euclid) ក្នុងគណិតវិទ្យាគឺហ្មត់ចត់ ដូចនេះ "ធាតុ"ត្រូវបានគេប្រើជាសៀវភៅស្តង់ដានៃគណិតវិទ្យារហូតមកដល់ប៉ុន្មានឆ្នាំចុងក្រោយនេះ។

ទោះយ៉ាងនេះក្តីក៏អឺគ្លីត (Euclid) ត្រូវបានគេស្គាល់តិចតួចបំផុត និងមួយចំនួនជឿថាមាតិការបស់"ធាតុ" នេះគឺជាការប្រមូលផ្តុំនៃការពិតពីគណិតវិទូផ្សេងទៀតបានរកឃើញរួចទៅហើយ។ អ្នកខ្លះនៅតែជឿថា "អឺគ្លីត (Euclid)" គឺជាឈ្មោះក្រុមរបស់គណិតវិទូ។ ដើម្បីស្គាល់គាត់ឱ្យកាន់ច្បាស់រូបថតដែលគេស្គាល់គឺនៅខាងស្តាំ មិនមែនជារូបពិតប្រាកដនោះទេប៉ុន្តែជារូបភាពគូរដោយវិចិត្រករម្នាក់យ៉ាងយូរក្រោយពេលគាត់ស្លាប់ដោយផ្អែកទៅលើចំណាប់អារម្មណ៍របស់លោកនៅក្នុងគណិតវិទ្យា។



3rd Period

កែតម្រូវៈរូបដែលបង្ហាញគួរតែផ្លាស់ទី A′B′C′ ទៅលើ ABC។

មេរៀនទី ១២

ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C$

យក ΔABC ទៅដាក់ត្រួតពីលើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើ $A'B'$

យើងសង្កេតឃើញថា ជ្រុង AC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'C'$ ព្រោះ $\angle A = \angle A' = 60^\circ$

ជ្រុង BC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $B'C'$ ព្រោះ $\angle B = \angle B' = 40^\circ$

ដោយធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នា តាមនិយមន័យ យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងមួយប៉ុនគ្នាជាប់នឹងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

បន្ទាប់ពីបានប្រៀបធៀបឱ្យត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម រួចហើយតាមនិយមន័យ គេអាចទាញបានធាតុត្រូវគ្នាដទៃទៀតប៉ុនគ្នាហៅថា **វិបាក** ។

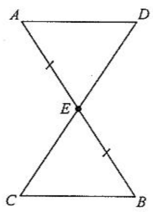
សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$\angle A = \angle A'$		$AC = A'C'$
$AB = A'B'$	$\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$	$BC = B'C'$
$\angle B = \angle B'$	(តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម)	$\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យអង្កត់ AB និង CD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច E ដែល $EA = EB$ និងអង្កត់ AD ស្របនឹងអង្កត់ CB ។

ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ AED និង BEC

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $ED = EC$ ។

ចម្លើយ :



ក. ក្នុង ΔAED និង ΔBEC មាន

$\angle AED = \angle BEC$ (មុំទល់កំពូល)

$EA = EB$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle EAD = \angle EBC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុងព្រោះ $AD \parallel BC$)

ដូចនេះ $\Delta AED \cong \Delta BEC$ (តាមលក្ខណខណ្ឌ ម.ជ.ម) ។

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $ED = EC$

ដោយ $\Delta AED \cong \Delta BEC$ នោះគេអាចទាញបានជ្រុងត្រូវគ្នាប៉ុនរៀងគ្នា ។

ដូចនេះ $ED = EC$ ។

149

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

គ្រូបង្រៀនមិនគួរពន្យល់ត្រឹមតែអំពីលក្ខខណ្ឌត្រីកោណប៉ុនគ្នាប៉ុណ្ណោះទេប៉ុន្តែក៏អនុញ្ញាតឱ្យសិស្សបានដឹងថាហេតុអ្វីបានជាយើងត្រូវការលក្ខខណ្ឌបែបនេះ។ វិធីដ៏ល្អមួយគឺសួរសិស្សថាតើយើងអាចកាត់បន្ថយចំនួនធាតុដូចគ្នានេះម្តងមួយពីប្រាំមួយ។

ជាដំបូងបង្ហាញត្រីកោណដែលមានមុំ និងជ្រុងដែលបានផ្តល់ឱ្យទាំងអស់។ បន្ទាប់មកលុបតម្លៃម្តងមួយៗ។ សិស្សដឹងថាពួកគេមិនអាចកំណត់ត្រីកោណដោយស្គាល់តែធាតុពីរដែលបានផ្តល់ឱ្យនោះទេ។

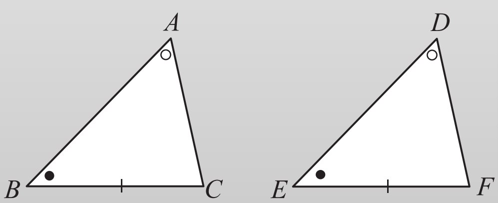
សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

សិស្សគួរតែយល់ពីប្រយោជន៍នៃការប្រើប្រាស់លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា។ បើគ្មានចំណេះដឹង នោះយើងពិនិត្យមើលសមភាពទាំង 6 ដើម្បីបង្ហាញត្រីកោណប៉ុនគ្នា។ សូមអរគុណដល់ចំណេះដឹងនេះព្រោះថាយើងអាចកាត់បន្ថយចំនួនតែ 3 គត់។

ការពិភាក្សាបន្ថែមហេតុអ្វីបានជាប្រើបានតែ (ម.ជ.ម) មិនប្រើ (ម.ម.ជ)?

បញ្ហា: នៅក្នុងលក្ខខណ្ឌ **(ម.ជ.ម)** នេះយើងពិនិត្យមើលថាបើជ្រុងមួយជាប់ដោយមុំពីរនៃត្រីកោណមួយប៉ុនទៅនឹងជ្រុងមួយជាប់ដោយមុំពីរនៃត្រីកោណផ្សេងទៀតរៀងគ្នា។ បន្ទាប់មកបើសិនជាមុំពីរមិនជាប់ជ្រុងមួយតើយើងអាចសន្និដ្ឋានថាត្រីកោណទាំងពីរនៅតែប៉ុនគ្នាដែរឬទេ ។

ពិភាក្សា



ក្នុងត្រីកោណពីរ ΔABC និង ΔDEF ឧបមាថា $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ និង $BC = EF$ (នេះមិនមែនជា (ម.ជ.ម) ទេ) តើយើងបង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ តាមសម្មតិកម្មនេះបានឬទេ?

ចម្លើយ: ដោយ $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B)$ និង $\angle F = 180^\circ - (\angle D + \angle E)$ នាំឱ្យ $\angle C = \angle F$ តាមសម្មតិកម្មនេះហើយដែលយើងអាចមើលឃើញបានយ៉ាងងាយស្រួលដែលថាលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) គឺផ្ទៀងផ្ទាត់។ ដូចនេះជ្រុងអាចជាប់នឹងមុំមួយជំនួសឱ្យជ្រុងមួយជាប់ដោយមុំពីរ។ ដូច្នេះលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) អាចនឹងត្រូវបានបន្ធូរបន្ថយត្រឹមតែ“មុំពីរ និងជ្រុងមួយប៉ុនរៀងគ្នា”។

4th Period

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ក្នុងត្រីកោណ ∆ABC និង ∆AED យើងមានមុំ ∠A មុំរួម និងតាមសម្មតិកម្ម AB=AE, ∠B=∠E។ នាំឱ្យ ∆ABC≅∆AED តាម (ជ.ម.ជ)។

ដូចនេះ AC=AD។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ក្នុងឧទាហរណ៍នៃលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) ត្រីកោណ∆A΄B΄C΄ គួរតែត្រូវបានត្រឡប់មុនពេលដែលវាត្រូវបានផ្លាស់ប្តូរទៅជា ∆ABC។ បើទោះបីជាគ្មានអ្វីដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងឧទាហរណ៍នៃត្រីកោណប៉ុនគ្នាដែលត្រូវការត្រឡប់ក៏ដោយ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

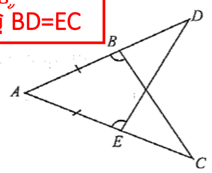
សិស្សគួរតែយល់ពីវត្ថុបំណងនៃលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) និង (ជ.ម.ជ)។ តាមរយៈសកម្មភាពនេះយើងធ្វើឱ្យប្រាកដថា (ម.ជ.ម) ឬ (ជ.ម.ជ) ពិតជាកំណត់រូបរាងតែមួយគត់នៃត្រីកោណមួយមិនមែនគ្រាន់តែបានវាដោយការគូរត្រីកោណដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) ឬ(ជ.ម.ជ) ដែលបានផ្តល់ឱ្យនោះទេ។

ប្រតិបត្តិ : រូបដែលឱ្យដូចខាងស្តាំនេះ

មាន $\angle ABC = \angle AED$ និង $AB = AE$ ។

បង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta AED$ និង $AB = AE$ ។

កែតម្រូវ:
AD=AC ឬ BD=EC

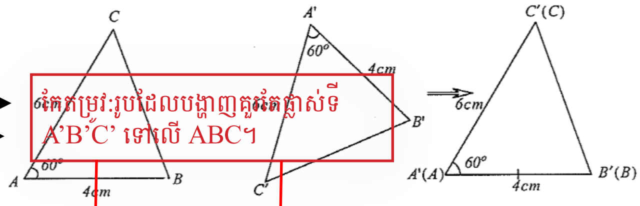


ខ. មុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា (ជ.ម.ជ)

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល

$\angle A = \angle A' = 60^o$, $AB = A'B' = 4cm$ និង $AC = A'C' = 6cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC នៅលើក្រដាសថ្លា
  - ប្រើបន្ទាត់ក្រិតគូសជ្រុង AB មានប្រវែង $4cm$
  - ប្រើរ៉ាប៉័ទ័រដើម្បីគូសមុំ $\angle BAx = 60^o$
  - ប្រើបន្ទាត់ក្រិតដៅចំណុច C នៅលើកន្លះបន្ទាត់ Ax ដែលជ្រុង AC មានប្រវែង $6cm$
  - គេបានត្រីកោណ ABC ដែលត្រូវសង់ ។
- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C'$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នា



កែតម្រូវ:រូបដែលបង្ហាញគួរតែផ្លាស់ទី A'B'C' ទៅលើ ABC។

យក ΔABC ទៅដាក់ត្រួតពីលើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យមុំ $\angle A$ ត្រួតស៊ីគ្នានឹង $\angle A'$

យើងសង្កេតឃើញថាជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'B'$ ព្រោះ $AB = A'B' = 4cm$ ហើយជ្រុង AC ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'C'$ ព្រោះ $AC = A'C' = 6cm$ ។

ដោយ ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មានធាតុត្រូវគ្នាប៉ុនគ្នាតាមនិយមន័យត្រីកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា ។

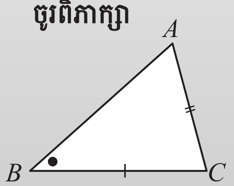
> *ទ្រឹស្តីបទ :* ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានមុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

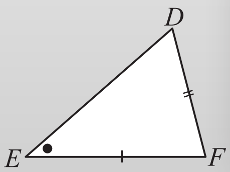
150

ការពិភាក្សាបន្ថែម ហេតុអ្វីបានជាប្រើបានតែ (ជ.ម.ជ) មិនប្រើ (ជ.ជ.ម)?

បញ្ហា នៅក្នុងលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) នេះយើងពិនិត្យមើលថាបើជ្រុងពីរអមមុំមួយនៃត្រីកោណមួយប៉ុនទៅនឹងមុំពីរអមជ្រុងនៃត្រីកោណមួយផ្សេងទៀតរៀងគ្នា។ បន្ទាប់មកបើសិនជាជ្រុងពីរមិនអមមុំមួយតើយើងអាចសន្និដ្ឋានថាត្រីកោណទាំងពីរនៅតែប៉ុនគ្នាដែរឬទេ?

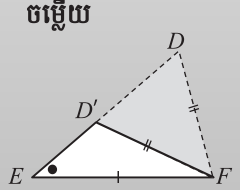
ចូរពិភាក្សា





ក្នុងត្រីកោណពីរ ΔABC និង ΔDEF ឧបមាថា $BC = EF$ $AC = DF$ និង $\angle B = \angle E$ (នេះមិនមែនជា (ជ.ម.ជ) ទេ) តើយើងបង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ តាមសម្មតិកម្មនេះបានឬទេ?

ចម្លើយ



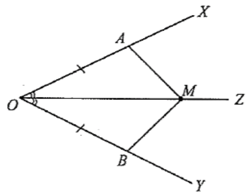
តាង ∆DEF ប៉ុន ∆ABC។ បន្ទាប់មកយើងអាចគូរអង្កត់មួយទៀតដែលមានប្រវែងស្មើគ្នានឹង DF ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបនៅខាងឆ្វេងនេះ។ ត្រីកោណថ្មី∆DEF បំពេញលក្ខខណ្ឌ $BC = EF$ $AC = D'F$ និង $\angle B = \angle E$ ប៉ុន្តែវាមិនប៉ុនគ្នាទៅនឹង ∆ABC ទេ។ ដូចនេះមុំត្រូវតែអមដោយជ្រុងពីរលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ)។

5th Period

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $\angle A = \angle A'$ $AC = A'C'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)	$\angle B = \angle B'$ $BC = B'C'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ : គូស $\angle XOY$ មួយនិងកន្លះបន្ទាត់ OZ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនេះ ។ នៅលើកន្លះបន្ទាត់ OX និង OY គេដៅចំណុច A និង B រៀងគ្នាដែល $OA = OB$ ។ នៅលើកន្លះបន្ទាត់ OZ គេដៅចំណុច M មួយ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ OMA និង OMB រួចទាញវិបាក ។

ចម្លើយ : ប្រៀបធៀបត្រីកោណ OMA និង OMB



ក្នុង ΔOMA និង ΔOMB មាន

$OA = OB$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle AOM = \angle BOM$ (OM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle O$)

OM ជ្រុងរួមនៃត្រីកោណទាំងពីរ

ដូចនេះ $\Delta OMA \cong \Delta OMB$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)

វិបាក : គេទាញបានធាតុត្រូវគ្នាផ្សេងទៀតប៉ុនគ្នា

$MA = MB$, $\angle OAM = \angle OBM$ និង $\angle OMA = \angle OMB$ ។

ប្រតិបត្តិ : គូស ΔAOB មួយ ។ A' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង O និង B' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ B ធៀបនឹង O ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\Delta OAB \cong \Delta OA'B'$ ។

6th Period

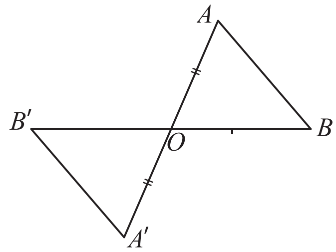
គ. ជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា (ជ.ជ.ជ)

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល $AB = A'B' = 6cm$, $AC = A'C' = 5cm$ និង $BC = B'C' = 3cm$ រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

- សង់ត្រីកោណ ABC នៅលើក្រដាសថ្លា
  - នៅលើបន្ទាត់ l ជ្រើសរើសចំណុច A មួយ ។
  - សង់ជ្រុង AB នៅលើបន្ទាត់ l ដែល $AB = 6cm$
  - យក A ជាផ្ចិតគូសធ្នូរង្វង់មួយមានកាំស្មើនឹង $5cm$
  - យក B ជាផ្ចិតគូសធ្នូរង្វង់មួយមានកាំស្មើនឹង $3cm$
  - តាង C ជាចំណុចប្រសព្វនៃធ្នូទាំងពីរ

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

នៅក្នុងត្រីកោណ ΔOAB និង $\Delta OA'B'$ យើងមាន $\angle AOB = \angle A'OB'$ មុំទល់កំពូល និង $OA = OA'$ $OB = OB'$ សម្មតិកម្ម។ ដូច្នេះ $\Delta OAB \cong \Delta OA'B'$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ)។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លក្ខខណ្ឌត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាត្រូវបានសង្ខេបដូចខាងក្រោម៖

(1) ជ្រុង 3 = លក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ)

(2) ជ្រុង 2 និងមុំ = លក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ)

ជាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់។

(3) មុំ 2 និងជ្រុង 1 = ប៉ុនគ្នាជានិច្ច (រួមទាំងលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម)

(4) មុំ 3 = មិនគ្រប់គ្រាន់ (មានតែត្រីកោណដូចគ្នា)

កំណត់សម្គាល់បន្ថែមសម្រាប់គ្រូតើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីសរសេរសម្រាយបញ្ជាក់?

ដោយមេរៀននេះគឺថ្មីណាស់ ចំពោះសិស្សមួយចំនួនមានអារម្មណ៍ថាមានការលំបាកក្នុងការសរសេរសម្រាយបញ្ជាក់។ ឱ្យសិស្សទទួលបានទម្លាប់ធ្វើការកត់សម្គាល់សរសេរ ជាការសំខាន់ណាស់សម្រាប់គ្រូបង្រៀនក្នុងការសរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ជានិច្ចនូវវិធីដូចគ្នា ដើម្បីឱ្យសិស្សអាចអនុវត្តតាមវិធីនេះដែរ។

វិធីនៃសម្រាយបញ្ជាក់

1. សម្មតិកម្មដែលបានផ្តល់ឱ្យ
   សរសេរទាំងអស់នូវសម្មតិកម្មយ៉ាងច្បាស់ជានិមិត្តសញ្ញា។
2. ការសន្និដ្ឋាននឹងត្រូវបានបង្ហាញ
   សរសេរការសន្និដ្ឋានយ៉ាងច្បាស់ជានិមិត្តសញ្ញា។
3. ហេតុផលតក្កនៃការសន្និដ្ឋាន
   បង្ហាញពីរបៀបតក្កដែលទទួលបានការសន្និដ្ឋានដោយគ្រាន់តែប្រើសម្មតិកម្ម និងទ្រឹស្តីបទដែលស្គាល់។

ឧទាហរណ៍ សម្រាយបញ្ជាក់នៃលំហាត់គំរូ

1. $\angle XOZ = \angle YOZ$, A នៅលើ OX, B នៅលើ OY, $OA = OB$, M នៅលើ OZ
2. $MA = MB$
3. ក្នុងត្រីកោណពីរ ΔOMA និង ΔOMB យើងមាន $OA = OB$, $\angle AOM = \angle BOM$ (សម្មតិកម្ម) និង OM ជ្រុងរួម។ ដូចនេះ $\Delta OAB \cong \Delta OA'B'$ (ជ ម ជ), វិបាក $(MA = MB)$។

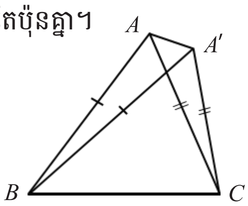
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចំពោះលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ) អត្ថបទនេះបាននិយាយថា ប្រវែងនៃជ្រុងទាំងបីកំណត់ទីតាំងនៃត្រីកោណមួយតែប៉ុណ្ណោះ។ ទោះបីជាការពិតនេះមើលទៅច្បាស់ណាស់តែ Euclid បានបង្ហាញវានៅក្នុងសៀវភៅ "ធាតុ" របស់គាត់ដូចខាងក្រោម។

សម្រាយបញ្ជាក់ Euclid

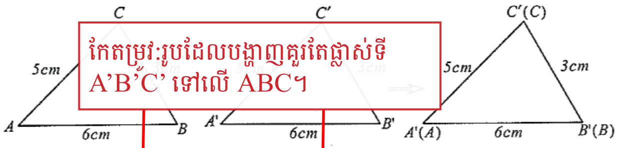
ប្រសិនបើមានត្រីកោណពីរ ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ បំពេញលក្ខខណ្ឌ ជ ជ ជ និងមិនទាន់ប៉ុនគ្នានៅឡើយ នោះបើយើងផ្លាស់ទី $B'C'$ លើ BC មានត្រីកោណសមបាតទាំងពីរ $\Delta ABA'$ និង$\Delta ACA'$។ ប៉ុន្តែ ប្រសិនបើ$\angle BAA'=\angle BA'A$ នោះ $\angle CAA'<\angle BAA'=\angle BA'A$

$\Delta CA'A$ និង$\Delta ACA'$មិនមែនជាត្រីកោណសមបាតទេ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះត្រីកោណពីរមានជ្រុងបីប៉ុនរៀងគ្នាត្រូវតែប៉ុនគ្នា។



- គូសអង្កត់ AC និង BC ។ គេបានត្រីកោណ ABC ដែលត្រូវសង់ ។

- ចំពោះត្រីកោណ $A'B'C'$ សង់តាមរបៀបដូចគ្នា



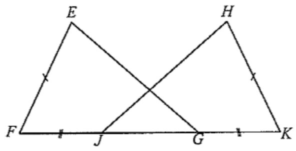
ឥឡូវនេះយក ΔABC លើកទៅដាក់លើ $\Delta A'B'C'$ ដោយឱ្យជ្រុង AB ត្រួតស៊ីគ្នាលើជ្រុង $A'B'$ យើងឃើញថាកំពូល C និង C' ត្រួតលើគ្នាស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃជ្រុង $A'C'$ ហើយប្រវែងជ្រុងទាំងបីកំណត់បានទីតាំងនៃត្រីកោណតែមួយគត់មានន័យថាត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ត្រួតស៊ីគ្នា ព្រោះជ្រុងត្រូវគ្នាទាំងបីគូមានប្រវែងស្មើគ្នា ។ ដូចនេះត្រីកោណទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នា ។

ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា ។

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$AB = A'B'$ $AC = A'C'$ $AB = B'C'$	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ជ.ជ)	$\angle A = \angle A'$ $\angle B = \angle B'$ $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូ : ក្នុងរូបដែលឱ្យខាងស្តាំនេះគឺ $EF = HK$, $FJ = GK$ និង $EG = HJ$

បង្ហាញថា $\Delta EFG \cong \Delta HKJ$ ។



ចម្លើយ : យើងមាន

$$\left.\begin{aligned} &FJ = GK \quad (\text{សម្មតិកម្ម}) \\ &FG = FJ + JG \\ &JK = JG + GK \end{aligned}\right\} \text{នោះ } FG = JK$$

ក្នុង ΔEFG និង ΔHKJ មាន

$$\left.\begin{aligned} &EF = HK \quad (\text{សម្មតិកម្ម}) \\ &EG = HJ \quad (\text{សម្មតិកម្ម}) \\ &FG = JK \quad (\text{ស្រាយខាងលើ}) \end{aligned}\right\} \text{នោះ } \Delta EFG \cong \Delta HKJ \ (\text{តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ជ.ជ}) \text{ ។}$$

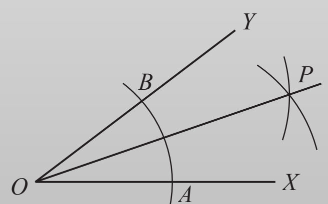
152

សកម្មភាពបន្ថែម សំណង់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃមុំមួយ

បញ្ហា គូរកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំដែលបានផ្តល់ឱ្យដោយប្រើបន្ទាត់ និងដែកឈាន។

តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីគូរ? តាងមុំ $\angle XOY$ មួយត្រូវបានផ្តល់ឱ្យបន្ទាប់មក

1. គូររង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំមួណាក៏បានដែលកាត់ជាមួយកន្លះបន្ទាត់ OX និង OY ត្រង់ចំណុច A និង B រៀងគ្នា។
2. គូររង្វង់ពីរដែលមានកាំដូចគ្នាផ្ចិត A និងផ្ចិត B និងតាង P ជាចំនុចប្រសព្វរវាងរង្វង់ទាំងពីរ។
3. គូរកន្លះបន្ទាត់មួយពី O ទៅ P ដែលជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ។



សម្រាយបញ្ជាក់ Euclid: នៅក្នុង ត្រីកោណពីរ ΔOAP និងΔOBP,

$OA = OB$ កាំនៃរង្វង់ទីមួយ។

$AP = BP$ ដោយរង្វង់ទាំងពីរមានកាំដូចគ្នា។

ដោយ OP គឺជ្រុងរួម នោះ $\Delta OAP \cong \Delta OBP$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ)។

ដូច្នេះ$\angle AOP = \angle BOP$ និង OP គឺកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ។

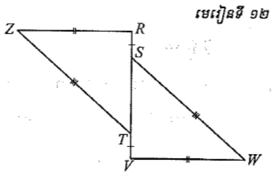
7th Period

មេរៀនទី ១២

ប្រតិបត្តិ : រូបដែលឱ្យកំណត់ដូចខាងស្តាំនេះ ។

$RZ = VW$, $TZ = SW$ និង $RS = TV$ ។

ចូរប្រៀបធៀប ΔRZT និង ΔVWS ។



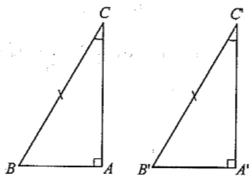
1.3. លក្ខខណ្ឌចំពោះត្រីកោណកែងប៉ុនគ្នា

ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា មានពីរលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម

ក. អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា(អ.ម)

ឧទាហរណ៍ : ក្នុង ΔABC និង $\Delta A'B'C'$ មាន

$$\begin{cases} \angle A = \angle A' = 90^o \\ BC = B'C' \\ \angle C = \angle C' \end{cases}$$



បង្ហាញថា $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C$

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC គេបាន $\angle B + \angle C = 90^o$ នោះ $\angle B = 90^o - \angle C$

ក្នុងត្រីកោណកែង $A'B'C'$ គេបាន $\angle B' + \angle C' = 90^o$ នោះ $\angle B' = 90^o - \angle C'$

ដោយ $\angle C = \angle C'$ (សម្មតិកម្ម) នោះ $\angle B = \angle B'$

ក្នុងត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ មាន

$$\begin{cases} \angle B = \angle B' = 90^o \\ BC = B'C' \\ \angle C = \angle C' \end{cases}$$ នោះ $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម) ។

ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា ។

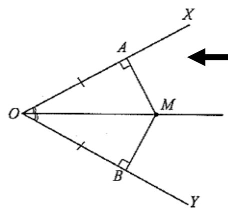
លំហាត់គំរូ : គេឱ្យ M ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle XOY$ ។ តាមចំណុច M គេគូសបន្ទាត់កែងនឹង OX ត្រង់ A និង OY ត្រង់ B ។ បង្ហាញថា $MA = MB$ ។

ចម្លើយ : ត្រីកោណកែង OMA និងត្រីកោណកែង OMA មាន OM ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle MOA = \angle MOB$ (ព្រោះ OM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle AOB$)

ដូចនេះ $\Delta OMA \cong \Delta OMA$ (តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ម) ។

វិបាក : $MA = MB$



153

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចំណាំថាលក្ខខណ្ឌ (អ.ម) មិនមែនជាលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) ទេដោយសារតែអ៊ីប៉ូតេនុសមិននៅចន្លោះរវាងពីរមុំគឺ មុំកែង និងមុំមួយផ្សេងទៀតទេ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏បានបង្ហាញរួចហើយនៅលើទំព័រ 149 ប្រសិនបើមានមុំពីរ និងជ្រុងមួយស្មើគ្នាក្នុងត្រីកោណពីរត្រូវបានបង្ហាញថាជាត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌ (អ.ម)។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស:

ពីលំហាត់គំរូនេះ សិស្សបានដឹងថា ចំណុចទាំងអស់នៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំមួយគឺមានចម្ងាយស្មើពីកន្លះបន្ទាត់នៃមុំនេះ។

បញ្ហា

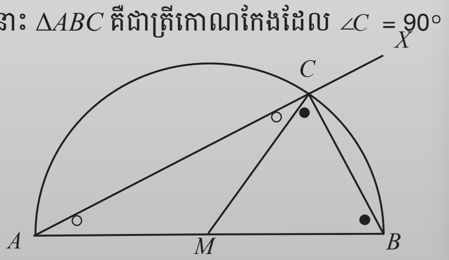
តើច្រាសមកវិញយ៉ាងដូចម្តេចដែរ? តើយើងអាចបង្ហាញថាគ្រប់ចំណុចទាំងអស់មានចម្ងាយស្មើពីកន្លះបន្ទាត់នៃមុំមួយគឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនេះ? (សម្រាយបញ្ជាក់នេះគឺត្រូវបានបង្ហាញដោយប្រើលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ) នៅទំព័របន្ទាប់)។

សកម្មភាពបន្ថែម សំណង់ត្រីកោណកែង

បញ្ហា គូរត្រីកោណកែងដែលគេឱ្យអ៊ីប៉ូតេនុស និងជាមុំស្រួចមួយរបស់វា។

តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីគូរ? តាង AB ជាអ៊ីប៉ូតេនុសដែលគេឱ្យ និង $\angle XAB$ជាមុំស្រួចដែលគេឱ្យ យើងគូរតែរកចំណុច C លើកន្លះបន្ទាត់ AX

1. ដែលΔABCគឺជាត្រីកោណកែងនឹង C = 90 °។ គូរ AB ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃកន្លះរង្វង់មួយ និងតាង C ជាចំនុចប្រសព្វរវាងកន្លះរង្វង់ និងកន្លះបន្ទាត់ AX ។
2. គូរអង្កត់BC ។
3. នោះ ΔABC គឺជាត្រីកោណកែងដែល $\angle C = 90°$



សម្រាយបញ្ជាក់:

តាង M ជាផ្ចិតនៃកន្លះរង្វង់។ នោះ ΔMAC និង ΔMBC ជាត្រីកោណសមបាត $\angle MCA + \angle MAC = 2\angle MCA = \angle CMB$,

$\angle MCB + \angle MBC = 2\angle MCB = \angle CMA$

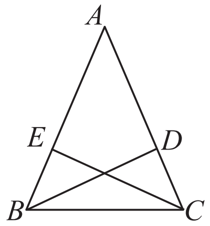
បូកអង្គទាំពីរ យើងបាន

$2(\angle MCA + \angle MCB) = \angle CMB + \angle CMA = 180°$ ។

ដូចនេះ $\angle ACB = \angle MCA + \angle MCB = 90°$ ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

នៅក្នុងត្រីកោណកែងΔBCD និង ΔCBE មាន $\angle BCD = \angle CBE$ មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត BC ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម។ ដូចនេះ $\Delta BCD \cong \Delta CBE$ តាមលក្ខខណ្ឌ (អ.ម) ហើយ$BD = CE$ និង $BE = CD$។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ចំណាំថាលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ) គឺមិនមែនជាលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) ទេព្រោះថាមុំកែងមិននៅចន្លោះរវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និង ជ្រុងមួយផ្សេងទៀតទេ។ ដូចដែលបានពិភាក្សានៅលើទំព័រ 150 មុំគួរតែនៅចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរសម្រាប់លក្ខខណ្ឌត្រីកោណប៉ុន។ ដូចនេះខុសពីលក្ខខណ្ឌ (អ.ម) គឺ (អ.ជ) ប្រែទៅជាលក្ខខណ្ឌថ្មីទាំងស្រុងមួយជាក់លាក់ដើម្បីត្រីកោណកែង។

ទ្រឹស្តីបទ :

- គ្រប់ចំណុចនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំមួយ ត្រូវឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងពីរនៃមុំនោះ ។
- ច្រាសមកវិញគ្រប់ចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើទៅនឹងជ្រុងទាំងពីរនៃមុំមួយត្រូវឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនោះ ។

ប្រតិបត្តិ : ABC ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់កំពូល A ។ កម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B និង C កាត់ជ្រុង AC និង AB ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថា $BD = CE$ និង $BE = CD$ ។

១. អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងជ្រុងមុំកែងមួយប៉ុនគ្នា (អ.ជ)

ឧទាហរណ៍ : ក្នុងត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ មាន $\begin{cases} \angle A = \angle A' = 90^o \\ AB = A'B' \\ BC = B'C' \end{cases}$

តើត្រីកោណកែងទាំងពីរនេះប៉ុនគ្នាឬទេ ?

ដោយ $AB = A'B'$ យើងអាចត្រឡប់ហើយដាក់ជ្រុង $A'C'$ ត្រួតលើជ្រុង AC ដែលជាជ្រុងនៃ $\Delta A'B'C'$ និង ΔABC ។

ដោយ $\angle A = \angle A' = 90^o$

យើងដឹងថា $\angle BAB' = \angle BAC + \angle CAB'$

$= 90^o + 90^o = 180^o$ ជាមុំជាប់បន្ថែម ។

ដូចនេះ អង្កត់ BA និងអង្កត់ AB' ភ្ជាប់គ្នាបានអង្កត់ BB' មួយ ។

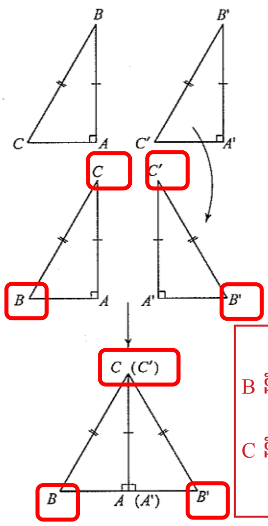
ក្នុង $\Delta BCB'$ មាន $CB = CB'$ នោះ $\Delta BCB'$ ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់កំពូល C ។

គេទាញបាន $\angle B = \angle B'$

ក្នុងត្រីកោណកែង BAC និង $B'AC$ មាន :

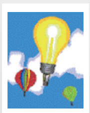
$\left.\begin{array}{l} CB = CB' \text{ អ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នា(សម្មតិកម្ម)} \\ \angle B = \angle B' \end{array}\right\}$ ដូចនេះ$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$(តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ជ)

យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ។



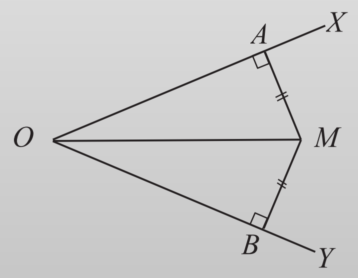
កែតម្រូវ:
B និង B’ គួរតែជា C និង C’
C និង C’ គួរតែជា B និង B’

154



ការអនុវត្តបន្ថែមភស្តុតាងនៃពាក់កណ្តាលទ្រឹស្តីបទ

បញ្ហា បង្ហាញថាចំណុចទាំងអស់មានចម្ងាយស្មើពីកន្លះបន្ទាត់ទាំងពីរនៃមុំមួយគឺនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនេះ។(ជាការផ្ទុយពីពាក់កណ្តាលដំបូងដែលបានបង្ហាញរួចហើយនៅក្នុងលំហាត់បន្ថែមនៅលើទំព័រមុន។)



សម្រាយបញ្ជាក់

តាងចំណុច M ដែលមានចម្ងាយស្មើពីកន្លះបន្ទាត់ចំនួនពីរ OX និង OY ហើយ MA,MB កែងទៅនឹង OX និង OY រៀងគ្នា។ បន្ទាប់មកនៅក្នុងត្រីកោណកែងទាំងពីរ ΔOMA និងΔOMB មាន MA = MB សម្មតិកម្ម និងOM ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម។ ដូចនេះ ΔOMA≅ΔOMB តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.អ)។ វិបាក∠ MOA =∠MOB ដូចនេះមានន័យថារាល់ចម្ងាយស្មើពីកន្លះបន្ទាត់ពីរដែលបង្កើតបានមុំមួយគឺនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនោះ។

10th Period

និម្មិតសញ្ញានេះមិនគួរបង្ហាញពីដំបូងទេ

មេរៀនទី ១២

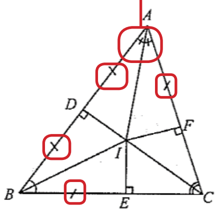
ទ្រឹស្តីបទ : ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា កាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសប៉ុនគ្នានិងជ្រុងនៃមុំកែងមួយប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ តាម I គេគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងជ្រុង AB , BC និង AC ត្រង់ D , E និង F រៀងគ្នា ។

ក. បង្ហាញថា $ID = IE = IF$

ខ. បង្ហាញថាកន្លះបន្ទាត់ AI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BAC$ ។

ចម្លើយ :



ក. ក្នុងត្រីកោណកែង BEI និង BDI មាន

BI ជាអ៊ីប៉ូតេនិសរួម

$\angle IBE = \angle IBD$ (IB ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$)

ដូចនេះ $\Delta BEI \cong \Delta BDI$ (តាមលក្ខខណ្ឌអ.ម)

វិបាក : $ID = IE$ (1)

ក្នុងត្រីកោណកែង CEI និង CFI មាន :

CI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$\angle ICE = \angle ICF$ (IC ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BCA$) } ដូចនេះ $\Delta CEI \cong \Delta CFI$ (តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ម)

វិបាក : $IE = IF$ (2)

តាម(1)និង(2)គេទាញបាន $ID = IE = IF$

ខ. ក្នុងត្រីកោណកែង IDA និង IFA មាន :

AI ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$ID = IF$ (សំរាយខាងលើ) } ដូចនេះ $\Delta IDA \cong \Delta IFA$ (តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ជ)

វិបាក : $\angle IAD = \angle IAF$ ឬ $\angle IAB = \angle IAC$ ។

ហេតុនេះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា AI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ ។

សំគាល់ : តាមសំរាយខាងលើ $ID = IE = IF$ នោះចំណុច I ឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ។

155

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

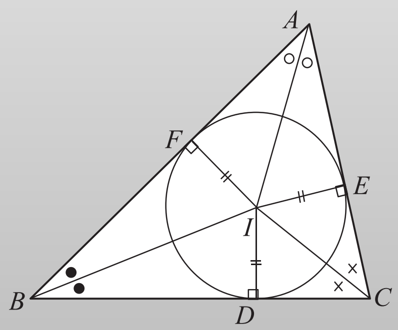
រូបសម្រាប់លំហាត់គំរូបានបង្ហាញសមភាពជាច្រើននៃប្រវែង និងមុំ។ ទោះយ៉ាងណាបើគ្រូគូរស្មើគ្នាទាំងអស់នៅក្នុងរូបនៅពេលចាប់ផ្តើមនោះសិស្សយល់ច្រឡំថាអ្វីទៅជាសម្មតិកម្ម និងអ្វីទៅត្រូវបង្ហាញ។ នៅក្នុងលំហាត់គំរូនេះមានតែសម្មតិកម្មពីរមុំ ∠B និង ∠C គួរត្រូវបានលើកមកនិយាយនៅក្នុងពេលចាប់ផ្តើម។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស:

លំហាត់គំរូនេះបានបង្ហាញនូវលក្ខណៈដ៏សំខាន់នៃត្រីកោណហៅថាផ្ចិត 3 ទីប្រជុំទម្ងន់ និងអរតូសង់ សរុបទាំងអស់ 5 ចំណុច។ ឱ្យសិស្សយល់ថាលក្ខណៈទាំងនេះគឺត្រូវបានបង្ហាញដោយលក្ខខណ្ឌត្រីកោណប៉ុនគ្នានៃមេរៀននេះ។ វាក៏មានប្រយោជន៍សម្រាប់សិស្សដើម្បីគូររូបដោយខ្លួនឯង ដើម្បីចាប់យកលក្ខណៈទាំងនេះ។ (សូមមើលប្រអប់ខាងក្រោម)

ចំណេះដឹងបន្ថែម **ផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណមួយ**

នៅក្នុងលំហាត់គំរូខាងលើវាត្រូវបានបង្ហាញថាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីប្រសព្វគ្នាត្រង់មួយចំណុចសម្រាប់គ្រប់ត្រីកោណទាំងអស់ (ទ្រឹស្តីបទនៃទំព័រ 156)។ ដោយចំណុចប្រសព្វ I ស្មើចម្ងាយទៅជ្រុងទាំងបី នោះយើងអាចគូររង្វង់មួយកាត់តាមជើងនៃអង្កត់កែងទាំងបី។ រង្វង់នេះត្រូវបានគេហៅថាជារង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ហើយវាប៉ះទៅនឹងជ្រុងទាំងបី។ ចំណុច I ត្រូវបានគេហៅថា **ផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ**។



សម្រាយបញ្ជាក់

តាងប្រវែងនៃជ្រុងនៃ BC, CA, AB ដោយ a, b, c រៀងគ្នា និងតាងកាំរង្វង់ដោយ r។ នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $\Delta ABC = \Delta BCI + \Delta CAI + \Delta ABI$

$= \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ ដូចនេះ ទំនាក់ទំនងរវាងផ្ទៃក្រឡា និងបរិមាត្រនៃត្រីកោណគឺ $r(a+b+c) = 2S$។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ
នៅក្នុងត្រីកោណកែងពីរ ΔBDM និង ΔCEM មាន $BM = CM$ និង $DM = EM$ តាមសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះ $\Delta BDM \cong \Delta CEM$ តាមលក្ខខណ្ឌ(អ.ជ) រិបាក $\angle B = \angle C$

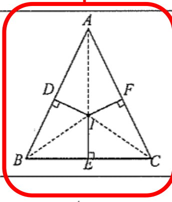
តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2?
កំណត់លក្ខណៈនៃមេដ្យាទ័រ និងត្រីកោណសមបាត។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ
ខណៈពេលសំណើដំបូងដែលបានបង្ហាញរួចហើយ នោះលើកទីពីរមិនបាន។

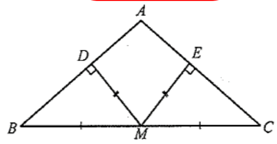
សម្រាយបញ្ជាក់ តាង A ជាចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើពីចំណុចពីរ B, C គូរបន្ទាត់មួយពី A ទៅកាត់កែងនឹង BC ត្រង់ D នោះ ΔABD≅ΔACD តាមលក្ខខណ្ឌ(អ ជ)។ ដូច្នេះ BD = CD ។ ដូចនេះA គឺជាមេដ្យាទ័រនៃ BC ។

ត្រីកោណនេះមិនមែនជាឧទាហរណ៍ល្អទេ ដោយសារវាដូចជាត្រីកោណសមបាត។ គ្រប់ត្រីកោណមានផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង។ម្យ៉ាងទៀត គ្រូគួរតែបន្ថែមនិមិត្តសញ្ញាក្នុងការបង្ហាញបន្ទាត់ដាច់ៗជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ។

ទ្រឹស្តីបទ : កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។



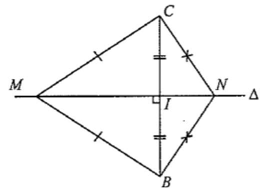
ប្រតិបត្តិ : ABC ជាត្រីកោណមួយនិង M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC ។ តាម M គេគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងជ្រុង AB និង AC ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។
បង្ហាញថា បើ $MD = ME$ នោះ $\angle B = \angle C$ ។



2. មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់និងត្រីកោណសមបាត

2.1. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់

- I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ BC ។ បន្ទាត់ Δ មួយកែងនឹងអង្កត់ BC ត្រង់ I គឺជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។
- បើចំណុច M មួយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ Δ មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។



ក្នុងត្រីកោណកែង MIB និង MIC មាន
IM ជាជ្រុងរួម
$\angle MIB = \angle MIC = 90^o$ (ព្រោះ $\Delta \perp BC$ ត្រង់ I)
$IB = IC$ (I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ BC)
ដូចនេះ $\Delta MIB \cong \Delta MIC$ (តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ)
វិបាក : $MB = MC$, $\angle IMB = \angle IMC$ និង $\angle IBM = \angle ICM$
គេទាញបានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម :

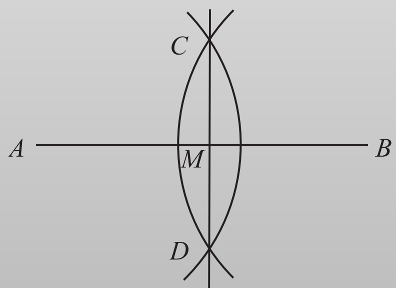
- គ្រប់ចំណុចឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់មួយត្រូវឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីចុងទាំងពីរនៃអង្កត់នោះ
- គ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីចុងទាំងពីនៃអង្កត់មួយ ចំណុចទាំងនេះគឺឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់នោះ ។

156

11th Period

សកម្មភាពបន្ថែម សំណង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់
បញ្ហា ចូរគូរមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ដែលឱ្យដោយប្រើបន្ទាត់ និងដែកឈាន។
តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីគូរ? តាង អង្កត់ AB ជាអង្កត់ដែលឱ្យបន្ទាប់មក

1. គូររង្វង់ពីរនៃកាំដូចគ្នាដែលមានផ្ចិត Aនិង B
2. គូរបន្ទាត់មួយកាត់តាមចំនុចប្រសព្វនៃរង្វង់ទាំងពីរត្រង់ C, D ខាងលើ។
3. បន្ទាត់នេះជាមេដ្យាទ័រដែលកាត់កែងទៅនឹង AB ត្រង់ចំណុចកណ្តាល។



សម្រាយបញ្ជាក់ ក្នុងត្រីកោណ ΔACB និង ΔADB យើងមាន $AC = AD = BC = BD$ កាំនៃរង្វង់ពីរ។ AB គឺជាជ្រុងរួម។ ដូចនេះ $\Delta ACB \cong \Delta ADB$ តាមលក្ខខណ្ឌ ជ ជ ជ នាំឱ្យ $\angle CAM = \angle DAM$ ។
ហើយត្រីកោណពីរ ΔACM និង ΔADM យើងមាន $AC = AD$ ជាកាំរង្វង់តែមួយ និង AM គឺជាជ្រុងរួម។ ដូចនេះ $\Delta ACM \cong \Delta ADM$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) នាំឱ្យ $CM = DM$ និង $\angle AMC = AMD = 90°$។

12th Period

មេរៀនទី ១២

2.2. លក្ខណៈត្រីកោណសមបាត

តាមសម្រាយខាងលើ $MB = MC$ នោះ ΔBMC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល M

ម្យ៉ាងទៀត $\angle IMB = \angle IMC$ នោះ MI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle M$

$IB = IC$ នោះ MI ជាមេដ្យានចំពោះជ្រុង BC នៃ ΔBMC

$MI \perp BC$ ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល I នោះ MI ជាកម្ពស់និងជាមេដ្យាទ័រចំពោះជ្រុង BC នៃ ΔBMC ។ គេអាចទាញបានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម

> ក្នុងត្រីកោណសមបាតមាន
> - មុំបាតទាំងពីរជាមុំប៉ុនគ្នា
> - មេដ្យាទ័រ មេដ្យាន កម្ពស់គូសចេញពីកំពូលនិងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំកំពូលនោះឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

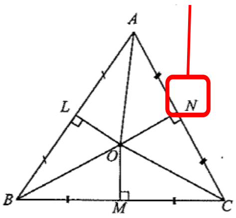
លំហាត់គំរូ : មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC នៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។

ក. បង្ហាញថា $OA = OB = OC$

ខ. បើ N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AC បង្ហាញថា $ON \perp AC$

និម្មិតសញ្ញានេះមិនគួរបង្ហាញពីដំបូងទេ

ចម្លើយ :



ក. មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC កាត់ AB និង BC ត្រង់ L និង M រៀងគ្នា ។ ដោយ O ជាប្រសព្វមេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC នោះគេទាញបាន $OA = OB = OC$ ។

ខ. គេមាន $OA = OC$ (ស្រាយខាងលើ)

នោះ ΔAOC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល O

N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AC នោះ ON ជាមេដ្យានចំពោះជ្រុង AC នៃ ΔAOC

តាមលក្ខណៈត្រីកោណសមបាតគេបានបន្ទាត់ ON ជាមេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AC ។

ដូចនេះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា $ON \perp AC$ ។

សំគាល់ : មេដ្យានទ័រនៃជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O ។ ដោយ $OA = OB = OC$ នោះ O មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ គេអាចកំណត់បានទ្រឹស្ដីបទដូចខាងក្រោម ។

157

សេចក្ដីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំកំពូលនៃត្រីកោណសមបាតមួយដែលមានតួនាទីជាច្រើនដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងសៀវភៅនេះ សិស្សត្រូវតែដឹងពីទិដ្ឋភាពនានានៃបន្ទាត់នេះក៏ដូចជាការអនុវត្តសម្រាយបញ្ជាក់លក្ខណៈផ្សេងពីគ្នាដូចខាងក្រោម។

បញ្ហាបន្ថែម:

ស្រាយបញ្ជាក់ថាសំណើខាងក្រោមពិតចំពោះត្រីកោណសមបាត ។

1. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំគឺជាមេដ្យាន។
2. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំគឺជាកម្ពស់។

(1និង 2 បញ្ជាក់ថាជាមេដ្យទ័រ)

3. មេដ្យានគឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ។
4. មេដ្យានគឺជាកម្ពស់។

(3 និង 4 បញ្ជាក់ថាជាមេដ្យទ័រ)

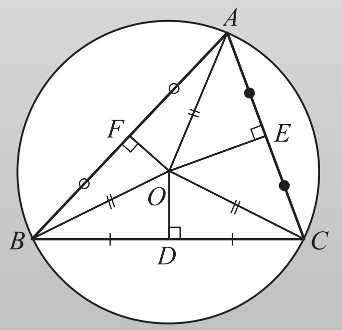
5. កម្ពស់គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ។
6. កម្ពស់គឺជាមេដ្យាន

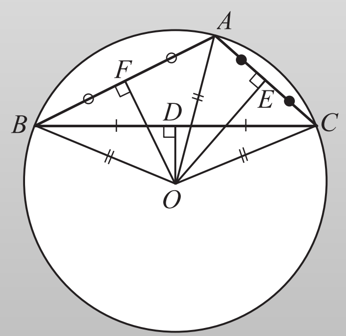
(5 និង 6 បញ្ជាក់ថាជាមេដ្យទ័រ)

ជំនួយ យើងអាចស្រាយបញ្ជាក់ 1និង 2 ដោយលក្ខខណ្ឌ (ម.ម.ជ) 3 និង 4 ដោយលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) 5 និង 6 ដោយលក្ខខណ្ឌ(អ.ម)។ យើងក៏អាចស្រាយបញ្ជាក់ 2 និង 5ដោយគ្រាន់តែប្រើមុំ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម រង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណមួយ

ក្នុងលំហាត់គំរូខាងលើវាត្រូវបានបង្ហាញថាមេដ្យាទ័រនៃជ្រុងទាំងបីប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយចំពោះគ្រប់ត្រីកោណទាំងអស់អស់ (ទ្រឹស្ដីបទនៃទំព័រ 158) ។ ដោយចម្ងាយពីចំណុចប្រសព្វមានចម្ងាយស្មើពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះយើងអាចគូរ រង្វង់កាត់តាមកំពូលទាំងបីបាន។ រង្វង់នេះត្រូវបានគេហៅថារង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ។ ចំណុចO នេះត្រូវបានគេហៅថាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ។





ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណដែលមានមុំស្រួចបីស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ខណៈពេលដែលផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយនៅក្រៅត្រីកោណ។

ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណកែងគឺជាចំនុចកណ្ដាលនៃអ៊ីប៉ូតេនុស។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 3

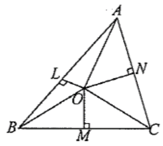
កំណត់បានពីវិសមភាពលើជ្រុង និងមុំនៃត្រីកោណមួយ

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុង និងមុំគឺជាទំនាក់ទំនងមួយដ៏ល្អសម្រាប់ការបង្រៀនសិស្សក្នុងការរកទំនាក់ទំនងធរណីមាត្រដោយខ្លួនឯង។ការបង្រៀននៅក្នុងថ្នាក់រៀននឹងមានដូចខាងក្រោម៖

1. វាស់ប្រវែងនៃជ្រុង និងមុំនៃត្រីកោណមួយដែលឱ្យ។
2. ប្រៀបធៀបលទ្ធផល និងរកឃើញទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុង និងមុំ។
3. ប្រសិនបើសិស្សមានការលំបាករកដើម្បីជួយពួកគេឱ្យរកឃើញទំនាក់ទំនងនេះ ប្រាប់ពួកគេឱ្យរកមើលនៅលំដាប់នៃជ្រុង និងមុំដែលជាជំនួយ។
4. បើសិនជាសិស្សមួយចំនួនអាចទាយទំនាក់ទំនងត្រឹមត្រូវ អនុញ្ញាតឱ្យពួកគេស្រាយបញ្ជាក់។

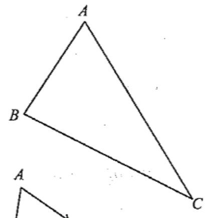
ទ្រឹស្តីបទ : មេដ្យាទ័រជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។



3. វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ

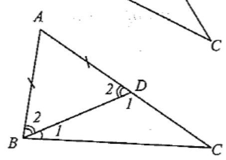
3.1. វិសមភាពចំពោះជ្រុងនិងមុំនៃត្រីកោណមួយ

ឧទាហរណ៍: ក្នុងត្រីកោណ ABC ជ្រុង AC ឈមនឹងមុំ $\angle B$ ជ្រុង AB ឈមនឹង $\angle C$ ដែល $AC>AB$ ។ បង្ហាញថា $\angle B>\angle C$



នៅលើជ្រុង AC ដៅចំណុច D មួយដែល $AD= AB$ ។

គេបាន $AB = AD$ នោះ ΔABD ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់កំពូល A នាំឱ្យ $\angle B_2 = \angle D_2$



ប៉ុន្តែ $\angle D_2$ ជាមុំក្រៅនៃ ΔBCD គេបាន

$\angle D_2 = \angle B_1+\angle C$ នាំឱ្យ $\angle D_2>\angle C$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{ដោយ } \angle B_2 = \angle D_2 \text{ នោះ } \angle B_2>\angle C & (1)\\ \text{ម្យ៉ាងទៀត } \angle B = \angle B_1+\angle B_2 \text{ នោះ } \angle B>\angle B_2 & (2)\end{array}\right\}\text{ នាំឱ្យ } \angle B>\angle C$$

គេទាញបានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

ទ្រឹស្តីបទ : ក្នុងត្រីកោណមួយ

- បើជ្រុងពីរមិនប៉ុនគ្នា មុំដែលឈមនិងជ្រុងទាំងពីរនេះក៏មិនប៉ុនគ្នាដែរ ហើយមុំដែលឈមនិងជ្រុងធំជាង ជាមុំធំជាង
- ច្រាសមកវិញ បើមុំពីរមិនប៉ុនគ្នាជ្រុងដែលឈមនឹងមុំទាំងពីរនេះក៏មានប៉ុនគ្នាដែរ ហើយជ្រុងដែលឈម់និងមុំធំជាងជាជ្រុងធំជាង ។

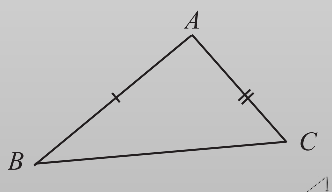
លំហាត់គំរូ: ក្នុង ΔABC មាន $\angle A = 6x+4°$, $\angle B = 7x+12°$ និង $\angle C = 6x-7°$ ។ ចូររៀបជ្រុងនៃ ΔABC.តាមលំដាប់ពីធំទៅតូច ។

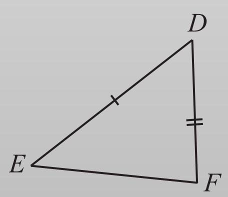
158

បញ្ហាបន្ថែម ទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុង និងមុំសម្រាប់ត្រីកោណពីរ

ខណៈពេលដែលទ្រឹស្តីបទនេះគឺមានទំនាក់ទំនងរវាងជ្រុង និងមុំនៃត្រីកោណមួយហើយបញ្ហានេះមាននៅក្នុង "ធាតុ" Euclid អំពីទំនាក់ទំនងនៃត្រីកោណពីរ។

បញ្ហា ឧបមាថាមានត្រីកោណពីរមានជ្រុងទាំងពីរនៃត្រីកោណមួយដែលមានប្រវែងស្មើគ្នាទៅនឹងជ្រុងត្រូវគ្នានៃត្រីកោណមួយផ្សេងទៀតបង្ហាញថាបើមុំនៅចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរនេះមានទំហំធំជាងនោះ ជ្រុងឈមមុំនេះក៏វែងជាងដែរ។



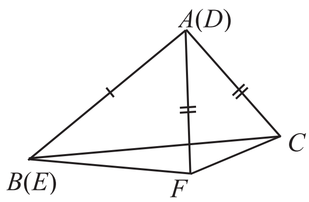


សម្រាយបញ្ជាក់ ឧបមាថាក្នុងត្រីកោណពីរ ΔABC និង ΔDEF មាន $AB = DE, AC = DF$ និង $\angle A > \angle D$ បង្ហាញថា $BC > EF$។ បើផ្លាស់ទីជ្រុង DE ទៅ AB នោះ ΔAFC គឺជាត្រីកោណសមបាត។ យើងបាន

$$\angle BFC > \angle AFC = \angle ACF > \angle BCF$$

ដូចនេះ

$$BC > BF = EF$$



ចម្លើយ: ក្នុង ΔABC គេបាន

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងនៃ ΔABC)

$6x + 4° + 7x + 12° + 6x - 7° = 180°$

$19x + 9° = 180°$

$19x = 180° - 9 = 171°$

$x = \frac{171°}{19} = 9°$

ដោយ $x = 9°$ គេបាន

$\angle A = 6x + 4° = 6(9°) + 4° = 58°$

$\angle B = 7x + 12° = 7(9°) + 12° = 75°$

$\angle C = 6x - 7° = 6(9°) - 7° = 47°$ ដោយ $\angle B > \angle A > \angle C$ នោះគេបាន $AC > BC > AB$ ។

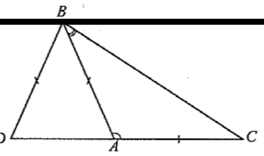
ដូចនេះ ជ្រុងតាមលំដាប់ពីធំទៅតូចគឺ $AC > BC > AB$ ។

ប្រតិបត្តិ : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ

$AB = AC = \boxed{AD}$ និង $\boxed{\angle ABC < \angle BAC}$

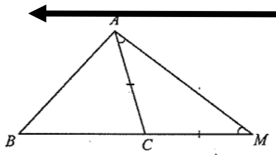
បង្ហាញថា $BD < BC$ ។

កែតម្រូវ:
AD គួរតែជំនួសដោយ BD និង
លក្ខខណ្ឌទី២
ABC ត្រូវតែជាត្រីកោណដែល
មានមុំទាលមួយតាមសម្មតិកម្ម



3.2. វិសមភាពត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍: ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ គេបន្លាយជ្រុង BC ឱ្យបាន CM ដែល $CM = CA$ ។ ចូរប្រៀបធៀប AB និង $BC + AC$ ។



ក្នុង ΔBAM គេបាន $\angle BAM = \angle BAC + \angle CAM$

នាំឱ្យ $\angle BAM > \angle CAM$

ΔACM មាន $CM = CA$ នោះ ΔACM ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល C ។

គេទាញបាន $\angle CAM = \angle CMA$

ហេតុនេះ $\angle BAM > \angle CMA$ ឬ $\angle BAM > \angle BMA$

ក្នុង ΔBAM មាន $\angle BAM > \angle BMA$ នាំឱ្យ $BM > AB$

ដោយ $BM = BC + CM = BC + AC$ (ព្រោះ $AC = CM$)

ដូចនេះ $AC + BC > AB$ ។

គេអាចទាញបានទ្រឹស្តីបទវិសមភាពត្រីកោណដូចខាងក្រោម ។

159

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល A យើងបាន $\angle ACB = \angle ABC$ និង $\angle ABC < \angle BAC$ នោះ: $\angle ACB < \angle BAC$ នោះ: $BC > AB$ តាមទ្រឹស្តីបទ។

ដូចនេះ: $BC > BD$ ដោយ$AB = BD$ តាមសម្មតិកម្ម។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

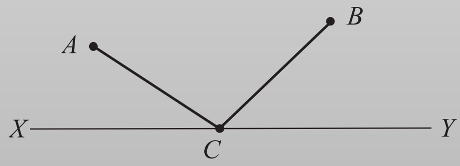
វិសមភាពត្រីកោណនេះជាធម្មជាតិដែលសិស្សខ្លះមានអារម្មណ៍ថាពួកគេមិនដែលបានបង្ហាញវិសមភាពនេះ។ ទោះយ៉ាងណាបើសិនជាយើងព្យាយាមបង្ហាញវា នោះវាក៏លំបាកដោះស្រាយរកវិធីត្រូវដែរ។

សម្រាយបញ្ជាក់នៃសៀវភៅសិក្សាគោលនេះគឺជាការអនុវត្តទ្រឹស្តីបទមុន ហើយគ្រូបង្រៀនគួរអនុញ្ញាតឱ្យសិស្សដែលបានទទួលស្គាល់ពីសារៈសំខាន់នៃសម្រាយបញ្ជាក់តាមបែបតក្កបើទោះបីជាការពិតដែលមើលទៅច្បាស់ណាស់ក៏ដោយ។

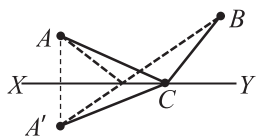
បញ្ហាបន្ថែម រកចម្ងាយផ្លូវខ្លីបំផុត

មានលំហាត់ដ៏ល្បីល្បាញនៃការរកផ្លូវខ្លីបំផុតពីមួយចំណុចទៅមួយផ្សេងទៀតដែលជាការអនុវត្តនៃវិសមភាពត្រីកោណមួយ។ យើងដឹងថាផ្លូវខ្លីបំផុតពីមួយចំណុចទៅមួយផ្សេងទៀតគឺជាបន្ទាត់ត្រង់ដោយប្រើវិសមភាពត្រីកោណនេះ។ ប៉ុន្តែតើយើងដោះស្រាយយ៉ាងដូចម្តេចចំពោះលំហាត់ខាងក្រោមនេះ?

លំហាត់ យើងចង់ផ្លាស់ទីពីចំណុច A ទៅចំណុច B មួយផ្សេងទៀតដោយឆ្លងកាត់តាមចំណុច C មួយនៅលើបន្ទាត់ XY ដូចដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម រកទីតាំងនៃចំណុច C ដែលធ្វើឱ្យប្រវែងផ្លូវ AC + CB ខ្លីបំផុត។



ចម្លើយ: តាង A′ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង XY បន្ទាប់មកប្រវែងផ្លូវ AC + CB =A′C + CB ដូច្នេះលំហាត់នេះរក C ដែលធ្វើឱ្យ A′C + CB ខ្លីបំផុត។ ដោយផ្លូវខ្លីបំផុតគឺបន្ទាត់ A′B តាមវិសមភាពត្រីកោណចំណុច C គួរតែជាចំណុចប្រសព្វនៃ A′B និង XY។



14th Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ទ្រឹស្តីបទបានបកស្រាយថា "ផលបូកនៃរង្វាស់ជ្រុងត្រីកោណពីរគឺធំជាងជ្រុងមួយផ្សេងទៀត" ទោះយ៉ាងណា តើអ្វីដែលយើងពិតជាមានដើម្បីពិនិត្យមើលថាផលបូកនៃរង្វាស់នៃជ្រុងខ្លីទាំងពីរនេះគឺពិតជាធំជាងជ្រុងវែងបំផុតមួយ។ ជាឧទាហរណ៍នៅពេលដែលយើងពិនិត្យមើលជ្រុងចំនួនបី 2m ,4.5 m និង 5.8m ក្នុងចម្លើយ 2 + 5.8 > 4.5 និង

4.5 + 5.8 > 2 ពិតដោយមិនចាំបាច់គណនា។ មានតែ 2 + 4.5 > 5.8 គឺជាវិសមភាពដែលមានតម្លៃត្រូវពិនិត្យ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

មុនពេលពន្យល់ចម្លើយ ឱ្យសិស្សទាយជ្រុងទាំងបីដែលអាចបង្កើតត្រីកោណមួយបាន។

សូមសួរសិស្សប្រសិនបើជ្រុងទាំងបីនៃ 3cm, 5cm និង8cm អាចបង្កើតត្រីកោណមួយបាន ឬមិនបាន។ (ករណីសមភាព 3 + 5 = 8) ។

ទ្រឹស្តីបទ : ផលបូកជ្រុងពីរនៃត្រីកោណមួយធំជាងជ្រុងមួយទៀត ។

លំហាត់គំរូ: គ្រូម្នាក់បានឱ្យឈើបួនកំណាត់ទៅសុខាដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយសម្រាប់ធ្វើជាគ្រោងស៊ុមព័ទ្ធសួនផ្កាមួយកន្លែង ។ ប្រវែងនៃកំណាត់ឈើមាន $2m$, $4.5m$, $5.8m$ និង $10.2m$ ។

តើសុខាអាចបង្កើតត្រីកោណខុសៗគ្នាបានប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ: មានបួនរបៀបដែលសុខាអាចជ្រើសរើសឈើបីកំណាត់ ដើម្បីបង្កើតត្រីកោណសម្រាប់ធ្វើគ្រោងស៊ុមព័ទ្ធសួនផ្កា ។ សុខាអាចជ្រើសរើសបន្សំដូចខាងក្រោម

ក. $2m$, $4.5m$ និង $5.8m$

ខ. $2m$, $4.5m$ និង $10.2m$

គ. $2m$, $5.8m$ និង $10.2m$

ឃ. $4.5m$, $5.8m$ និង $10.2m$

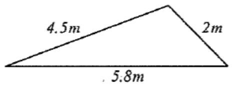
ដើម្បីកំណត់ថា បន្សំនីមួយៗនៃបន្សំទាំងបួន អាចប្រើសម្រាប់ផ្គុំបានត្រីកោណមួយគេត្រូវសាកល្បងថាបន្សំទាំងអស់ចំពោះប្រវែងនៃជ្រុងទាំងបីផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមភាពត្រីកោណ

ក. $2m$, $4.5m$ និង $5.8m$

$2+5.8>4.5$ ពិតឬទេ? (ពិត)

$4.5+5.8>2$ ពិតឬទេ? (ពិត)

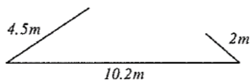
$2+4.5>5.8$ ពិតឬទេ? (ពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយបាន ។

ខ. $2m$, $4.5m$ និង $10.2m$

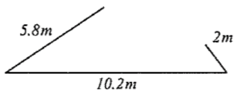
$2+4.5>10.2$ ពិតឬទេ? (មិនពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះមិនអាចដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយបាន ។

គ. $2m$, $5.8m$ និង $10.2m$

$2+5.8>10.2$ ពិតឬទេ? (មិនពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះមិនអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណមួយបានទេ ។

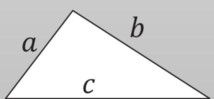
160

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូបង្រៀនស្រួច ឬទាល (ចាប់ពីថ្នាក់ទី ៩)?

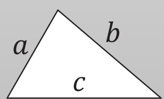
ទ្រឹស្តីបទបានបង្ហាញពីលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យសម្រាប់លទ្ធភាពដែលចំនួនជ្រុងបីអាចបង្កើតត្រីកោណមួយ។

នៅពេលដែលយើងបង្កើតត្រីកោណមួយដែលយើងទទួលស្គាល់ថាវាមានត្រីកោណបីប្រភេទគឺ: ត្រីកោណកែង, ត្រីកោណដែលមានមុំស្រួចបី និងត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយ។ តើមានវិធីណាមួយដើម្បីកំណត់ប្រភេទនៃត្រីកោណនឹងត្រូវបានធ្វើឡើងបើគេឱ្យជ្រុងបី?

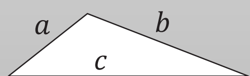
តាងប្រវែងជ្រុងបីគឺ a, b, c និងបំពេញលក្ខខណ្ឌលំដាប់ $a \leq b \leq c$។ ជាការពិតណាស់ហើយដែលវាបានបំពេញវិសមភាពត្រីកោណ $a + b > c$ តែបើ $a^2 + b^2 = c^2$ នោះវាគឺជាត្រីកោណកែងតាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ។ ចំពោះត្រីកោណដែលមានមុំស្រួចបីនោះ $a^2 + b^2 > c^2$ ដោយ c គឺខ្លីជាងករណីត្រីកោណកែង។ ផ្ទុយទៅវិញសម្រាប់ត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយនោះ: $a^2 + b^2 < c^2$ ពិត។ ដោយ c គឺវែងជាងករណីត្រីកោណកែង។.



$a^2 + b^2 = c^2$



$a^2 + b^2 > c^2$



$a^2 + b^2 < c^2$

15th Period

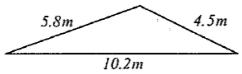
មេរៀនទី ១២

ឃ. $4.5m$, $5.8m$ និង $10.2m$

$4.5+5.8>10.2$ ពិតឬទេ? (ពិត)

$4.5+10.2>5.8$ ពិតឬទេ? (ពិត)

$5.8+10.2>4.5$ ពិតឬទេ? (ពិត) ។



កំណាត់ឈើទាំងបីនេះអាចប្រើដើម្បីបង្កើតត្រីកោណបានមួយ ។

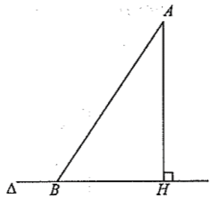
ប្រតិបត្តិ : កំណត់ថា តើរង្វាស់ជ្រុងដែលឱ្យក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោមនេះអាចគូសបានត្រីកោណមួយឬទេ? ព្រោះអ្វី?

ក. 12 , 11 , 17 ខ. 1 , 2 , 3 គ. 4.7 , 9 , 4.1 ។

4. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់កែង-អង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់ទ្រេត

4.1. អង្កត់កែងនិងអង្កត់ទ្រេត

- ចំណុច A មួយមិនឋិតនៅលើបន្ទាត់ Δ ។ គេគូសអង្កត់ $AH\perp\Delta$ ។ អង្កត់ AH ហៅថាអង្កត់កែងនិងបន្ទាត់ Δ ។ ចំណុច H ហៅថាជើងចំណោលកែងនៃចំណុច A លើបន្ទាត់ Δ ។ AH ហៅថាប្រវែងអង្កត់កែងឬចម្ងាយពី A ទៅបន្ទាត់ Δ ។



- ចំណុច B ឋិតនៅលើបន្ទាត់ Δ ផ្សេងពី H ។ អង្កត់ AB ហៅថាអង្កត់ទ្រេតដែល B ជាជើងអង្កត់ទ្រេត ។ អង្កត់ HB ហៅថាចំណោលកែងនៃអង្កត់ AB លើបន្ទាត់ Δ ។ ចម្ងាយ HB ជាគំលាតរវាងអង្កត់កែងនិងអង្កត់ទ្រេត ។

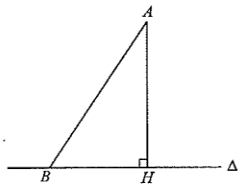
4.2. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់កែង

ត្រីកោណ AHB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ H គេបាន

$\angle H>\angle A$ នាំឱ្យ $AB>BH$

$\angle H>\angle B$ នាំឱ្យ $AB>AH$

ដូចនេះ ក្នុងត្រីកោណកែងអ៊ីប៉ូតេនុសវែងជាងជ្រុងពីរទៀតជាប់នឹងមុំកែង ។



ជាទូទៅ: អង្កត់កែងមានប្រវែងខ្លីជាងអង្កត់ទ្រេត ។

161

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ក. ដោយ $11+12>17$ ត្រីកោណអាចសង់បាន។

ខ. ដោយ $1+2=3$ ត្រីកោណមិនអាចសង់បាន។

C. ដោយ $4.7+4.1<9$ ត្រីកោណមិនអាចសង់បាន។

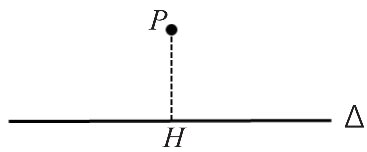
តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 4

កំណត់វិសមភាពនៃប្រវែងនៃអង្កត់កែង និងអង្កត់ទ្រេតបាន។

លំហាត់បន្ថែម

រកចំណុចនៅលើបន្ទាត់ Δ ដែលនៅជិតបំផុតពីចំណុច P។

ចម្លើយ ពីចំណុច P គូរបន្ទាត់កាត់កែងទៅនឹង Δ និងតាងដោយ H ជើងចំណោលកែង។ នោះ H គឺជាចំណុចដែលនៅជិតបំផុត។

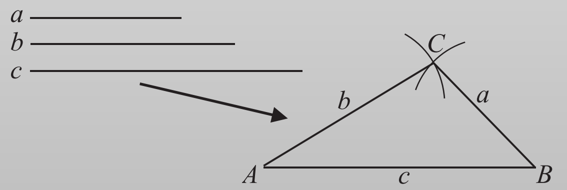


សកម្មភាពបន្ថែម ពីរលំហាត់នៃ“ធាតុ” របស់Euclid

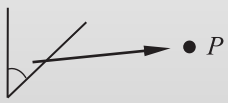
លំហាត់ សង់ត្រីកោណមួយពីអង្កត់ដែលបានផ្តល់ឱ្យចំនួនបី ។

តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីសង់? តាងប្រវែងនៃជ្រុងទាំងបីដោយ *a, b, c* បំពេញ a ≤ b ≤ c លំដាប់។

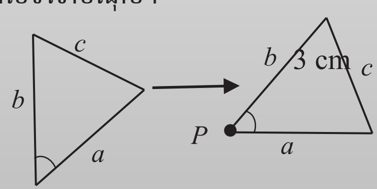
ជាដំបូងគូរអង្កត់ AB ដែលមានប្រវែង *c* និងគូររង្វង់ពីរដែលមានកាំ *b* និង *a* ផ្ចិត A និង B រៀងគ្នាដែលប្រសព្វគ្នាបានចំណុច C



លំហាត់ ផ្លាស់ទីមុំដែលបានផ្តល់ឱ្យទៅចំណុច P



តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីសង់?: សង់ត្រីកោណមួយដែលរួមមានមុំដែលបានឱ្យ និងគូរត្រីកោណប៉ុនគ្នានៅចំណុច P នោះមុំក៏បានផ្លាស់ទីទៅចំណុច P



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

លទ្ធផលនៅក្នុងឧទាហរណ៍ទី 1 អាចនឹងត្រូវបានកែប្រែរូបមន្តនៅក្នុងលក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណសមបាតដូចខាងក្រោម។

សំណើទីមួយ

ប្រសិនបើ AB = AC និង AH ⊥ BC

នោះ HB = HC

នៅក្នុងត្រីកោណសមបាត ABC នោះកម្ពស់ដែលគូសចេញពីកំពូលគឺជាមេដ្យាន(ហើយក៏ជាមេដ្យាទ័រនៃBC)។

សំណើទីពីរ

ប្រសិនបើ AH ⊥ BC និង HB = HC,

បន្ទាប់មកប់ AB = AC

ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសិនបើកម្ពស់ដែលគូសចេញពី A នេះគឺជាមេដ្យាន នោះ ΔABC ជាត្រីកោណសមបាត។

សំណើទីបី

ប្រសិនបើ AB = AC និង HB = HC

នោះ AH ⊥ BC

ដោយសិស្សងាយនឹងយល់ច្រឡំ ត្រូវប្រាកដថាបានបញ្ជាក់ពីលក្ខខណ្ឌ និងការសន្និដ្ឋានយ៉ាងច្បាស់លាស់។

4.3. ប្រៀបធៀបអង្កត់ទ្រេតនិងអង្កត់ទ្រេត

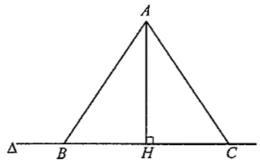
ឧទាហរណ៍ទី 1: ចំណុច B និង C ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ Δ និងអង្កត់ $AH \perp \Delta$

- បើ $HB = HC$ នោះបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC នាំឱ្យ $AB = AC$
- បើ $AB = AC$ នោះ ABC ជាត្រីកោណសមបាត

គេទាញបានបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃបាត BC ។

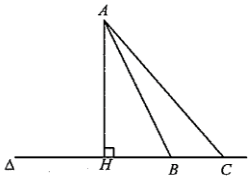
ដូចនេះ គេបាន $HB = HC$ ។

គេអាចសន្និដ្ឋានដូចខាងក្រោម ។

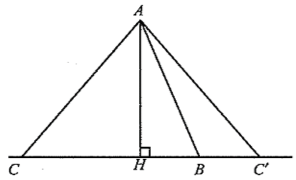


- អង្កត់ទ្រេតពីរប៉ុនគ្នាមានគំលាតស្មើគ្នា
- អង្កត់ទ្រេតពីរដែលមានគំលាតស្មើគ្នាជាអង្កត់ទ្រេតប៉ុនគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2: បើ B និង C ឋិតនៅតែម្ខាងនៃចំណុច H នៅលើបន្ទាត់ Δ ដែល $HB < HC$ (ដូចរូបទី 1) ។ ប្រៀបធៀប AB និង AC



រូបទី ១



រូបទី ២

ក្នុង ΔAHB មាន $\angle ABC$ ជាមុំក្រៅនៃ $\angle ABH$

គេបាន $\angle ABC = 90° + \angle HAB$ ជាមុំទាល

ដូចនេះ ក្នុង ΔABC បើ $\angle ABC > \angle ACB$ នាំឱ្យ $AC > AB$

បើ B និង C នៅសងខាង H (រូបទី 2)ដៅចំណុច C' មួយនៅលើបន្ទាត់ Δ ដែល $HC' = HC$ ។

គេបាន $AC = AC' > AB$

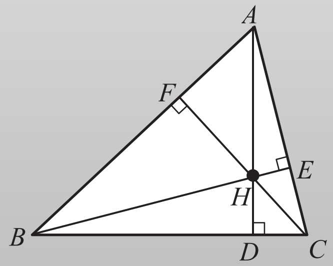
ដូចនេះ $AC > AB$ ។

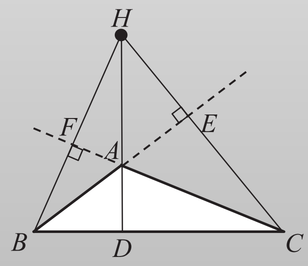
162

ចំណេះដឹងបន្ថែម អរតូសង់នៃត្រីកោណមួយ

យើងបានឃើញថាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំទាំងបីជួបគ្នានៅត្រង់ចំណុចមួយដែលគេហៅថា **ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង**(ទំព័រទី156) និងបីមេដ្យាទ័រប្រសព្វគ្នានៅត្រង់ចំណុចមួយដែលគេហៅថា**ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ** (ទំព័រទី158) ។

មានចំណុចប្រសព្វជាច្រើនផ្សេងទៀតសម្រាប់ត្រីកោណមួយដែលមាន **"អរតូសង់"** ដែលជាចំនុចប្រសព្វនៃកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបខាងក្រោមផ្នែកខាងឆ្វេង។ សម្រាយបញ្ជាក់អត្ថិភាពនៃអរតូសង់នេះតម្រូវឱ្យមានលក្ខណៈមួយចំនួននៃរង្វង់ និងមិនត្រូវបានបង្ហាញនៅពេលនេះ។ ដូចជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅដែរ អរតូសង់នៃត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយនៅក្រៅត្រីកោណត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបផ្នែកខាងស្ដាំដៃ។



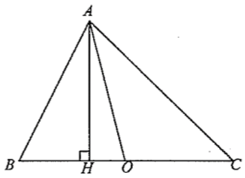


អរតូសង់នៃត្រីកោណកែងត្រួតនឹងកំពូលនៃមុំកែង។

មេរៀនទី ១២

> *ជាទូទៅ :*
> - រវាងអង្កត់ទ្រេតពីរ អង្កត់ទ្រេតមានគំលាតធំជាអង្កត់ទ្រេតធំ ។
> - រវាងអង្កត់ទ្រេតពីរ អង្កត់ទ្រេតធំជាអង្កត់ទ្រេតដែលមានគំលាតធំ ។

លំហាត់គំរូ: គេឱ្យ ABC ជាត្រីកោណមួយដែល $AB<AC$ ។ នៅក្នុងត្រីកោណនេះគេគូសកម្ពស់ AH និងមេដ្យាន AO ។ ប្រៀបធៀប AH , OA និង AC ។



ចម្លើយ: អង្កត់ AH ជាអង្កត់កែង

ហើយ AO ជាអង្កត់ទ្រេត

គេបាន $AO>AH$ (1)

ដោយ $AB<AC$ (សម្មតិកម្ម)

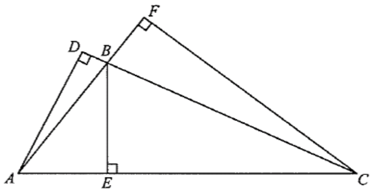
ហើយចំណុច H ឋិតនៅចន្លោះ B និង O

គេទាញបាន $HO<HC$ នាំឱ្យ $AO<AC$ (2)

តាម (1)និង (2)គេបាន: $AH<AO<AC$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យអង្កត់ AD , BE និង CF ជាកម្ពស់នៃ ΔABC ។

បង្ហាញថា $AB+BC+AC>AD+BE+CF$



163

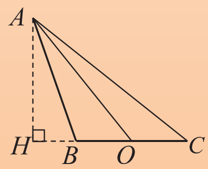
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

1.ក្នុងចម្លើយនេះវាត្រូវបានគេបកស្រាយថា: "ដោយ AB < AC នោះH គឺនៅចន្លោះ B និង O" នេះមើលទៅច្បាស់ប៉ុន្តែសិស្សមួយចំនួនអាចនឹងឆ្ងល់ថាហេតុអ្វី? នោះការពន្យល់ដូចខាងក្រោម: AB < AC នាំឱ្យ BH < HC ហើយ BH គឺតិចជាងពាក់កណ្ដាល BC។

ដូចនេះ BH< BO។

2. យើងអាចនិយាយបានថា AB ≥ AH តែអំពីប្រវែងនៃ AB។

3. រូបផ្សេងទៀតគឺអាចធ្វើទៅបានបំពេញលក្ខខណ្ឌ AB < AC ដូចខាងក្រោមដែលក្នុងនោះ H មិននៅក្នុងចន្លោះរវាងB និង O ទេប៉ុន្តែទទួលបានលទ្ធផលដូចគ្នា។

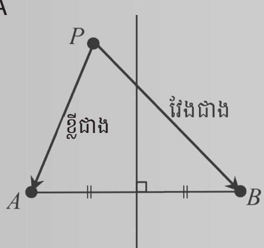


ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយទំនាក់ទំនងរវាងមុំទាល និងអង្កត់កែងនោះ: $AB > AD$, $BC > BE$ និង $AC > CF$ បូកវិសមភាពទាំងបីយើងបានវិសមភាពដែលចង់បាន។

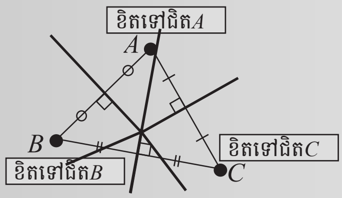
សកម្មភាពបន្ថែមការចែកប្លង់ដោយចំណុចជិតបំផុត

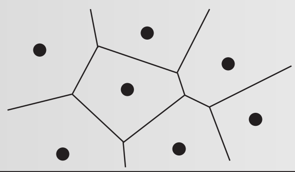
នៅពេលដែលពីរចំណុច A, B និងចំណុច P មួយផ្សេងទៀតត្រូវបានឱ្យ។ ទ្រឹស្តីបទនៃទំព័រនេះផ្តល់ឱ្យយើងនូវវិធីវិនិច្ឆ័យរវាង A និង B មួយណានៅជិត P ជាង ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបខាងក្រោម P គឺខិតទៅជិត A ប្រសិនបើមាន P និងចំណុចA គឺនៅតែម្ខាងដូចគ្នានៃមេដ្យាទ័រ។



លំហាត់ គេឱ្យបីចំណុច A, B និង C រកផ្ទៃក្រឡាដែលចំណុច A គឺជិតជាង B និង C, រកផងដែរនូវផ្ទៃក្រឡាមួយក្នុងចំណោម C, B ដែលជិតបំផុតរៀងគ្នា។

ចម្លើយ គូរមេដ្យាទ័រនៃ AB និងមេដ្យាទ័រនៃAC ចំណុចបានកាន់តែខិតជិតទៅ B ជាង Cដែលមាននៅលើផ្នែកដូចគ្នាជាចំណុចA គោរពតាមមេដ្យាទ័រទាំងពីរដូចបានបង្ហាញខាងក្រោមចំណុចជិត B និង C ត្រូវបានគេរកឃើញផងដែរនៅក្នុងវិធីនេះ។





ករណីដែលមានចំណុចជាច្រើន គេហៅថាដ្យាក្រាមវ៉ូរ៉ូណូវ (Voronoi)

ចម្លើយលំហាត់

1. ដោយ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ យើងបាន $BC = EF$ ហើយ $2x + 30 = 5x - 90$ តាមការដោះស្រាយ យើងបាន $x = 40$ ហេតុនេះ $BC = 2x + 30 = 110$cm ។
2. ដោយ ΔPQR ជាត្រីកោណសមបាត នោះ $\angle Q = \angle R$។ ហើយតាមសម្មតិកម្ម $\angle PST = \angle PTS$ យើងបាន $\angle PSQ = \angle PTR$។ សមភាពទាំងពីរនេះទាញបាន $\angle QPS = \angle RPT$ ទាំងសម្មតិកម្មដែលឱ្យ $PQ = PR$, យើងបាន $\Delta PQS \cong \Delta PRT$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម)។
3. ក្នុងត្រីកោណពីរ ΔMTO ΔMBA,មាន $MT = MB$ និង $MA = MO$ (សម្មតិកម្ម)។ តែ $\angle TMO = \angle AMB$ មុំរួម

   ដូចនេះ $\Delta MTO \cong \Delta MBA$ តាម

   លក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ)។

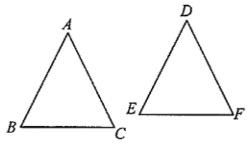
លំហាត់

1. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

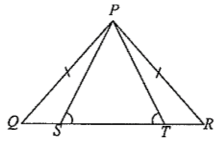
   $BC = (2x+30)cm$

   $EF = (5x-90)cm$

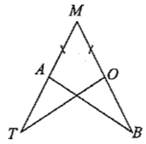
   គណនា BC ។



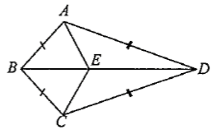
2. ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះគេឱ្យ $PQ = PR$ និង $\angle PST = \angle PTS$ ប្រៀបធៀប ΔPQS និង ΔPRT ។



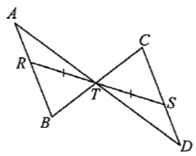
3. គេឱ្យ $MT = MB$ និង $MA = MO$ ។ បង្ហាញថា $\Delta MTO \cong \Delta MBA$ ។



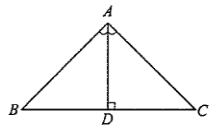
4. គេឱ្យ $AB = BC$ និង $AD = CD$ ។ ប្រៀបធៀប ΔAED និង ΔCED ។



5. គេឱ្យ $AB \parallel CD$ និង $TR = TS$ ។ បង្ហាញថា $\Delta ABT \cong \Delta DCT$ ។



6. គេឱ្យ $\angle BAD = \angle CAD$ និង $AD \perp BC$ បង្ហាញថា $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ និង $AB = AC$ ។



164

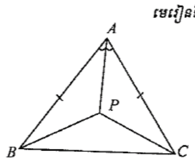
4. ក្នុងត្រីកោណ ΔABD និង ΔACD $AB = CB$ និង $AD = CD$ (សម្មតិកម្ម) និងBD គឺជាជ្រុងរួម ដូចនេះ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ) ដូចនេះ $\angle ADE = \angle CDE$ ហើយ $AD = CD$ ជ្រុងរួម ED នាំឱ្យ $\Delta AED \cong \Delta CED$ លក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ)។
5. ក្នុងត្រីកោណ ΔART និង ΔDST, $\angle ART = \angle DST$ មុំឆ្លាស់ក្នុង និង $\angle ATR = \angle DTS$ មុំទល់កំពូល ហើយ $TR = TS$ (សម្មតិកម្ម) $\Delta ART \cong \Delta DST$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម)។ ដូចនេះ $AT = DT$ ។ ដូចគ្នានេះដែរ, $BT = CT$ ដោយ $\Delta BRT \cong \Delta CST$។ ដោយ $\angle ATB = \angle DTC$ មុំទល់កំពូល យើងបាន $\Delta ABT \cong \Delta DCT$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ)។
6. ក្នុងត្រីកោណកែង ΔABD និង ΔACD យើងបាន AD ជ្រុងរួមនិង $\angle BAD = \angle CAD$ ។ ដោយ $\angle BDA = \angle CDA$ (មុំកែង) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ជ.ជ) ដូចនេះ $AB = AC$

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

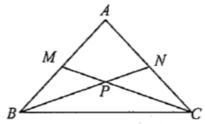
មានវិធីជាច្រើនក្នុងការស្រាយបញ្ជាក់ធរណីមាត្រ ហើយពេលខ្លះសិស្សមិនរំពឹងថាថាអាចបង្ហាញទាំងអស់ទេ។ សម្រាយបញ្ជាក់បែបនេះជាញឹកញាប់គឺមិនត្រឹមត្រូវ ឬមិនពេញលេញទេតែអាចមានគំនិតថ្មីមួយចំនួនដែលនាំឱ្យអ្នកមានអំណះអំណាងថ្មីមួយ។ ដូចនេះគ្រូត្រូវយល់ដឹងពីគំនិតរបស់សិស្ស

មេរៀនទី ១២

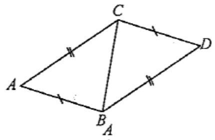
7. គេឱ្យ P ជាចំណុចមួយឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ របស់ត្រីកោណសមបាត ABC ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $PB = PC$ ។



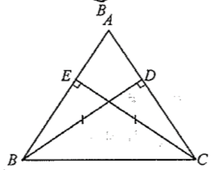
8. ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ M និង N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ហើយ P ជាចំណុចប្រសព្វនៃ BN និង CM ។ បង្ហាញថា ΔPBC ជាត្រីកោណសមបាត ។



9. គេឱ្យ $AB = CD$ និង $AC = BD$ ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ABC និង BDC ។



10. ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ កម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B និង C កាត់ជ្រុងឈម ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ បង្ហាញថា បើ $BD = CE$ នោះ $\angle ABC = \angle ACB$ ។

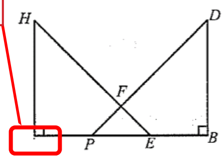


កែតម្រូវ: ដាក់ "O"

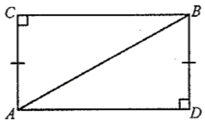
11. គេឱ្យ $HO \perp OB$, $DB \perp OB$ $OP = BE$, $HO = DB$ ។ បង្ហាញថា

ក. $\Delta HOE \cong \Delta DBP$

ខ. ΔFPE ជាត្រីកោណសមបាត ។



12. ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ គេឱ្យ $AC = BD$ និង $\angle C = \angle D = 90°$ ។ បង្ហាញថា $BC = AD$ និង $BC \parallel AB$ ។



165

7. ក្នុងត្រីកោណ ΔAPB និង ΔAPC យើងមាន $AB = AC$ និង $\angle BAP = \angle CAP$ សម្មតិកម្ម។ និង AP ជ្រុងរួម។ ដូចនេះយើងបាន $\Delta APB \cong \Delta APC$ (ជ.ម.ជ)។ ដូចនេះ $PB = PC$

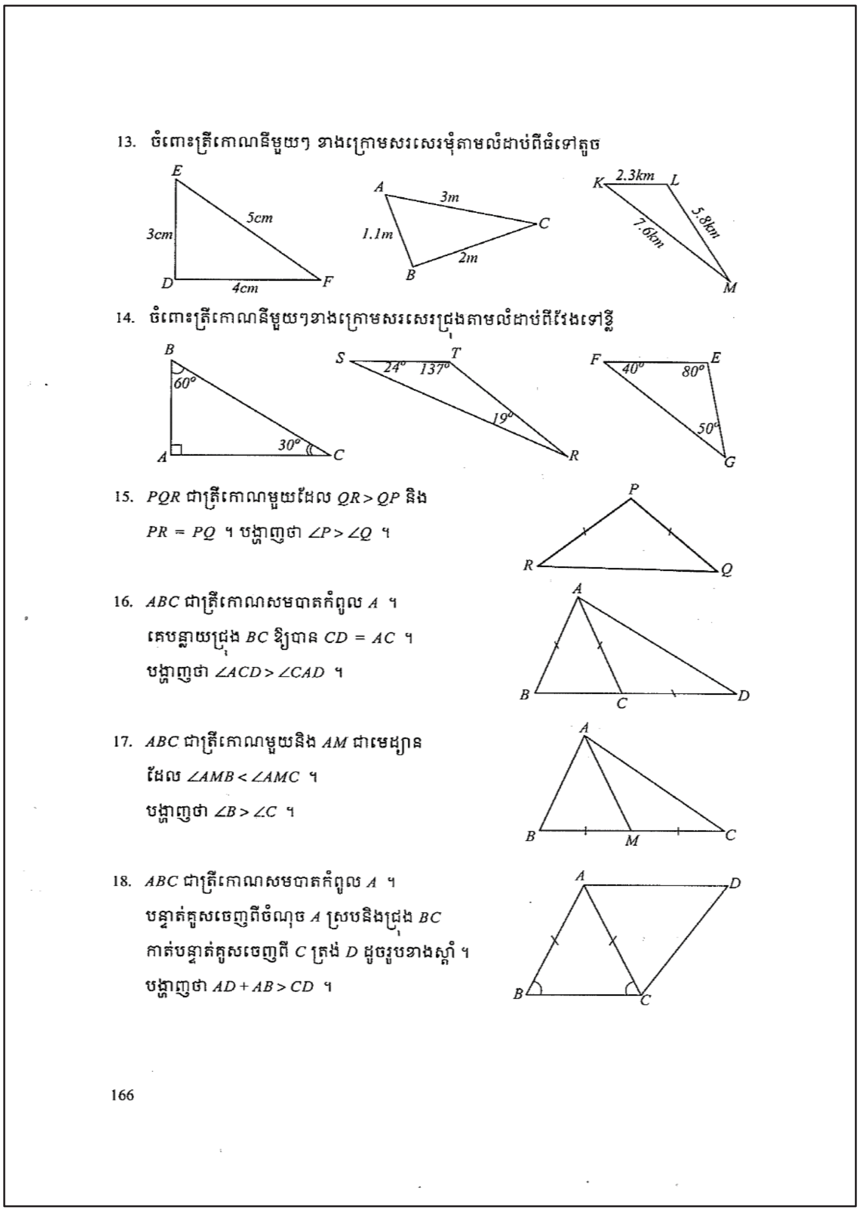
8. ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត យើងបាន $\angle ABC = \angle ACB$ ។ ក្នុងត្រីកោណ ΔMBC និង ΔNCB មាន $\angle MBC = \angle NCB$ និង $MB = NC$ តាមសម្មតិកម្ម ហើយ BC គឺជាជ្រុងរួម។ ដូចនេះ $\Delta MBC \cong \Delta NCB$ តាមលក្ខខណ្ឌ (ជ.ម.ជ) ដូចនេះ $\angle NBC = \angle MCB$ ឬ $\angle PBC = \angle PCB$ ទាញបាន ΔPBC គឺជាត្រីកោណសមបាត។

9. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC និង ΔDCB មាន $AB = DC$ និង $AC = DB$ សម្មតិកម្ម។ ដោយ BC គឺជាជ្រុងរួមនោះ $\Delta ABC \cong \Delta DCB$ តាមលក្ខខណ្ឌ(ជ.ម.ជ) ។

10. ក្នុងត្រីកោណកែងពីរ ΔEBC និង ΔDCB យើងមាន BC ជាជ្រុងរួម ហើយ $EC = DB$ តាមសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះ $\Delta EBC \cong \Delta DCB$ តាមលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ)។ ដូចនេះ $\angle EBC = \angle DCB$ ឬ $\angle ABC = \angle ACB$

11. ក្នុងត្រីកោណកែងពីរ ΔHOE និង ΔDBP , $HO = DB$ តាមសម្មតិកម្ម។ ថែម PE ទៅអង្គសងខាងនៃសម្មតិកម្ម $OP = BE$ យើងបាន $OE = BP$ ។ ដោយ $\angle HOE = \angle DBP = 90°$, $\Delta HOE \cong \Delta DBP$ តាម ជ ម ជ។ តាមត្រីកោណប៉ុនគ្នា $\angle HEO = \angle DPB$ ឬ $\angle FEP = \angle FPE$ ទាញបានថា ΔFPE ជាត្រីកោណ កោណសមបាត

12. ក្នុងត្រីកោណកែងពីរ ΔACB និង ΔBDA, អ៊ីប៉ូតេនុសរួម AB និង $AC = BD$ តាមសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះ $\Delta ACB \cong BDA$ តាមលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ) យើងបាន $BC = AD$ និង $\angle ABC = \angle BAD$ ម្យ៉ាងទៀត $\angle ABC = \angle BAD$ ទាញបាន $BC \parallel AD$ មុំឆ្លាស់ក្នុង។



13. ចំពោះត្រីកោណនីមួយៗ ខាងក្រោមសរសេរមុំតាមលំដាប់ពីធំទៅតូច

14. ចំពោះត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមសរសេរជ្រុងតាមលំដាប់ពីវែងទៅខ្លី

15. PQR ជាត្រីកោណមួយដែល $QR > QP$ និង $PR = PQ$ ។ បង្ហាញថា $\angle P > \angle Q$ ។

16. ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ គេបន្លាយជ្រុង BC ឱ្យបាន $CD = AC$ ។ បង្ហាញថា $\angle ACD > \angle CAD$ ។

17. ABC ជាត្រីកោណមួយនិង AM ជាមេដ្យាន ដែល $\angle AMB < \angle AMC$ ។ បង្ហាញថា $\angle B > \angle C$ ។

18. ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។ បន្ទាត់គូសចេញពីចំណុច A ស្របនឹងជ្រុង BC កាត់បន្ទាត់គូសចេញពី C ត្រង់ D ដូចរូបខាងស្តាំ ។ បង្ហាញថា $AD + AB > CD$ ។

166

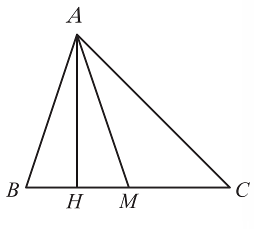
13. តាមសម្បតិកម្មក្នុង ΔDEF
$EF > DF > DE$ យើងបាន
$D > \angle E > \angle F$
តាមសម្បតិកម្មចំពោះ ΔABC,
$AC > BC > AB$ យើងបាន
$\angle B > \angle A > \angle C$
តាមសម្បតិកម្មចំពោះ ΔKLM,
$KM > ML > KL$ យើងបាន
$\angle L > \angle K > \angle M$។

14. តាមសម្បតិកម្មចំពោះ ΔABC,
$\angle A > \angle B > \angle C$ យើងបាន
$BC > AC > AB$
តាមសម្បតិកម្មចំពោះ ΔRST,
$\angle T > \angle S > \angle R$ យើងបាន
$SR > TR > ST$
តាមសម្បតិកម្មចំពោះ ΔEFG,
$\angle E > \angle G > \angle F$ យើងបាន
$FG > EF > EG$

15. តាមសម្បតិកម្ម យើងបាន
$QR > QP = PQ = PR$
$QR > PR$ ។
ដូចនេះតាមវិសមភាព ជ្រុង និង មុំ យើងបាន $\angle P > \angle Q$

16. ដោយ $\angle ACD$ គឺជាមុំក្រៅត្រីកោណ ΔABC នោះ
$\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ នាំឱ្យ $\angle ACD > \angle ABC$
ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត នោះយើងបាន
$\angle ABC = \angle ACB$ នាំឱ្យ $\angle ACD > \angle ACB$ (1)
ដោយ $\angle ACB$ គឺជាមុំក្រៅត្រីកោណ ΔACD នោះ:
$\angle ACB = \angle CAD + \angle CDA = 2\angle CAD$ នាំឱ្យ
$\angle ACB > \angle CAD$ (2)
តាម (1) និង (2) យើងបាន $\angle ACD > \angle CAD$។

17. គូរកម្ពស់ពី A ទៅកែងនឹង BC ត្រង់ H ដូចដែលបាន បង្ហាញនៅខាងស្តាំ

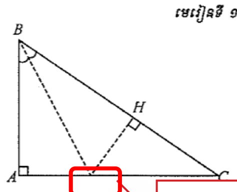


តាមសម្បតិកម្ម $\angle AMB$ គឺជាមុំស្រួច នោះចណុច H ត្រូវតែនៅចន្លោះរវាងចំណុច B និង M មានន័យថា $BH < CH$ នាំឱ្យ $AB < AC$ តាមលក្ខខណ្ឌបន្ទាត់ទ្រេត។ ហើយតាមវិសមភាពជ្រុង និងមុំ នោះមុំឈម $\angle B > \angle C$។

18. ក្នុងត្រីកោណ ΔACD, $AC + AD > CD$ តាមវិសមភាពត្រីកោណ។ ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត នោះ $AB = AC$។ ជំនួស AC ដោយ AB ក្នុងវិសមភាពខាងលើ យើងបាន $AB + AD > CD$។

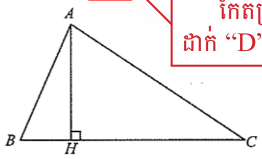
មេរៀនទី ១២

19. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ កាត់ជ្រុង AC ត្រង់ D ។ H ជាចំណោលកែងនៃ D លើបន្ទាត់ BC ។
បង្ហាញថា $AD < CD$ ។



កែតម្រូវ:
ដាក់ “D”

20. ABC ជាត្រីកោណមួយមានកម្ពស់ AH ។
ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $AH < \frac{AB+AC}{2}$
ខ. ស្រាយបំភ្លឺថាផលបូកកម្ពស់ទាំងបីនៃ ΔABC ខ្លីជាងប្រវែងបរិមាត្ររបស់វា ។



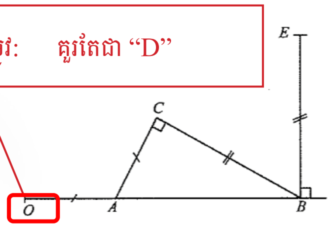
21. ABC ជាត្រីកោណមួយដែល $AB = 3$ និង $AC = 4$ ។ ប្រើវិសមភាពត្រីកោណ បង្ហាញថា $1 < BC < 7$ ។

22. ABC ជាត្រីកោណមួយនិង M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC ។ D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹងចំណុច M ។
ក. ប្រៀបធៀប ΔABM និង ΔDCM
ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{AC-AB}{2} < AM < \frac{AC+AB}{2}$ ។

កែតម្រូវ:
គួរតែជា “AB-AC”

កែតម្រូវ: គួរតែជា “D”

23. ក. ប្រើបន្ទាត់និងដែកឈានសង់រូបខាងក្រោម
ខ. តើចំណុច D, C, E រត់ត្រង់ជួរគ្នាឬទេ?
(បញ្ជាក់ : គណនា $\angle DCE$)



24. ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ តាម I គេគូសបន្ទាត់មួយស្របនឹងបន្ទាត់ BC ហើយកាត់បន្ទាត់ AB ត្រង់ D និង AC ត្រង់ E ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $DE = BD + CE$ ។

25. ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ប្រសព្វ BC ត្រង់ចំណុច D ។ បន្ទាត់មួយដែលគូសចេញពី C ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ AD កាត់បន្ទាត់ BA ត្រង់ E ។ បង្ហាញថា $AE = AC$ ។

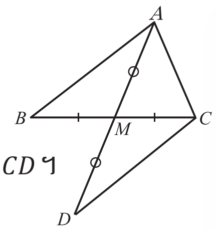
167

19. ក្នុងត្រីកោណកែងពីរ ΔABD និង ΔHBD មាន BD គឺជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម និង $\angle ABD = \angle HBD$ នោះ $\Delta ABD \cong \Delta HBD$ (អ.ម)។ នាំឱ្យ $AD = HD$។ និង ក្នុង ΔHCD មាន $HD < CD$ ដោយ CD គឺជាអ៊ីប៉ូតេនុស ដូចនេះ $AD < CD$

20. (ក) $AH < AB$ និង $AH < AC$ តាមការប្រៀបធៀបជ្រុងកែង និងជ្រុងទ្រេត។ បូកវិសមីការខាងលើរួចចែកនឹង 2 យើងបាន $AH < \frac{AB+AC}{2}$។
(ខ) តាងកម្ពស់ពីរទៀតដោយ BI និង CJ។ ធ្វើដូច (A) យើងបាន $BI < \frac{AB+BC}{2}$, $CJ < \frac{AC+BC}{2}$។ បូកបីវិសមីការ យើងបាន $AH + BI + CJ < AB + BC + CA$។

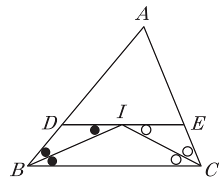
21. $AB + BC > AC$ នាំឱ្យ $BC > AC - AB = 4 - 3 = 1$។ ហើយ $AB + AC > BC$ នាំឱ្យ $BC < 3 + 4 = 7$។ តាមវិសមភាពទាំងពីរយើងបាន $1 < BC < 7$។

22. (ក) ក្នុងត្រីកោណកែងពីរ ΔABM និង ΔDCM, $\Delta AMD \cong \Delta CMD$ តាម (ជ.ម.ជ) ដូចរូបបង្ហាញនៅខាងស្
(ខ) ក្នុងត្រីកោណ ΔADC តាមវិសមភាពត្រីកោណ យើងបាន $CD + AC > AD$ និង $AD + AC > CD$។ ដោយ $CD = AB$ និង $AD = 2AM$ យើងបាន $AB + AC > 2AM$, $2AM + AC > AB$ ដូចនេះ: $\frac{AB+AC}{2} > AM > \frac{AB-AC}{2}$

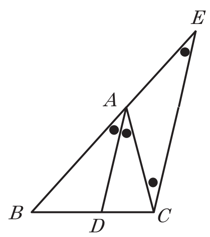


23. (ខ) តាង $\angle ACD = x, \angle BCE = y$ នោះ: $\angle CAB = 2x$ និង $\angle CBE = 180° - 2y$ ដូចនេះ: $\angle CBA = 90° - \angle CBE = 2y - 90°$ ដោយ $\angle CAB + \angle CBA = 90°$ នោះ: $2x + 2y - 90° = 90°$ នាំឱ្យ $x + y = 90°$ ដោយ $\angle DCE = x + 90° + y = 180°$ ដូចនេះ: D, C, E រត់ត្រង់ជួរ ឬនៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

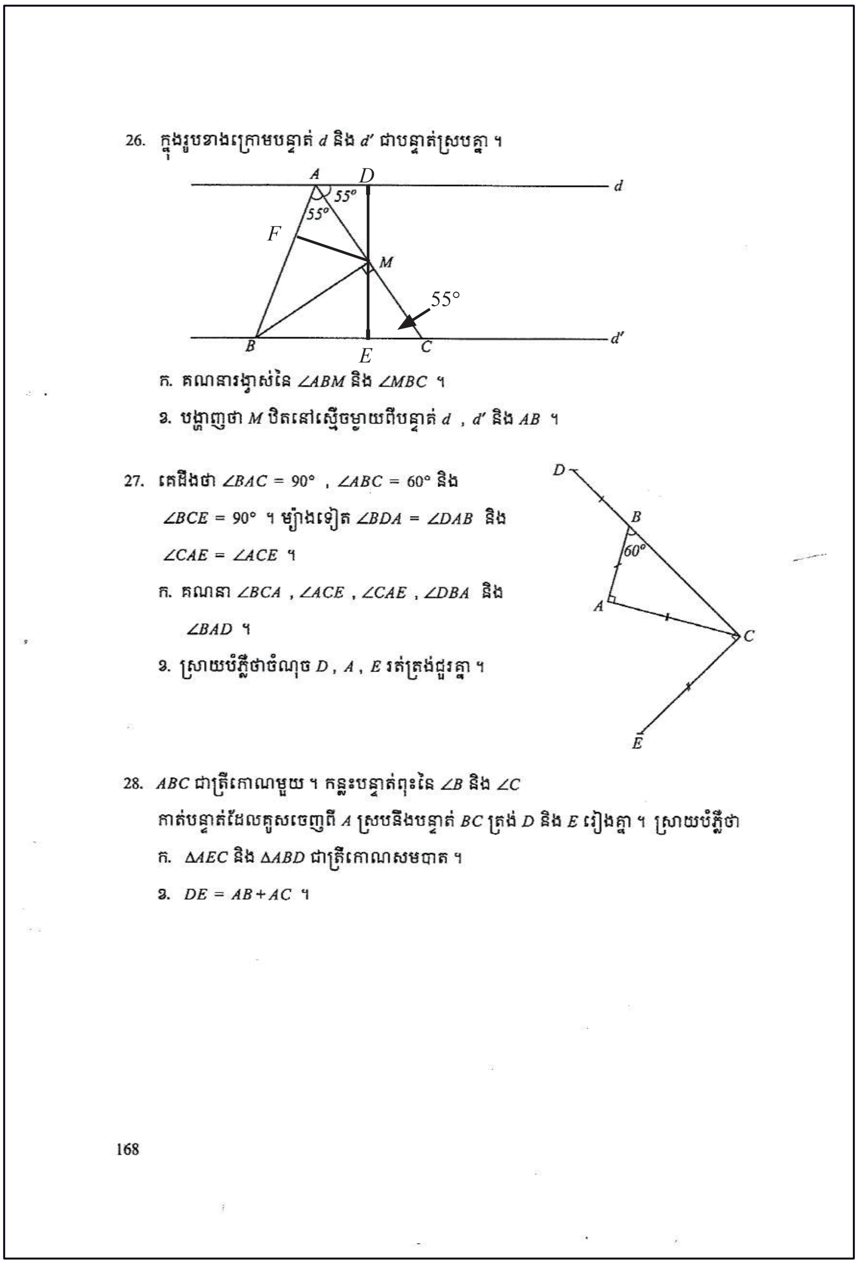
24. $\angle DBI = \angle IBC$ (សម្មតិកម្ម) និង $\angle IBC = \angle DIB$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង) $\angle DBI = \angle DIB$ (ត្រីកោណសមបាត) នាំឱ្យ $BD = DI$។ ធ្វើដូចគ្នាដែរយើងបាន $CE = EI$ បូកសមភាពទាំងពីរ យើងបាន $BD + CE = DE$។



25. ដោយ AD គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ យើងបាន $\angle BAD = \angle CAD$ $AD \parallel EC$, $\angle BAD = \angle AEC$ និង $\angle CAD = \angle ACE$។ ដូចនេះ: $\angle AEC = \angle ACE$ ហើយ $AE = AC$។



26. (ក) $\angle ABM = 90^\circ - \angle BAM$
$= 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$
នោះ $\angle BCM = 55^\circ$(មុំឆ្លាស់ក្នុង)
ដូចនេះ$\angle MBC = 90^\circ - \angle BCM$
$= 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$
(ខ) គូសបន្ទាត់កែងដែលចេញពីចំណុច M ទៅបន្ទាត់ d, d' និង AB ត្រង់ D, E និង F រៀងគ្នាដូចរូបខាងស្តាំនោះ $\Delta AMD \cong \Delta AMF$ តាម (អ.ម)។ ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត កម្ពស់ BM គឺជាមេដ្យាទ័ ហើយ M គឺជាចំណុចកណ្តាល AC
យើងបាន $AM = CM$ ។
ដូចនេះ $\Delta AMD \cong \Delta CME$ តាម (អ ម) វិបាក ត្រីកោណទាំងបី ΔAMD, ΔAMF និង ΔCME ប៉ុនគ្នា។
ដូចនេះ $MD = ME = MF$។


26. ក្នុងរូបខាងក្រោមបន្ទាត់ d និង d' ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

ក. គណនារង្វាស់នៃ $\angle ABM$ និង $\angle MBC$ ។
ខ. បង្ហាញថា M ឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ d , d' និង AB ។

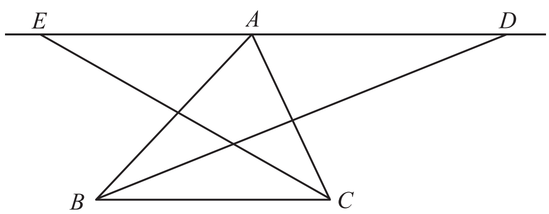
27. គេដឹងថា $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$ និង $\angle BCE = 90^\circ$ ។ ម្យ៉ាងទៀត $\angle BDA = \angle DAB$ និង $\angle CAE = \angle ACE$ ។
ក. គណនា $\angle BCA$, $\angle ACE$, $\angle CAE$, $\angle DBA$ និង $\angle BAD$ ។
ខ. ស្រាយបំភ្លឺថាចំណុច D , A , E រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។

28. ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ កាត់បន្ទាត់ដែលគូសចេញពី A ស្របនឹងបន្ទាត់ BC ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា ។ ស្រាយបំភ្លឺថា
ក. ΔAEC និង ΔABD ជាត្រីកោណសមបាត ។
ខ. $DE = AB + AC$ ។

168

27. (នេះជាករណីពិសេសនៃលំហាត់លេខ 24)
(ក) $\angle BCA = 90^\circ - \angle ABC = 30^\circ$
$\angle ACE = 90^\circ - \angle BCA = 60^\circ$
ដោយ ΔCAE គឺជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល C, $\angle CAE = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$
$\angle DBA = 180^\circ - \angle ABC \quad 120^\circ$
ដោយ ΔBAD គឺជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល B, $\angle BAD = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$
(ខ) $\angle DAE = \angle DAB + \angle BAC + \angle CAE = 30^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ ដែលមានន័យថា បីចំណុច D, A និង E ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

28. (ក) ដោយ $\angle AEC = \angle BCE$ មុំឆ្លាស់ក្នុង និង $\angle AEC = \angle ACE$ (កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ)
នោះ$\angle BCE = \angle ACE$ ដូចនេះΔAEC គឺជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល A។ ΔABD ក៏ជាត្រីកោណសមបាតដែរដោយសារ $\angle ADB = \angle CBD$ មុំឆ្លាស់ក្នុង និង $\angle CBD = \angle ABD$ កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ។
(ខ) ដោយ $AC = AE$ និង $AB = AD$ តាម (ក)
យើងបាន $AB + AC = AD + AE = DE$។



ចំណេះដឹងបន្ថែម និង សកម្មភាព

ចំណេះដឹងបន្ថែមសម្រាប់គ្រូបង្រៀន

លក្ខខណ្ឌទីបួននៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា

ក្នុងសៀវភៅសិក្សាគោលបានណែនាំពីលក្ខខណ្ឌទាំងបីនៃប៉ុនគ្នា

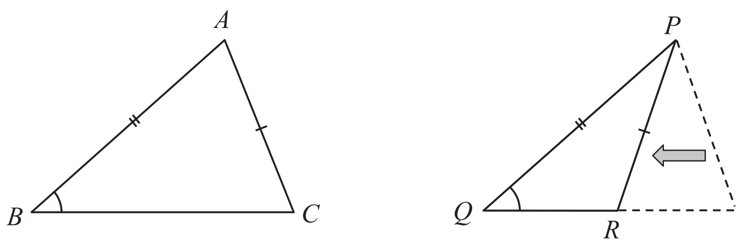
1.ករណី **(ម.ជ.ម)**

លក្ខខណ្ឌ (ម.ជ.ម) តម្រូវឱ្យក្នុងត្រីកោណពីរមានជ្រុងមួយអមដោយមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយបើយើងមានមុំពីរនោះមិនអមជ្រុងមួយក៏ដោយក៏ត្រីកោណទាំងពីរនោះប៉ុនគ្នាដែរបកស្រាយនៅទំព័រ 148។ ដូចនេះ (ម.ម.ជ) ក៏ជាលក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។

2.ករណី **(ជ.ម.ជ)**

លក្ខខណ្ឌ **(ជ.ម.ជ)** តម្រូវឱ្យក្នុងត្រីកោណពីរមានមុំមួយអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា។ ក្នុងករណីនេះមុំត្រូវតែចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរសម្រាប់សម្រាប់ត្រីកោណប៉ុនគ្នា ដើម្បីឱ្យកាន់ច្បាស់សូមមើលទំព័រទី150។

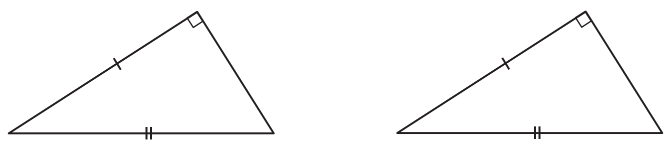
រូបខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីការផ្ទុញមួយ។ បើទោះជាត្រីកោណទាំងពីរមានជ្រុងពីរ និងមុំមួយប៉ុនរៀងគ្នាប៉ុន្តែ ត្រីកោណទាំងពីរនេះមិនប៉ុនគ្នាទេ។ យើងអាចបង្កើតត្រីកោណខុសគ្នាប្រសិនបើមុំមិននៅចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរ។



3. ករណី **(ជ.ជ.ជ)**

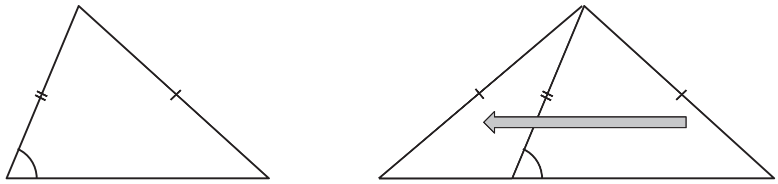
លក្ខខណ្ឌ **(ជ.ជ.ជ)** ជាលក្ខខណ្ឌដ៏សាមញ្ញមួយ និងមិនមានការចាំបាច់ត្រូវបន្ថែម។

ម្យ៉ាងទៀតមានលក្ខខណ្ឌពីរផ្សេងទៀត ត្រូវបានណែនាំចំពោះត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា ដូចដែលបានពន្យល់នៅលើទំព័រ153 លក្ខខណ្ឌ **(អ.ម)** គឺជាលក្ខខណ្ឌបានបង្ហាញ**(ម.ម.ជ)**ខាងលើ។ ទោះជាយ៉ាងណាក៏ លក្ខខណ្ឌ **(អ.ម)** គឺថ្មីទាំងស្រុង ដោយ (មុំ =មុំកែង) គឺមិនមែនជាមុំនៅចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរទេ។



ឥឡូវនេះយើងមានករណីត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា ទោះបីជាមុំគឺមិននៅចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរ បន្ទាប់មកសំណួរមួយផ្សេងទៀតកើតឡើង នៅក្នុងករណីអ្វីដែលយើងអាចនិយាយបានថាត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា នៅពេលដែលជ្រុងទាំងពីរ និងមួយមុំដែលមិននៅចន្លោះរវាងជ្រុងទាំងពីរទេប៉ុន្តែប៉ុនគ្នា?

មើលទៅឧទាហរណ៍ផ្ទុយខាងលើ។ នៅក្នុងរូបនេះមុំគឺនៅជាប់ជ្រុងវែងជាងគេនៃជ្រុងទាំងពីរហើយយើងអាចធ្វើឱ្យត្រីកោណទាំងពីរផ្សេងគ្នាដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌដូចគ្នា។ បន្ទាប់មកធ្វើឱ្យមុំនៅជាប់ជ្រុងខ្លីនៃជ្រុងទាំងពីរ។



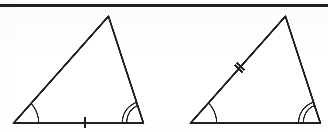
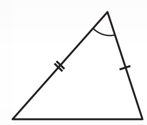
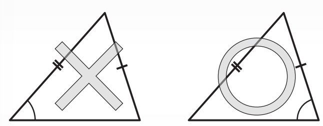
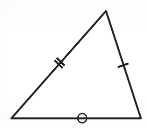
ប្រសិនបើយើងព្យាយាមបង្កើតឧទាហរណ៍ផ្ទុយនៅក្នុងវិធីតែមួយដូចកាលពីមុនដោយការផ្លាស់ប្តូរផ្នែកខាងស្តាំទៅទីតាំងស៊ីមេទ្រី នោះយើងទទួលស្គាល់ថាមុំត្រូវបានផ្លាស់ប្តូរទៅជាមុំក្រៅត្រីកោណ និងមិនបំពេញលក្ខខណ្ឌជាជ្រុងវែងជាគេ។ ដូច្នេះយើងមិនអាចលើកឧទាហរណ៍ផ្ទុយនៅក្នុងករណីនេះទេ ហើយជាលទ្ធផលយើងដឹងថាលក្ខខណ្ឌនេះមានសុពលភាពសម្រាប់លក្ខខណ្ឌត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។

4. (ជ.ម.ជ) ជាមួយនឹងមុំឈមជ្រុងខ្លី
ឥឡូវនេះយើងមានស្ថានភាពថ្មីនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា។

> ត្រីកោណពីរ បើមានជ្រុងពីរ និងមុំមួយជាប់នឹងជ្រុងខ្លីជាងគេនៃជ្រុងទាំងពីរប៉ុនរៀងគ្នា នោះត្រីកោណទាំងពីរនោះប៉ុនគ្នា។

ឥឡូវនេះយើងអាចដឹងថាលក្ខខណ្ឌ (អ.ជ) ចំពោះត្រីកោណកែងគឺករណីពិសេសនៃលក្ខខណ្ឌទីបួននៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា។

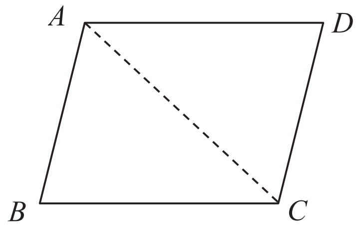
លទ្ធផលទាំងនេះត្រូវបានសង្ខេបដូចខាងក្រោម។

លក្ខខណ្ឌត្រីកោណប៉ុនគ្នា	លក្ខខណ្ឌច្បាស់លាស់បន្ថែម: ធាតុដែលប៉ុនគ្នា	
(ម.ជ.ម)	មុំពីរ និងជ្រុងមួយប៉ុនរៀងគ្នា	
(ជ.ម.ជ)	មុំមួយអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា	
	ជ្រុងពីរ និងមុំមួយជាប់ជ្រុងខ្លីជាងគេប៉ុនរៀងគ្នា	
(ជ.ជ.ជ)	ជ្រុងបីប៉ុនរៀងគ្នា	

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ ការប្រៀបធៀបត្រីកោណ (1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

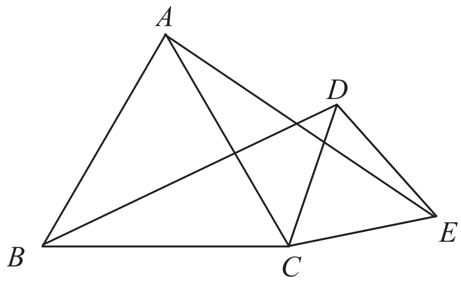
*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយ ដែលមាន $AB \parallel DC$ និង $AD \parallel BC$ ។ បង្ហាញថាជ្រុងឈមគ្នាស្មើគ្នា $AB = CD$ និង $AD = BC$ ។



(20 ពិន្ទុ)

2. គេឱ្យត្រីកោណសម័ង្សពីរ ΔABC និង ΔCDE មានចំណុច C គឺជាចំណុចរួមដូចរូបដែលបង្ហាញនៅខាង។ ចូរឆ្លើយសំណួរខាងក្រោមៈ



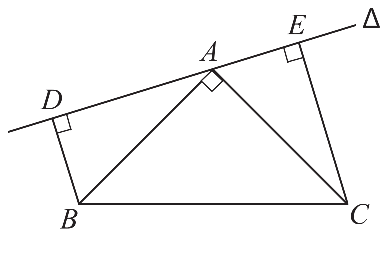
(1) ដើម្បីបង្ហាញថា $BD = AE$ នោះយើងនឹងត្រូវបង្ហាញត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។ ចូរប្រាប់ត្រីកោណទាំពីរនោះដែលត្រូវបង្ហាញ?

(5 ពិន្ទុ)

(2) បង្ហាញថា $BD = AE$ ដោយប្រើការបង្ហាញត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នានៃ *(1)*។

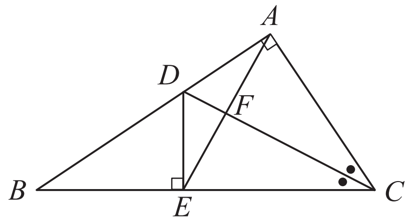
(15 ពិន្ទុ)

3. គេឱ្យត្រីកោណកែងសមបាត ΔABC មួយ ដែលមានមុំកែង A។ តាង Δ ជាបន្ទាត់កាត់តាមកំពូល A តែមិនកាត់ BC ទេ។ តាម B និង D គេគូរបន្ទាត់កែងនឹង Δ ត្រង់ចំណុច D និង E រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $BD + CE = DE$ ។



(20 ពិន្ទុ)

4. គេឱ្យត្រីកោណកែង ΔABC ដែលមានមុំកែង A។ គេគូរកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle C$ កាត់ AB ត្រង់ D និងតាង E ជាចំណោលកែងពី D ទៅ BC។ ចូរឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖

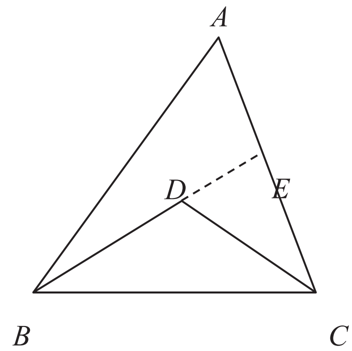


(1) បង្ហាញថា $\Delta CAD \cong \Delta CED$

(5 ពិន្ទុ)

(2) បង្ហាញថា $\angle ACD = \angle AED$ ។ (15ពិន្ទុ)

5. តាង D ជាចំណុចមួយនៅក្នុងត្រីកោណ ΔABC



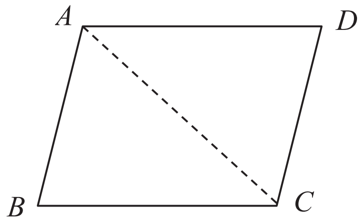
(1) បង្ហាញថា $AB + AC > DB + DC$

(10 ពិន្ទុ)

(2) បង្ហាញថា $\angle A < \angle D$ ។

(10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ



1. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយ ដែលមាន $AB \parallel DC$ និង $AD \parallel BC$ ។ បង្ហាញថាជ្រុងឈមគ្នាស្មើគ្នា $AB = CD$ និង $AD = BC$

(20 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

ក្នុងត្រីកោណ ΔABC និង $\Delta CDA, \angle BAC = \angle DCA$ និង $\angle ACB = \angle CAD$ មុំឆ្លាស់ក្នុង។ ហើយ AC ជាជ្រុងរួម យើងបាន $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ តាម (ម.ជ.ម)។ ដូចនេះ $AB = CD$ និង $AD = BC$

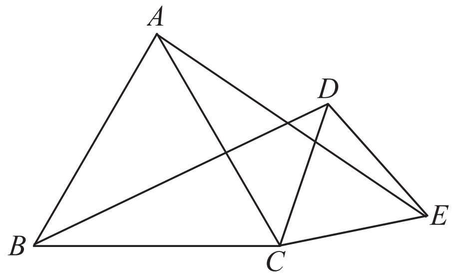
ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ និងទាញសន្និដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ

15 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ តែមិនបានទាញសន្និដ្ឋាន

5ពិន្ទុ = ព្យាយាមស្រាយ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ ប៉ុន្តែផ្នែកខ្លះមិនត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នា $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ មិនត្រឹមត្រូវ។



2. គេឱ្យត្រីកោណសម័ង្សពីរ ΔABC និង ΔCDE មានចំណុច C គឺជាចំណុចរួមដូចរូបដែលបង្ហាញនៅខាង។ ចូរឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖

(1) ដើម្បីបង្ហាញថា $BD = AE$ នោះយើងនឹងត្រូវបង្ហាញត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា។ ចូរប្រាប់ត្រីកោណទាំពីរនោះដែលត្រូវបង្ហាញ?

(5 ពិន្ទុ)

(2) បង្ហាញថា $BD = AE$ ដោយប្រើការបង្ហាញត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា

នៃ (1)។ (5 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

(1) ត្រីកោណដែលត្រូវបង្ហាញគឺ $\Delta BCD \cong \Delta ACE$

(2) ក្នុងត្រីកោណ ΔBCD និង ΔACE, $BC = AC$ និង $CD = CE$, ដោយ ΔABC និងΔCDE

ជាត្រីកោណសម័ង្ស យើងបាន $\angle BCA = \angle DCE = 60°$និង

$\angle BCD = \angle ACE = \angle ACD + 60°$ ដូចនេះ $\Delta BCD \cong \Delta ACE$ តាម (ជ.ម.ជ)។

ដូចនេះ $BD = AE$

ការដាក់ពិន្ទុ

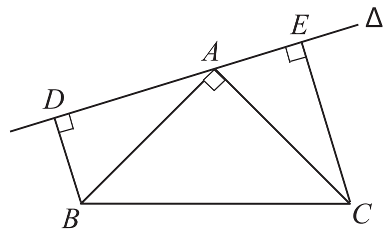
(1) 5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 15 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ $\Delta BCD \cong \Delta ACE$ និងទាញសនិដ្ឋាន $BD = AE$ បានត្រឹមត្រូវ

10 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ $\Delta BCD \cong \Delta ACE$ និងមិនទាញសនិដ្ឋាន $BD = AE$

0 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាមិនបានត្រឹមត្រូវ។

3. គេឱ្យត្រីកោណកែងសមបាត ΔABC មួយ ដែលមានមុំកែង A។ តាង Δ ពិន្ទុជាបន្ទាត់កាត់តាមកំពូល A តែមិនកាត់ BC ទេ។ តាម B និង D គេគូរបន្ទាត់កែងនឹង Δ ត្រង់ចំណុច D និង E រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $BD + CE = DE$។ (20 ពិន្ទុ)



ចម្លើយ

ក្នុងត្រីកោណ ΔABD និង ΔCAE, $AB = CA$ ដោយ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត សម្មតិកម្ម

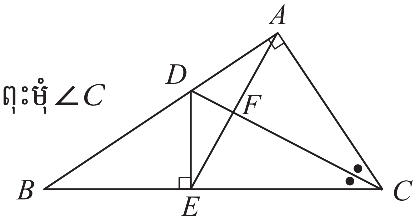
ម្យ៉ាងទៀត$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ និង $\angle BAD + \angle CAE = 90°$ នាំឱ្យ $\angle ABD = \angle CAE$

ដូចនេះ $\Delta ABD \cong \Delta CAE$ តាមលក្ខខណ្ឌ (អ.ម)

នាំឱ្យ $BD = AE$ និង $AD = CE$ ជ្រុងត្រូវគ្នា។ ដូចនេះ $BD + CE = AE + AD = DE$។

ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ និងសនិដ្ឋាន$BD + CE = DE$
15 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាបានត្រឹមត្រូវ និងមិនបានសនិដ្ឋាន $BD + CE = DE$
5ពិន្ទុ = ព្យាយាមស្រាយ $\Delta ABD \cong \Delta CAE$ ប៉ុន្តែផ្នែកខ្លះមិនត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាមិនបានត្រឹមត្រូវ។



4. គេឱ្យត្រីកោណកែង ΔABC ដែលមានមុំកែង A។ គេគូរកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ$\angle C$ កាត់ AB ត្រង់ D និងតាង E ជាចំណោលកែងពី D ទៅ BC។

ចូរឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖

(1) បង្ហាញថា $\Delta CAD \cong \Delta CED$ (5 ពិន្ទុ)

(2) បង្ហាញថា$\angle ACD = \angle AED$ (15 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

(1) ក្នុងត្រីកោណកែង ΔCAD និង ΔCED, CD ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម និង$\angle ACD = \angle ECD$ សម្មតិកម្ម

ដូចនេះ $\Delta CAD \cong \Delta CED$ តាមលក្ខខណ្ឌ **អ ម**

(2) តាម (1)យើងបាន $AD = ED$ និង ΔDAE គឺជាត្រីកោណសមបាត។ ដោយ $\angle ADC = \angle EDC$

តាម (1) នោះ DC គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ$\angle ADE$ ហើយដែលជាមេដ្យាទ័រនៃ AE។ នោះ $\angle ACD +$

$\angle ADC = 90°$ និង $\angle DAF + \angle ADF = 90°$ ដោយ $\angle ADC = \angle ADF$ យើងបាន

$\angle ACD = \angle DAF = \angle DEF = \angle AED$។

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 5 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រឹមត្រូវ

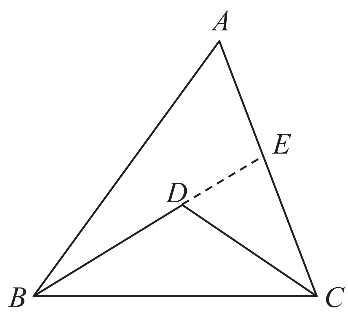
0 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់មិនត្រឹមត្រូវ

(2) 15 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់បានត្រឹមត្រូវ និងសនិដ្ឋានដោយប្រើ(1)

10 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយរកឃើញ $AE \perp CD$ ប៉ុន្តែមិនអាចសនិដ្ឋាន$\angle ACD = \angle AED$.

0 ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយបញ្ជាក់ត្រីកោណប៉ុនគ្នាមិនបានត្រឹមត្រូវ។

5. តាង D ជាចំណុចមួយនៅក្នុងត្រីកោណ ΔABC



5 បង្ហាញថា $AB + AC > DB + DC$

(10 ពិន្ទុ)

6. បង្ហាញថា $\angle A < \angle D$

(10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ

(1) តាមវិសមភាពត្រីកោណ យើងបាង $AB + AE > BE$ ។ ថែម EC សងខាងវិសមីការ យើងបាន

$AB + AC > BE + EC$ (a)

ដូចគ្នាដែរតាមវិសមភាពត្រីកោណ យើងបាន $DE + EC > DC$ បន្ថែម BD សងខាងវិសមីការ

យើងបាន $BE + EC > BD + DC$ (b)

តាម (a)និង (b)យើងបាន $AB + AC > DB + DC$

(2) មុំក្រៅត្រីកោណមួយស្មើនឹងផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណពីរ យើងបាន $\angle BDC = \angle CDE + \angle DEC >$ $\angle DEC$។ តាមវិធីដដែល យើងបាន $\angle DEC = \angle BEC = \angle ABE + \angle BAE > \angle BAE =$ $\angle BAC$។ តាមវិសមភាពទាំងពីរខាងលើ យើងបាន $\angle BDC > \angle BAC$ ដូចនេះ $\angle A < \angle D$។

ការដាក់ពិន្ទុ

(1) 10 ពិន្ទុ = សរសេរវិសមភាពត្រីកោណត្រឹមត្រូវ និងសនដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
5ពិន្ទុ = សរសេរវិសមភាពត្រីកោណត្រឹមត្រូវ តែមិនបានសនដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
0ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយមិនត្រឹមត្រូវ

(2) 10 ពិន្ទុ = សរសេរវិសមភាពត្រីកោណត្រឹមត្រូវ និងសនដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
5ពិន្ទុ = សរសេរវិសមភាពត្រីកោណត្រឹមត្រូវ តែមិនបានសនដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
0ពិន្ទុ = សរសេរសម្រាយមិនត្រឹមត្រូវ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 20	សិស្សទាំងនេះខ្វះការយល់ដឹងពីលក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងទ្រឹស្តីបទធរណីមាត្របួង់ និងត្រូវការរំលឹកឡើងវិញនៃចំណេះដឹងមូលដ្ឋានយ៉ាងហ្មត់ចត់។
30 – 50	សិស្សទាំងនេះប្រហែលជាយល់ពីលក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងពីរបៀបដើម្បីបង្ហាញធរណីមាត្របួង់ប៉ុន្តែមិនអាចអនុវត្តចំណេះដឹងក្នុងស្ថានភាពនានា។ ពួកគេត្រូវការធ្វើលំហាត់នៃកម្រិតស្តង់ដាបន្ថែមកាន់តែច្រើនទៀត។
50– 80	សិស្សទាំងនេះមានចំណេះដឹង និងជំនាញជាមូលដ្ឋាននៅកម្រិតថ្នាក់ទី ៨ ប៉ុន្តែពេលខ្លះមានការលំបាកក្នុងការស្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យា។ ពួកគេត្រូវការដើម្បីពង្រឹងនូវជំនាញរបស់ខ្លួនតាមរយៈការធ្វើលំហាត់ជាច្រើន។
80–100	សិស្សទាំងនេះ មានកម្រិតចំណេះដឹងនិងជំនាញគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់បើទោះបីជាពួកគេធ្វើឱ្យមានកំហុសតិចតួច។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំលំហាត់កម្រិតខ្ពស់បន្ថែមទៀតដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់សិស្សកាន់តែស៊ីជម្រៅ។

មេរៀនទី 16 បន្ទាត់ និងអង្គត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី 16 "បន្ទាត់ និងអង្គត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ" មានដូចខាងក្រោម៖

- បង្ហាញនិងប្រើលក្ខណៈនៃមេដ្យាន មេដ្យាទ័រ កម្ពស់ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៅក្នុងត្រីកោណមួយដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់បានត្រឹមត្រូវ។
- ផ្ចិត " ជាច្រើនដែលមានទំនាក់ទំនងជាមួយត្រីកោណត្រូវបានគេណែនាំនៅក្នុងមេរៀននេះ។ ជាការពិតណាស់ដែលថាមេដ្យានទាំងបី មេដ្យាទ័រទាំងបី កម្ពស់ទាំងបី និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំទាំងបី តែងតែប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំនុចមួយហើយជាចំណុចពិសេសមួយដែលគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍ក្នុងធរណីមាត្រ។

វាសំខាន់ណាស់សម្រាប់គ្រូបង្រៀនខ្លួនឯងក្នុងការយកចិត្តទុកដាក់ចំពោះភាពអស្ចារ្យនៃរូបធរណីមាត្រមុនពេលបង្រៀនចំណុចទាំងនេះហើយដើម្បីធ្វើឱ្យ មានកិច្ចខិតខំប្រឹងប្រែងដើម្បីបង្ហាញឱ្យសិស្សចាប់អារម្មណ៍។

ខណៈពេលដែលទ្រឹស្តីបទនេះសាមញ្ញ និងងាយយល់ដោយប្រើរូប សម្រាយបញ្ជាក់គឺមានភាពស្មុគស្មាញគួរឱ្យកត់សម្គាល់ហើយត្រូវការវែកញែកសមហេតុផលទៀតផង។ ផ្នែកខ្លះនៃការបង្រៀនក្នុងមេរៀននេះគឺត្រូវបានណែនាំរួចហើយនៅក្នុងមេរៀនទី 12 ហើយសិស្សគួរតែមានចំណេះដឹងគ្រប់គ្រាន់ និងឧបករណ៍សម្រាប់ប្រើប្រាស់ក្នុងការស្រាយបញ្ជាក់។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែងចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀនទី16 បន្ទាត់ និងអង្គត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណនេះប្រើរយៈពេលបង្រៀនចំនួន 12 ម៉ោង និងរយៈពេល 4 ម៉ោងសម្រាប់ការធ្វើលំហាត់។ កាលវិភាគ មេរៀននេះត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងតារាងទី1 ខាងក្រោម ប៉ុន្តែគ្រូអាចផ្លាស់ប្តូរ និងមានភាពបត់បែនបានដោយបន្ថែមសកម្មភាព និងការធ្វើលំហាត់។ ដោយពេលដែលបាន បម្រុងទុកនៃមេរៀននេះវែង គ្រូអាចប្រើពេលវេលាគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីអនុញ្ញាត ឱ្យសិស្សបានអនុវត្តវែកញែករកហេតុផល។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀន មេរៀន បន្ទាត់ និងអង្គត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀន	ទំព័រ
3	1. លក្ខណៈមេដ្យាននៃត្រីកោណ	205-206
2	2. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណ	207-208
3	3. លក្ខណៈកម្ពស់នៃត្រីកោណ	208-210
4	4. លក្ខណៈកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃត្រីកោណ	210-212
(2)	4.1. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង	210-211
(2)	4.2. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅ	211-212
4	លំហាត់	213-214

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

តារាងទី 2 ខាងក្រោមនឹងបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវង្វាយតម្លៃ។ គ្រូត្រូវបង្រៀននឹងវាយតម្លៃសិស្សដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាង។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងវង្វាយតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1-3	កំណត់លក្ខណៈមេដ្យាននៃត្រីកោណមួយ	• សង់មេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកទីប្រជុំទម្ងន់ • បង្ហាញថាមានទីប្រជុំទម្ងន់ និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃមេដ្យាន។	• សិស្សអាចសង់មេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកទីប្រជុំទម្ងន់បានត្រឹមត្រូវ • សិស្សអាចបង្ហាញពីលក្ខណៈនៃមេដ្យាន និងទីប្រជុំទម្ងន់បានត្រឹមត្រូវ។
4-5	កំណត់លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណមួយ	• សង់មេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ • បង្ហាញថាមានផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃមេដ្យាទ័រ។	• សិស្សអាចសង់មេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅបានត្រឹមត្រូវ • សិស្សអាចបង្ហាញពីលក្ខណៈនៃមេដ្យាទ័រ និងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅបានត្រឹមត្រូវ។
6-8	កំណត់លក្ខណៈកម្ពស់នៃត្រីកោណមួយ	• សង់កម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកអរតូសង់ • បង្ហាញថាមានអរតូសង់ និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃកម្ពស់។	• សិស្សអាចសង់កម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកអរតូសង់បានត្រឹមត្រូវ • សិស្សអាចបង្ហាញពីលក្ខណៈនៃកម្ពស់ និងអរតូសង់បានត្រឹមត្រូវ។
9-10	កំណត់លក្ខណៈកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងនៃត្រីកោណមួយ	• សង់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ • បង្ហាញថាមានផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង។	• សិស្សអាចសង់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅបានត្រឹមត្រូវ • សិស្សអាចបង្ហាញថាមានផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងបានត្រឹមត្រូវ។
11-12	កំណត់លក្ខណៈកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅនៃត្រីកោណមួយ	• សង់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតក្រៅ • បង្ហាញថាមានផ្ចិតក្រៅនិងលក្ខណៈមួយចំនួននៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង។	• សិស្សអាចសង់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតក្រៅបានត្រឹមត្រូវ។ • សិស្សអាចបង្ហាញថាមានផ្ចិតក្រៅ និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅបានត្រឹមត្រូវ។
13-16	ដោះស្រាយលំហាត់លើមេរៀនបន្ទាត់ និងអង្កត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ	• ដោះស្រាយលំហាត់នៅលើទំព័រទី 213-214 ។	• សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងទៀតបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

មេរៀននេះគឺជាការអនុវត្តលក្ខណៈជាច្រើនដែលបានបង្ហាញរួចហើយនៅ ក្នុងមេរៀនមុនទាក់ទងទៅនឹងត្រីកោណ និងរូបធរណីមាត្រផ្សេងទៀត។ សម្រាយបញ្ជាក់នៃមេរៀននេះគ្រូគួរតែបែងចែកសម្មតិកម្ម និងការសន្និដ្ឋានឱ្យបានច្បាស់លាស់ព្រោះថាវាអាចយល់ច្រឡំបាន។ គ្រូបង្រៀនត្រូវតែបង្ហាញជំហាននៃការស្រាយបញ្ជាក់ជាជំហានៗធ្វើឱ្យប្រាកដនូវអ្វី ដែលត្រូវបានបង្ហាញរួចរហូតមកដល់ពេលនេះ និងអ្វីដែលមិនទាន់ត្រូវបានបង្ហាញ។ សម្រាយបញ្ជាក់នេះមានជំហានតូចមួយដោយប្រើប្រាស់ការពិតដែលសិស្សគួរតែដឹងរួចហើយ ប៉ុន្តែមានសិស្សមួយចំនួនប្រហែលជាភ្លេចបច្ចេក ទេសនេះហើយ។ ដូចនេះគ្រូបង្រៀនគួរតែប្រាកដថាពួកគេចាំបានការពិតនេះ និងពេលខ្លះអាចសួរថាតើយើងអាចស្រាយបញ្ជាក់វាដូចម្តេច។

ប្រសិនបើសិស្សមានអារម្មណ៍ថាពួកគេមានទំនុកចិត្តនៅក្នុងការពិតធរណីមាត្រដែលបានប្រើក្នុងរាល់ជំហានសម្រាយបញ្ជាក់នៃមេរៀននេះ នោះពួកគេនឹងមិនត្រឹមតែយល់ច្បាស់ពីខ្លឹមសារនៃមេរៀននេះប៉ុណ្ណោះទេ តែមានអារម្មណ៍ល្អក្នុងការរៃកញែកធរណីមាត្រ។ ចំណុចទាំងនេះ នាំសិស្សឱ្យយល់ដឹងពីសារៈសំខាន់នៃការវិភាគហេតុផលតាមបែបតក្ក ហើយសមត្ថភាពនេះត្រូវបានអនុវត្តនៅលើគ្រប់ផ្នែកនៃគណិតវិទ្យា។ ពោលគឺជាការអនុវត្តនៃមេរៀននេះនឹងមានការបណ្តុះបណ្តាលល្អណាស់សម្រាប់គណិតវិទ្យាទាំងមូល។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀន នេះតម្រូវឱ្យមានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាននៃរូបធរណីមាត្រដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងមេរៀនមុន រួមបញ្ចូលទាំងសញ្ញាណដំបូងនៃបន្ទាត់ និងត្រីកោណ និងលក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណប៉ុនគ្នា។

បន្ទាត់ និងអង្កត់ពិសេសជួបគ្នា នៅក្នុងត្រីកោណ

1st Period

មេរៀនទី

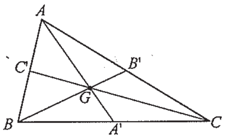
16 បន្ទាត់និងអង្កត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ

វត្ថុបំណង

- បង្ហាញនិងប្រើលក្ខណៈមេដ្យាន មេដ្យាទ័រ កម្ពស់ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៅក្នុងត្រីកោណ ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទ ។

1. លក្ខណៈមេដ្យាននៃត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍: ABC ជាត្រីកោណមួយនិងមេដ្យាន BB' និង CC' ប្រសព្វគ្នាត្រង់ G ។ បង្ហាញថា មេដ្យានដែលគូសចេញពី A កាត់តាម G ដែល $GA'=\frac{1}{3}AA'$ និង $AG=\frac{2}{3}AA'$ ។

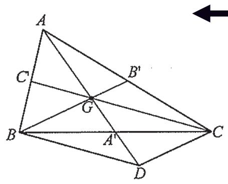


តាង D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង G ។ក្នុង ΔABD មាន

$\left.\begin{array}{l} C' \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AB \\ G \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AD \end{array}\right\}$

នោះបន្ទាត់ $C'G$ ស្របនឹងបន្ទាត់ BD ឬ

បន្ទាត់ $CG \parallel BD$ (1)



ក្នុង ΔACD មាន

$\left.\begin{array}{l} G \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AD \\ B' \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ } AC \end{array}\right\}$ តាមទ្រឹស្ដីបទចំណុចកណ្ដាលគេបាន $GB' \parallel CD$ ឬ $GB \parallel CD$ (2)

តាម (1)និង (2)

$\left.\begin{array}{l} CG \parallel BD \\ GB \parallel CD \end{array}\right\}$ នាំឱ្យចតុកោណ $BDCG$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

គេទាញបានអង្កត់ទ្រូង BC និង GD កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាលរួម A' ។

ដោយបន្ទាត់ AG កាត់តាម A' ចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BC នោះ

គេបានមេដ្យាន AA' កាត់តាម G ។

ដូចនេះ មេដ្យាន AA' , BB' និង CC' ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G តែមួយគត់ ។

14

205

ចំណុចពិសេសនៃត្រីកោណ

មាន 5 ចំណុចពិសេសដែលផ្សារភ្ជាប់ជាមួយនឹងត្រីកោណមួយ មានដូចជា ចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យាន មេដ្យាទ័រ កម្ពស់ កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

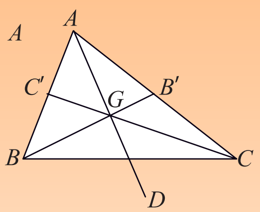
- សង់មេដ្យាន និងទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណមួយ
- ពន្យល់ និងបង្ហាញពីលក្ខណៈនៃមេដ្យាន និងទីប្រជុំទម្ងន់។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

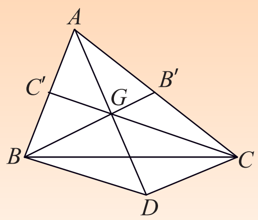
ការបង្ហាញថាមានទីប្រជុំទម្ងន់មួយគឺមានភាពស្មុគស្មាញ និងគួរត្រូវបានបង្ហាញជាជំហានៗ។ (សូមមើលខាងក្រោម)

កំណត់សម្គាល់បន្ថែមទៀតសម្រាប់គ្រូ សម្រាយបញ្ជាក់ថាមានទីប្រជុំទម្ងន់ជាជំហានៗ

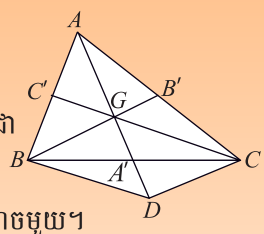
1. តាង D ជាចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច A ធៀបទៅនឹង G ។ ចំណាំថាយើងមិនដឹងទេថា AD កាត់ចំនុចកណ្ដាល BC ឬទេ។



2. ភ្ជាប់ BD និង CD យើងបាន $C'G \parallel BD$ និង $B'G \parallel CD$ (ទ្រឹស្ដីបទចំណុចកណ្ដាល)។ នោះយើងបានចតុកោណ $BDCG$ គឺជាប្រលេឡូក្រាម។



3. ហើយអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ $BDCG$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាល A' យើងបាន AA' គឺជាមេដ្យានមួយទៀត នោះយើងបានមេដ្យានទាំងបីប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ។



4. ដោយ $AG=GD$ ហើយ $GD'=\frac{1}{2}GD$

យើងបាន $GA'=\frac{1}{2}AG=\frac{1}{3}AA'$

សំគាល់ គ្រូបង្រៀនមិនគួរគូររូបទាំងមូលតែម្ដងនោះទេ។ បំពេញរូបជាជំហានៗ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

តាមលទ្ធផលនៃទ្រឹស្តីបទនេះយើងអាចរកឃើញទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណមួយដោយគ្មានការគូរមេដ្យានទាំងបី ។ ផ្ទុយទៅវិញយើងអាចរកទីប្រជុំទម្ងន់បានដោយគ្រាន់តែគូសមេដ្យានមួយ និងចំណុច1/3 ពីបាត។

ម្យ៉ាងទៀត A' ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង BC និង GD របស់ប្រលេឡូក្រាម $BDCG$

គេបាន $GA' = \frac{1}{2}GD$ ឬ $GD = 2GA'$

ហើយ D ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង G នោះ $AG = GD$ នាំឱ្យ $AG = 2GA'$

តែ $AA' = AG + GA' = 2GA' + GA' = 3GA'$ នាំឱ្យ $GA' = \frac{1}{3}AA'$

$AG = AA' - GA' = AA' - \frac{1}{3}AA' = \frac{2}{3}AA'$

តាមសម្រាយខាងលើគេកំណត់បានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

ទ្រឹស្តីបទ : មេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយដែលឋិតនៅចម្ងាយ "ពីរភាគបី " នៃមេដ្យាននីមួយៗពីកំពូល ។ ចំណុចនេះហៅថាទី ប្រជុំទម្ងន់នៃ ត្រីកោណ ហើយកំណត់ដោយ G ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សំណើពីរត្រូវបានគេប្រើនៅក្នុងសម្រាយបញ្ជាក់។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរំលឹកសំណើទាំងនេះ។ (សូមមើលខាងក្រោម)

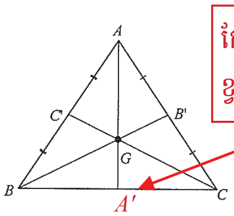
លំហាត់គំរូ: ឧបមាថា ក្នុងត្រីកោណ ABC មេដ្យានគូសចេញពីកំពូល B និង C មានប្រវែងស្មើគ្នា ។

ក. បង្ហាញថាទីប្រជុំទម្ងន់ G នៃត្រីកោណ ABC ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។

ចម្លើយ:

ក. តាង A' , B' និង C' ជាជើងមេដ្យានគូសចេញពីកំពូល A , B និង C នៃ ΔABC ។



កែតម្រូវ: ខ្ទះចំណុចA'

ដោយ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC គេបាន

$GB = \frac{2}{3}BB'$ និង $GC = \frac{2}{3}CC'$

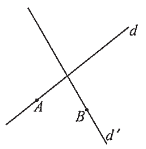
តែ $BB' = CC'$ (សម្មតិកម្ម)នាំឱ្យគេបាន $GB = GC$

ដូចនេះ G ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។

ខ. ដោយ G ស្ថិតនៅលើមេដ្យាន AA' នោះគេបានបន្ទាត់ AG ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC នាំឱ្យ $AB = AC$ ។

ដូចនេះ គេអាចទាញបានថា ΔABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A ។

ប្រតិបត្តិ: សង់ចំណុច C ដែលបន្ទាត់ d និង d' ជាមេដ្យានពីរនៃ ΔABC ។

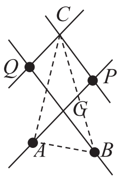


206

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

តាង P និង Q ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A និង B ធៀបទៅនឹង G ជាចំនុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ d និង d' ។ គូរបន្ទាត់ស្របទៅនឹង d និង d' កាត់ Q និង P រៀងគ្នា។

បន្ទាប់មកយើងអាចរក C ជាចំនុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ស្របទាំងពីរនេះ។



2nd Period

3rd Period

កំណត់សម្គាល់បន្ថែមទៀតសម្រាប់គ្រូ: សំណើពីរប្រើសម្រាប់សម្រាយបញ្ជាក់

សំណើទី 1

សម្មតិកម្ម ΔABCគឺជាត្រីកោណសមបាត ដែល $AB = AC$ និង M ជាចំនុចកណ្តាលនៃ BC។

សេចក្តីសន្និដ្ឋាន AM កែងនឹងBC។

សម្រាយបញ្ជាក់ ក្នុងត្រីកោណ ΔABMនិងΔACM យើងមាន

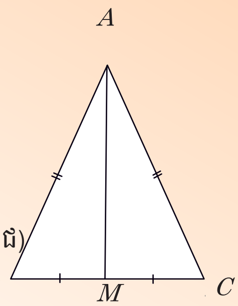
$AB = AC$ និង $BM = CM$

តាម សម្មតិកម្ម AM ជាជ្រុងរួម

ដូចនេះ: ΔABM ΔACM (ករណីជ.ជ.ជ)

វិបាក $\angle AMB = \angle AMC$

ដូចនេះ: $\angle AMB = \angle AMC = 90$ °។



សំណើទី 2

សម្មតិកម្ម នៅΔABC ដែល M ជាចំនុចកណ្តាលនៃBC និង AM កែងនឹងBC។

សេចក្តីសន្និដ្ឋាន $AB = AC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ ក្នុងត្រីកោណ

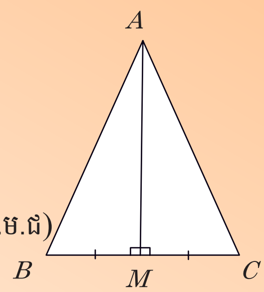
ΔABM និងΔACM យើងមាន

$BM = CM$ និង$\angle AMB = \angle AMC$

តាមសម្មតិកម្ម AM ជ្រុងរួម

ដូចនេះ: ΔABM ΔACM (ករណី ជ.ម.ជ)

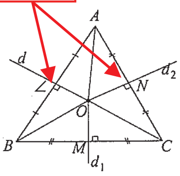
វិបាក $AB = AC$ ។



មេរៀនទី ១៦

2. លក្ខណៈមេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណ

ប្រយ័ត្ន: មុំកែងទាំងនេះគួរមិនត្រឹមត្រូវទេ



ឧទាហរណ៍: មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AB និង BC ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។ បង្ហាញថា មេដ្យាទ័រនៃជ្រុង AC កាត់តាម O ។

បើ O ជាប្រសព្វរវាងមេដ្យាទ័រ d និង d_1 នៃជ្រុង AB និង BC រៀងគ្នាក្នុង ΔABC គេបាន

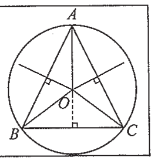
$$\left.\begin{array}{l} OA = OB \\ OB = OC \end{array}\right\} \text{នាំឱ្យ } OA = OB = OC$$

ហេតុនេះ គេទាញបាន O ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រ d_2 នៃជ្រុង AC ។

ដូចនេះ មេដ្យាទ័រទាំងបី d , d_1 និង d_2 នៃជ្រុង AB , BC និង AC ក្នុងត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O តែមួយគត់ ។

ដោយ $OA = OB = OC$ នោះ O មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ ចំណុច O នេះជាផ្ចិតរង្វង់ដែលកាត់តាមកំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC ។

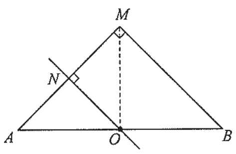
តាមអំណះអំណាងដែលកំណត់បានខាងលើ គេទាញបានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

> *ទ្រឹស្តីបទ :* មេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅចម្ងាយស្មើរពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ ចំណុចនេះជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ។
>
> 
>

លំហាត់គំរូ: AMB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ M ។ O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB ។ តាម O គេគូសបន្ទាត់មួយកែងនឹងបន្ទាត់ AM ត្រង់ N ។

បង្ហាញថា បន្ទាត់ ON ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AM ។

ចម្លើយ: ក្នុងត្រីកោណកែង AMB មាន O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអ៊ីប៉ូតេនុស AB នោះគេបាន OM ជាមេដ្យានគូសចេញពីកំពូល M ។



ប្រយ័ត្ន: ត្រីកោណនេះ ដូចត្រីកោណកែងសមបាត ប៉ុន្តែវាមិនមែនទេ

207

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2:

- សង់មេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណមួយរួចរកផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង។
- បង្ហាញថាមានផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង និងលក្ខណៈមួយចំនួននៃមេដ្យាទ័រ

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ឧទាហរណ៍នេះដូចគ្នាទៅនឹងលំហាត់ប្រតិបត្តិនៅលើទំព័រ157 ក្នុងមេរៀនទី 12 ។

ការដេញរកសម្រាយបញ្ជាក់នេះគឺត្រូវផ្អែកផងដែរលើសំណើទី 2 នៃទំព័រមុន។

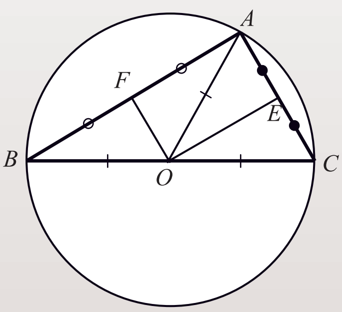
សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

វាជាការសំខាន់សម្រាប់សិស្សក្នុងការសង់រូបដោយខ្លួនឯងចំពោះត្រីកោណជាច្រើន ដូច្នេះនាំឱ្យពួកគេមិនត្រឹមតែស្គាល់ប៉ុណ្ណោះទេប៉ុន្តែថែមទាំងបានជួបប្រទះលទ្ធផលនេះផងដែរ។

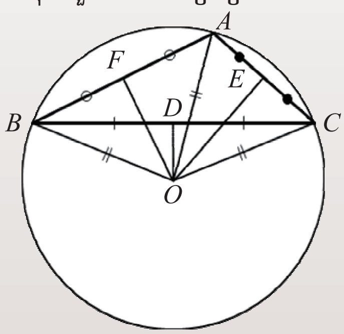
ចំណេះដឹងបន្ថែម: ទីតាំងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណ

ដូចដែលត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណដែលមានមុំស្រួចបីស្ថិតនៅក្នុងត្រីកោណ។ ប៉ុន្តែករណីនេះគឺខុសគ្នាសម្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណផ្សេងទៀត។

បើ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle A = 90°$ នោះដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងលំហាត់ប្រតិបត្តិខាងលើ។ OE និង OF ជាមេដ្យាទ័រ ហើយផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅជាចំណុចកណ្តាលនៃអ៊ីប៉ូតេនុស។ វាបានបង្ហាញផងដែរថា , $AO = BO = CO$,ជាកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្រៅ។



បើមានត្រីកោណ ΔABC ដោយមាន $\angle A > 90°$ បន្ទាប់មកដូចដែលត្រូវបានបង្ហាញមេដ្យាទ័រនៃ AB និង AC កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចមួយនៅខាងក្រៅត្រីកោណ។



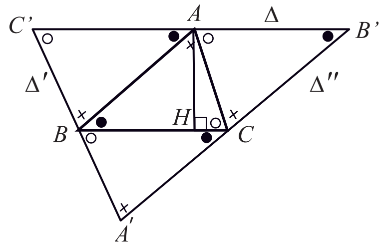
ដូច្នេះ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណដែលមានមុំទាលគឺនៅខាងក្រៅត្រីកោណ ហើយត្រីកោណចារឹកក្នុងខាងផ្នែកពាក់កណ្តាលនៃរង្វង់នេះ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សំណើផ្សេងទៀតត្រូវបាប្រើក្នុងសម្រាយបញ្ជាក់នេះ(មើលខាងក្រោម)

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

មុំដែលមានសញ្ញាដូចគ្នា ជាមុំស្មើគ្នាតាមលក្ខណ:នៃបន្ទាត់ស្របៗ ដូចនេះ វាងាយស្រួលក្នុងការបង្ហាញថា$\Delta ABC' \cong \Delta B'CA$ហើយ A គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $B'C'$.



តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2:

- សង់កម្ពស់បីនៃត្រីកោណមួយ និងរកអរតូសង់។
- បង្ហាញថាមានអរតូសង់ និងលក្ខណ: មួយចំនួននៃកម្ពស់

គេបាន $OM = OA = \frac{AB}{2}$ នាំឱ្យចំណុច O ឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AM ។

ត្រីកោណកែង ANO និងត្រីកោណកែង MNO មាន

$OA = OM$ (សម្រាយខាងលើ)

ON ជាជ្រុងរួម

ដូចនេះ $\Delta ANO \cong \Delta MNO$ តាមលក្ខខណ្ឌ អ.ជ ។

គេទាញបាន $NA = NM$ នាំឱ្យ N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AM ។

តែ $ON \perp AM$ ត្រង់ N (សម្មតិកម្ម)

ដូចនេះ បន្ទាត់ ON ជាមេដ្យានទ័រនៃអង្កត់ AM ។

ប្រតិបត្តិ: ABC ជាត្រីកោណមួយ ។ Δ, Δ' និង Δ'' ជាបន្ទាត់បីដែលកាត់រៀងគ្នាតាម A, B, C ហើយស្របទៅនឹងជ្រុងឈមនីមួយៗនៃកំពូល ។ Δ និង Δ' កាត់គ្នាត្រង់ C', Δ និង Δ'' កាត់គ្នាត្រង់ B', Δ' និង Δ'' កាត់គ្នាត្រង់ A ។ H ជាជើងកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC គូសចេញពី A ។

ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ AH ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $B'C'$ ។

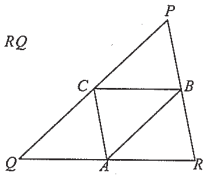
3. លក្ខណ:កម្ពស់នៃត្រីកោណ

ឧទាហរណ៍: PQR ជាត្រីកោណមួយនិង A, B និង C ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង ។ បង្ហាញថាកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ ។

- តាង A', B' និង C' ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល A, B និង C រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC ។

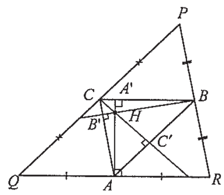
$\left.\begin{array}{l} B \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង} PR \\ C \text{ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង} PQ \end{array}\right\}$ នោះគេបានបន្ទាត់ $BC \parallel RQ$

$\left.\begin{array}{l} AA' \perp BC \text{ ត្រង់ } A' \\ BC \parallel RQ \end{array}\right\}$ នោះគេបាន $AA' \perp QR$ ត្រង់ A



ដោយ A ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង RQ គេទាញបានបន្ទាត់ AA' ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ RQ ។

ស្រាយបំភ្លឺដូចគ្នាខាងលើ គេនឹងបានបន្ទាត់ BB' និង CC' ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ PR និង PQ ។



208

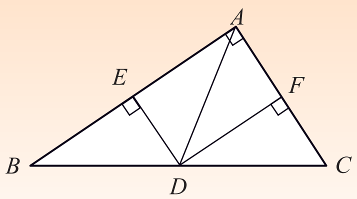
6th Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ: សំណើ

[សម្មតិកម្ម] $\Delta\ ABC$ គឺជាត្រីកោណកែងដែលមានមុំកែង $\angle A = 90°$ហើយ D គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ BC។

[សេចក្ដីសន្និដ្ឋាន] $.AD = BD = CD$

[សម្រាយបញ្ជាក់] តាម E, F ជាជើងចំណោលកែង ពីចំណុច D ទៅលើ AB, AC រៀងគ្នា។ ដោយ $, DE \parallel AC$ និង $DF \parallel AB$, $\angle EBD = \angle FDC$ និង $\angle EDB = \angle FCD$ តាមសម្មតិកម្ម $BD = CD$ នោះយើងបាន $\Delta BED \cong \Delta DFC$ ហើយ $BE = DF = EA$ ដោយ $AEDF$ ជាចតុកោណកែង។ នោះយើងបាន

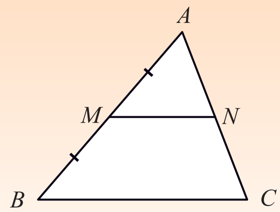


$\Delta BED \cong \Delta AED$ ករណីជមជ ដូចនេះ យើងអាចសន្និដ្ឋានថា $AD = BD$.

កំណត់សម្គាល់បន្ថែមទៀតសម្រាប់គ្រូ

លំហាត់ប្រតិបត្តិទាំងពីរនៅទំព័រមុន និងសំណើនៅខាងឆ្វេងគឺគ្រាន់តែជាការអនុវត្តដោយត្រង់នៃទ្រឹស្ដីបទចំណុចកណ្ដាល:

ក្នុងត្រីកោណ ABC មួយ បើ M ជាចំនុចកណ្ដាលនៃ AB និង$MN \parallel BC$ នាំឱ្យ N ជាចំនុចកណ្ដាលនៃ AC



ដោយមេដ្យាទ័រនៃត្រីកោណ PQR ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលតាងដោយ H ។

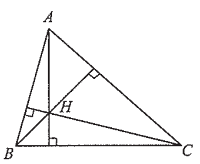
ម្យ៉ាងទៀតកម្ពស់ AA' , BB' និង CC' នៃត្រីកោណ ABC តាងមេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណ PQR នោះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថាកម្ពស់ AA' , BB' និង CC' នៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច H នោះដែរ ។

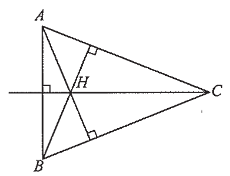
តាមការស្រាយបំភ្លឺខាងលើគេកំណត់បានទ្រឹស្តីបទដូចខាងក្រោម ។

ទ្រឹស្តីបទ: កម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយ ។ ចំណុចប្រសព្វនោះហៅថាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ។

ប្រយ័ត្ន: ត្រីកោណទាំងនេះ ស្ទើតែដូចគ្នា។ មួយទៀតគួរតែជាត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយ

កម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ H ។





ចំណុច H ហៅថាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC ។

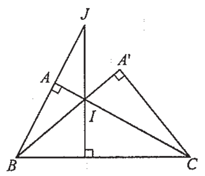
សំគាល់:

- ចំណុចមួយនៅលើកម្ពស់ពីរនៃត្រីកោណមួយជា អរតូសង់នៃត្រីកោណនោះ វាក៏ឋិតនៅកម្ពស់ទីបីដែរ ។
- ក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស កម្ពស់ក៏ជាមេដ្យាននិងមេដ្យាទ័រ នោះផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅទីប្រជុំទម្ងន់និងអរតូសង់គឺត្រួតស៊ីគ្នា ។

លំហាត់គំរូ: ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ

- ABC និង $A'BC$ ជាត្រីកោណកែងពីរមានអ៊ីប៉ូតេនុស BC ដូចគ្នា ។
- I ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ AC និងបន្ទាត់ $A'B$
- បន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់ BC កាត់តាម I ជួបបន្ទាត់ AB ត្រង់ J ។

បង្ហាញថា ចំណុច C , A' និង J រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។



209

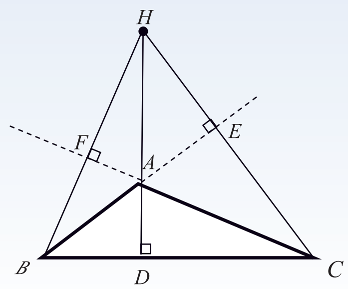
កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

សម្រាយបញ្ជាក់ថាមានអរតូសង់គឺជាបច្ចេកទេសមួយដែលយើងអាចប្រើប្រាស់ចំណេះដឹងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅបាន។ ហើយអាចត្រូវបានបង្ហាញផងដែរថាការប្រើប្រាស់លក្ខណៈរបស់មុំនៅក្នុងរង្វង់ដែលត្រូវរៀននៅថ្នាក់ទី ៩ ផងដែរ។

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

[លំហាត់] រកអរតូសង់នៃត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយ។

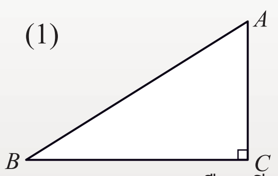
[ចម្លើយ] ប្រសិនបើΔABC គឺជាត្រីកោណដែលមានមុំទាលមួយ $\angle A > 90°$ នោះ ជើងនៃចំណោលកែងពី B ទៅ AC និងថាពី C ទៅ AB នៅខាងក្រៅΔABC។ ដូច្នេះ អរតូសង់ស្ថិតនៅក្រៅΔABC ផងដែរ។



លំហាត់បន្ថែម

លំហាត់បន្ថែមទៀតត្រូវបានផ្តល់ឱ្យនៅទីនេះ។ គ្រូបង្រៀនត្រូវបានណែនាំឱ្យប្រើលំហាត់ទាំងនេះជាលំហាត់បន្ថែម

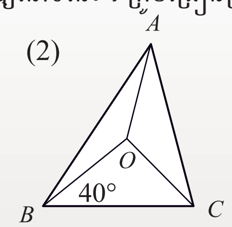
(1)



ត្រីកោណ ΔABC គឺជាត្រីកោណកែង ដែល $\angle A = 90°$. រកទីតាំងនៃផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ ΔABC?

ចម្លើយ: ចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB

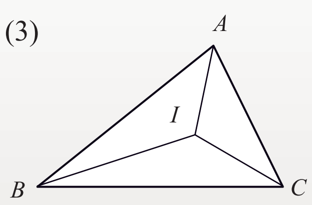
(2)



ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ។ បើ $\angle OBC = 40°$ រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BOC$។

ចម្លើយ: $\angle OBC = \angle OCB = 40°$ ដូចនេះ $\angle BOC = 100°$

(3)



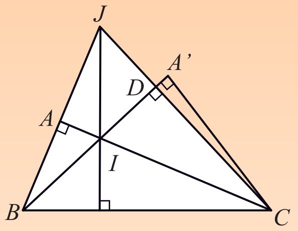
ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង។ If $\angle B = 40°$ និង $\angle C = 60°$,រករង្វាស់នៃមុំ $\angle BIC$ ។

ចម្លើយ: $\angle IBC = 20°$, $\angle ICB = 30°$ ដូចនេះ $\angle BIC = 130°$

7th Period

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

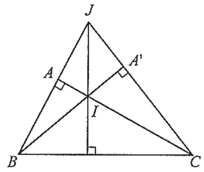
យើងត្រូវតែមានការប្រុងប្រយ័ត្ននៅក្នុងលំដាប់នៃហេតុផលសម្រាយបញ្ជាក់នេះ។ ជាដំបូងយើងបានរកឃើញថា I គឺអរតូសង់នៃΔBCJ។ ប៉ុន្តែយើងគួរកត់សំគាល់ថាយើងនៅតែមិនដឹងថាតើចំណុច A'នៅលើជ្រុង JC ឬទេ។



តាង D ជាជើងនៃកំពស់ពី B ទៅ JC ហើយ A' គឺជាចំណុចផ្សេងពី D យើងបាន$\angle BDC = \angle BA'C = 90°$។ ប៉ុន្តែវាគឺជាមិនអាចទៅរួចទេដែលត្រីកោណមួយមានមុំកែងចំនួនពីរ។ ដូច្នេះចំណុចពីរ D និង A'ត្រូវតែត្រួតស៊ីគ្នា។
គ្រូបង្រៀនត្រូវតែប្រុងប្រយ័ត្នពន្យល់តាមបែបតក្កដោយការសាកសួរប្រសិនបើសិស្សអាចយល់បាន។

ចម្លើយ:

ក្នុងត្រីកោណ BCJ មាន$AC\perp BJ$ ត្រង់ A នោះអង្កត់ CA ជាកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល C នៃ ΔBCJ ។ បន្ទាត់ JI កែងនឹងបន្ទាត់ BC នោះបន្ទាត់ JI ជាកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល J នៃ ΔBCJ ។ ដោយ I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ AC និង JI នាំឱ្យចំណុច I ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ BCJ ។



ម្យ៉ាងទៀតបន្ទាត់ $A'B$ កែងបន្ទាត់ $A'C$ ត្រង់ A' ហើយកាត់តាម I នោះគេទាញបានថា A' ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល B ចំពោះជ្រុង CJ នៃ ΔBCJ ។

ដូចនេះ ចំណុច C , A' និង J រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ: គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយ ។

- O ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងរបស់វា
- H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC
- H' ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ACD ។

ស្រាយបំភ្លឺថា O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ HH' ។

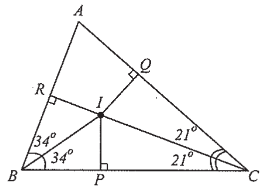
4. លក្ខណៈកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃត្រីកោណ

4.1. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង

ឧទាហរណ៍: រូបដែលឱ្យខាងស្តាំនេះ

ក. តើកន្លះបន្ទាត់ BI និងកន្លះបន្ទាត់ CI តាងអ្វីក្នុងត្រីកោណ ABC

ខ. បង្ហាញថា I ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។



ក. តាមរូបដែលគេឱ្យឃើញថា

$\angle ABI = \angle CBI = 34°$

និង $\angle BCI = \angle ACI = 21°$

គេអាចសន្និដ្ឋានបានថាកន្លះបន្ទាត់ BI និង CI ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុង ΔABC ។

ខ. ដោយ I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ ក្នុង ΔABC

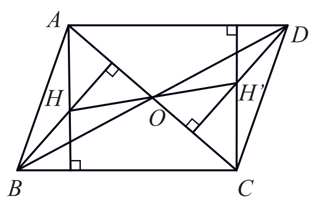
210

8th Period

9th-10th Period

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

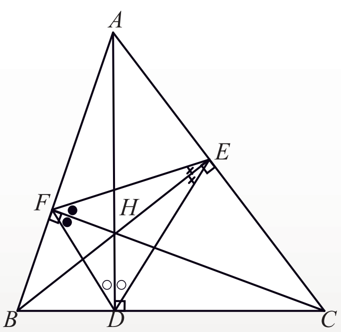
យើងអាចមើលឃើញយ៉ាងងាយស្រួលថា $\Delta OAB \cong \Delta OCD$។ដោយវិធីនៃការរកអរតូសង់ទាំងអស់នេះគឺដូចគ្នានៅក្នុងត្រីកោណទាំងពីរនេះ$\Delta OAH \equiv \Delta OCH$ដូច្នេះ HO និង H' នៅលើបន្ទាត់តែមួយហើយ $OH = OH'$។



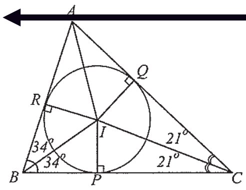
ចំណេះដឹងបន្ថែម អរតូសង់ និងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង

នៅក្នុងការបញ្ជាក់ថាមានអរតូសង់ យើងបានប្រើផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណគឺជាអតូសង់នៃត្រីកោណដើម។ ម្យ៉ាងវិញទៀតនៅពេលដែលយើងមើលទៅខាងក្នុង យើងអាចរកឃើញលក្ខណៈគួរឱ្យចាប់អារម្មណ៍មួយផ្សេងទៀត។

ប្រសិនបើយើងបានតភ្ជាប់ជើងទាំងបីនៃកម្ពស់ដែលបានមកពីកំពូល A, B និង C យើងមានត្រីកោណΔDEFមួយដែលគេហៅថាជាឈ្នាន់នៃត្រីកោណΔABC ។ នោះអរតូសង់ H នៃΔABC ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃត្រីកោណΔDEF



11th Period



- I នៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ BC និង BA : $IR = IP$
- I នៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ CA និង CB : $IP = IQ$

គេទាញបាន $IR = IQ$, I នៅស្មើចម្ងាយពីបន្ទាត់ AB និង AC ។

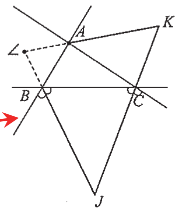
ដូចនេះ I ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំដែលផ្គុំឡើងដោយបន្ទាត់ AB និង AC ។

ដោយ I ឋិតនៅខាងក្នុងនៃត្រីកោណ នោះវាឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ក្នុង ΔABC ។ ហេតុនេះ កន្លះបន្ទាត់ពុះទាំងបីនៃ ΔABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច I ។

សមភាព $IP = IQ = IR$ នោះចំណុច P , Q និង R ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយដែលមានផ្ចិត I និងជ្រុងរបស់ត្រីកោណជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់នេះ ។រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណABC ។

ទ្រឹស្តីបទ : កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ ចំណុចនេះជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ។

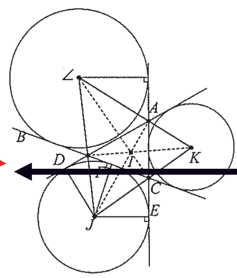
4.2. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្រៅនឹងកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង



ឧទាហរណ៍: បន្ទាត់ Ax , By និង Cz ជាបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅនៃ $\angle A$, $\angle B$ និង $\angle C$ រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC ហើយបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅទាំងបីនេះប្រសព្វគ្នាត្រង់ J , K និង L ដូចរូបដែលឱ្យខាងស្តាំ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា J , K និង L ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\angle A$, $\angle B$ និង $\angle C$ រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC ។

ប្រយ័ត្ន: x, y និង z មិនបានឱ្យក្នុងរូប

- សង់កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង និងក្រៅនៃ ΔABC ។
- តាង D , E និង JF ជាចំណោលកែងនៃ J លើបន្ទាត់ AB , AC និង BC រៀងគ្នា ។



ប្រយ័ត្ន: B នៅកន្លែងមិនត្រឹមត្រូវ

ដោយ J ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្រៅនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ នៃ ΔABC ។ គេបាន $JD = JF = JE$ ឬ $JD = JE$ នាំឱ្យ J ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\angle A$ ក្នុង ΔABC ។

- ស្រាយបំភ្លឺដូចគ្នាខាងលើគេទាញបាន K និង L ឋិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\angle B$ និង $\angle C$ រៀងគ្នានៃ ΔABC ។

211

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

ជាជាងនិយាយថាជាចម្ងាយយើងអាចបង្ហាញថា $IR = IP$ ដោយប្រើករណី អ.ម (អ៊ីប៉ូតេនុស និងមុំ) ។

ក្នុងត្រីកោណកែងពីរΔIRBនិងΔIPB ដែល IB គឺជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួមនិង$\angle IBR = \angle IBP$។

ដូច្នេះ$\Delta IRB \equiv \Delta IPB$ ករណី អ.ម

វិបាក $IR = IP$

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់សិស្ស

រំលឹកឡើងវិញ:

ក្នុងសម្រាយបញ្ជាក់ សំណើមួយចំនួនត្រូវបានប្រើដោយគ្មានការស្រាយបញ្ជាក់។

1. តើយើងអាចបង្ហាញថា $JD = JF = JE$ ថាពិតដែល J ស្ថិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំខាងក្រៅនៃ$\angle B$និង$\angle C$តាមរបៀបណា? (សូមប្រើករណី អ.ម)

2. តើយើងអាចបង្ហាញថា J ស្ថិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង$\angle A$ ថាពិតដែល $JD = JE$ យ៉ាងដូចម្តេច? (សូមប្រើករណី អ.ម)

ចំណេះដឹងបន្ថែម: ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង និងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណមួយ

កាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងគឺមានការពាក់ព័ន្ធយ៉ាងជិតស្និទ្ធទៅនឹងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ។

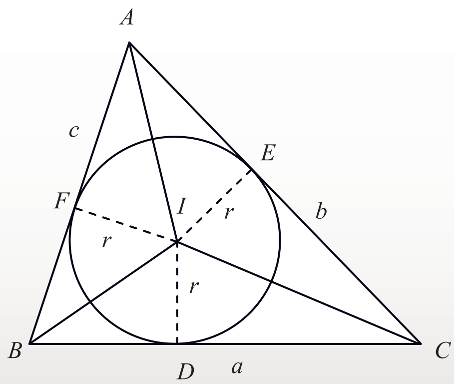
តាង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង និងតាង r ជាកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុង។ លើសពីនេះទៀតតាង a, b និង c ជារង្វាស់ជ្រុង BC, CA និង AB, រៀងគ្នា។ នោះយើងបាន៖

$S_{IBC} = \frac{1}{2} \times BC \times ID = \frac{1}{2} ar$។ ដូចគ្នានេះដែរ $S_{ICA} = \frac{1}{2} br$ និង

$S_{IAB} = \frac{1}{2} cr$។ បូកសមភាពទាំងបី យើងបាន

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}(ar + br + cr) = \frac{1}{2}(a + b + c)r$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{បរិមាត្រនៃ } \Delta ABC) \times (\text{កាំនៃរង្វង់})$$



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

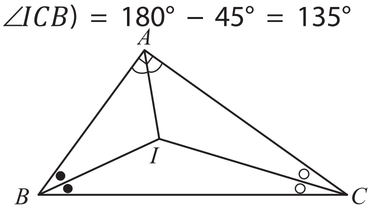
តែងតែមានរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅបី រង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅបីសម្រាប់ត្រីកោណមួយ ដូចដែលបង្ហាញខាងក្រោម។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

យើងដឹងហើយថា $\angle ABI = \angle IBC = \angle B/2$ និង $\angle BCI = \angle ICA = \angle C/2$.ដោយ $\angle B = \angle C$ ទាំងអស់គឺស្មើគ្នា។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ដោយ I គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង យើងបាន $\angle ABI = \angle IBC = \frac{1}{2}\angle B$ និង $\angle ACI = \angle ICB = \frac{1}{2}\angle C$។ ដូចនេះ $\angle ABI + \angle ACI = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = \frac{1}{2}(180° - \angle A) = 45°$ នាំឱ្យ $\angle BIC = 180° - (\angle IBC + \angle ICB) = 180° - 45° = 135°$



ដោយ $JD = JE = JF$ នោះចំណុច D, E និង F ឋិតនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត J ។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្នុងមុំ A ក្រៅ ΔABC ។

> *ទ្រឹស្តីបទ:* កន្លះបន្ទាត់ពុះក្រៅនៃមុំពីររបស់ត្រីកោណមួយនិងកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំទីបីប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចតែមួយគត់ដែលឋិតនៅស្មើចម្ងាយពីជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ ចំណុចប្រសព្វនេះហៅថាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅត្រីកោណ ។

លំហាត់គំរូ : ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A , I ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះនិង $\angle BIC = 120°$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា ABC ជាត្រីកោណសមង្ស ។

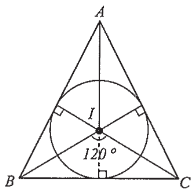
ចម្លើយ: I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC

នោះ I ជាចំណុចប្រសព្វនៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។

គេបាន $\angle ABI = \angle IBC = \angle BCI = \angle ICA = \frac{\angle B}{2} = \frac{\angle C}{2}$

ព្រោះ $\angle B = \angle C$ (មុំបាតត្រីកោណសមបាត ABC) ។

ដោយ ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A នាំឱ្យបន្ទាត់ AI ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។



គេបាន $IB = IC$ នាំឱ្យត្រីកោណ IBC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល I ។

ប៉ុន្តែ $\angle BIC = 120°$ គេបាន

$\angle IBC + \angle BCI = 60°$, $(\angle IBC = \angle BCI)$

$2\angle IBC = 60°$ នាំឱ្យ $\angle IBC = \frac{60°}{2} = 30°$

គេបាន $\frac{\angle B}{2} = 30°$ នាំឱ្យ $\angle B = 60°$

$\frac{\angle C}{2} = 30°$ នាំឱ្យ $\angle C = 60°$

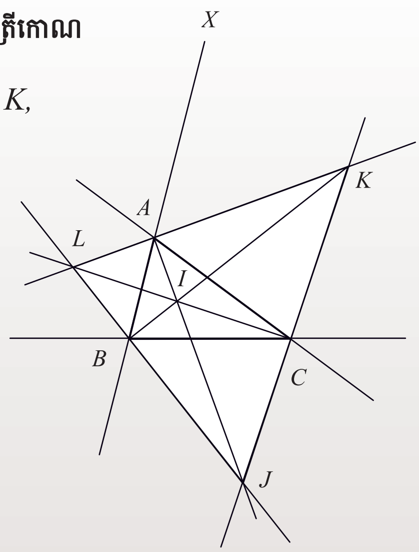
ត្រីកោណសមបាត ABC មានមុំបាត $\angle B = \angle C = 60°$ នោះ ABC ជាត្រីកោណសមង្ស ។

ប្រតិបត្តិ: ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A និង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃត្រីកោណនេះ ។ គណនាជាដឺក្រេនៃ $\angle BIC$ ។

212

ចំណេះដឹងបន្ថែម: ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង និងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅត្រីកោណ

ក្នុងត្រីកោណ ΔABC ដែល I គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង ហើយ $J, K,$ និង L ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅ។ AJ គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង និង AK គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅនៃកំពូល A ។ នោះ $\angle CAJ = \frac{1}{2}\angle BAC$ និង $\angle CAK = \frac{1}{2}\angle XAC$ បូកសមភាពទាំងពីរយើងបាន $\angle CAJ + \angle CAK$ $= \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle XAC) = \times 180° = 90°$ តាមវិធីនេះ យើងបាន $\angle JAK = 90°$ ឬ $JA \perp KL$។ ធ្វើដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន $KB \perp LJ$ និង$LC \perp JK$ ។ ដូចនេះ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង I គឺជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ΔJKL ដែលបង្កើតឡើងដោយផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងមុំក្រៅ។

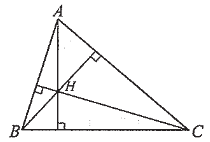


13th-16th Period

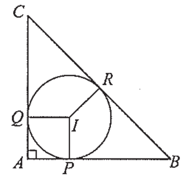
មេរៀនទី ១៦

លំហាត់

1. ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល A កម្ពស់គូសចេញពី A និងមេដ្យានគូសចេញពី B កាត់គ្នាត្រង់ P ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ CP កាត់អង្កត់ AB ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល ។
2. $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម, I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AB និង J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BC ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ AJ និង CI ជួបគ្នានៅលើអង្កត់ទ្រូង BD នៃប្រលេឡូក្រាម ។
3. គូសប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ រួចដៅចំណុច E ឆ្លុះនៃ D ធៀបនឹង B ។ បង្ហាញថា B ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ AEC ។

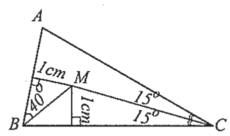


4. H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC ។ បញ្ជាក់ប្រាប់អរតូសង់នៃត្រីកោណ ABH , CAH និង BCH ។
5. ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ដែលអរតូសង់របស់វាឋិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BC ។



6. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ រង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះប៉ះទៅនឹងជ្រុងត្រីកោណនេះត្រង់ចំណុច P , Q និង R (I ជាផ្ចិតរបស់រង្វង់នេះ) ។ ប្រាប់ប្រភេទនៃចតុកោណ $APIQ$ ។
7. បំពេញតារាងខាងក្រោមដោយប្រើរូបដែលឱ្យដូចរូបខាងស្ដាំ ។

មុំ	$\angle MBC$	$\angle BMC$	$\angle CAM$	$\angle AMC$
គិតជាដឺក្រេ				



8. $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AB និង J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BC ។ គេយក P និង Q ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង AC ជាមួយនឹងបន្ទាត់ DI និង DJ ។ បង្ហាញថា $AP = PQ = QC = \frac{AC}{3}$ ។

213

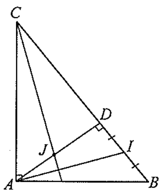
ចម្លើយ

(រូបភាពនៅទំព័របន្ទាប់)

1. ក្នុងត្រីកោណសមបាត ABC កម្ពស់គឺជាមេដ្យានគូសចេញ A ទៅ BC។ ដូចនេះចំណុចប្រសព្វ P គឺជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC។ ដូចនេះ CP ជាមេដ្យានគូសចេញC ទៅ AB។
2. តាង P ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AJ និង CI។ នោះ P គឺជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC និង BP គឺជាមេដ្យានគូសចេញ B ទៅ AC។ ដូចនេះ P នៅលើអង្កត់ទ្រូង BD (ដោយអង្កត់ទ្រូងកាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្ដាល)
3. តាង M ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AC និង BD។ ដោយ $ABCD$ គឺជាប្រលេឡូក្រាម នោះ M គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AC និង BD។ បួនចំណុច E, B, M និង D នៅលើបន្ទាត់តែមួយ នាំឱ្យ EM គឺជាមេដ្យាននៃ ΔAEC ។ ដោយ M គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ BD នោះ $EB = \frac{2}{3}EM$ យើងបាន B គឺជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔAEC ។
4. ក្នុង ΔABH យើងមាន $AH \perp BC$, $BH \perp AC$ និង $CH \perp AB$ ។ ដូចនេះអរតូសង់នៃΔABH គឺ C។ ដូចគ្នានេះដែរអរតូសង់នៃ ΔCAH និង ΔBCH គឺ B និង A រៀងគ្នា។
5. តាមលក្ខខណ្ឌកម្ពស់គូសចេញពី A គឺជាមេដ្យាទ័រនៃ BC។ លក្ខខណ្ឌខាងលើកើតឡើងបាននៅពេលដែល ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត ដែលមាន $AB = AC$។
6. តាមលក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ យើងបាន $\angle API = \angle AQI = 90°$។ ដោយ $\angle PAQ = 90°$ នោះយើងបានចតុកោណ $APIQ$ គឺជាចតុកោណកែង។ ម្យ៉ាងទៀត $IP = IQ$ កាំរង្វង់តែមួយដូចនេះ $APIQ$ គឺជាការេ។
7. តាង P, Q ជាជើងចំណោលកែងពី M ទៅ AB, BC រៀងគ្នា នោះ $\Delta MPB \equiv \Delta MQB$ យើងបាន $\angle MBC = \angle MBA = 40°$ ។
   $\angle BMC = 180° - 15° - 40° = 125°$
   នាំឱ្យ M គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ ΔABC ហើយ AM គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃ $\angle BAC$។
   $\angle BAC = 180° - 80° - 30° = 70°$
   ដូចនេះ $\angle CAM = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$។
8. តាង M ជាចំណុចប្រសព្វនៃ AC និង BD។ ដោយ M គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ BD យើងបាន P និង Q គឺជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABD និង ΔCBD រៀងគ្នា ដូចនេះ $AP = \frac{2}{3}AM = \frac{1}{3}AC$ ។ ដូចគ្នានេះដែរ $CQ = \frac{1}{3}AC$ និង $PQ = AC - AP - CQ = \frac{1}{3}AC$ ។

9. ក្នុងប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ បន្ទាត់ដែលកែងនឹងបន្ទាត់ BC កាត់តាម A និងបន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់ AC កាត់តាម B ប្រសព្វគ្នាត្រង់ E ។ ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ CDE ។

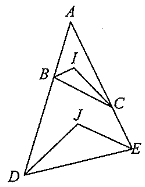
10. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A និង D ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពី A ។ I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ BD និង J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AD ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបន្ទាត់ AI និងបន្ទាត់ CJ ជាបន្ទាត់កែងគ្នា ។



11. គេឱ្យ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមមួយ គេកំណត់
- O ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាម
- H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ABC
- H' ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ACD ។

បង្ហាញថា O ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ HH' ។

12. ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ B និងមុំ C ប្រសព្វគ្នាត្រង់ I ។ ក្នុងត្រីកោណ ADE កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ D និងមុំ E ប្រសព្វគ្នាត្រង់ J ។ បង្ហាញថាចំណុច A , I និង J រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។

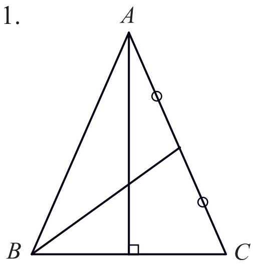


214

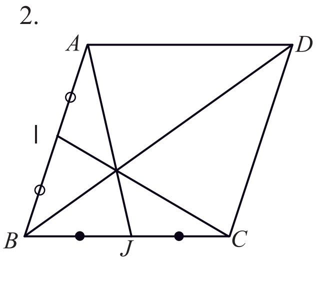
9. តាមលក្ខខណ្ឌ E គឺជាអរតូសង់នៃ ΔABC ហើយ $CE \perp AB$ ។ ដោយ $AB \parallel CD$ យើងបាន $CE \perp CD$ ដែលមានន័យថា ΔCDEគឺជាត្រីកោណកែង $\angle C = 90°$។
10. ដោយ J និង I គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃ DA និង DB រៀងគ្នា។ $IJ \parallel AB$ (ទ្រស្ដីបទចំណុចកណ្ដាល)។ ដោយ $AB \perp AC$ យើងបាន $IJ \perp AC$ នាំឱ្យ J គឺជាអរតូសង់នៃ ΔCDE ។ ដូចនេះ $CJ \perp AI$។
11. (ដូចលំហាត់ប្រតិបត្តិនៅទំព័រ 210)
12. ដោយ I គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ ΔABC នោះ AI គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ$\angle A$។ ដូចគ្នានេះដែរ AJ ក៏ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃមុំ$\angle A$ដែរ។ ដោយកន្លះបន្ទាត់ទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នា ដូចនេះ A, I និង J នៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

រូបនៃលំហាត់ដែលខ្វះរូបមាននៅខាងក្រោម។

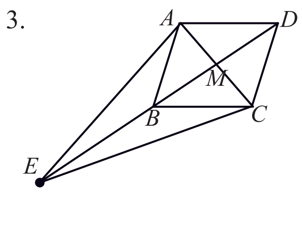
1.



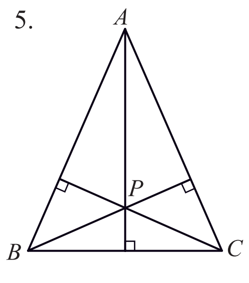
2.



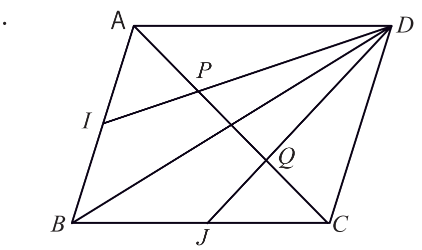
3.



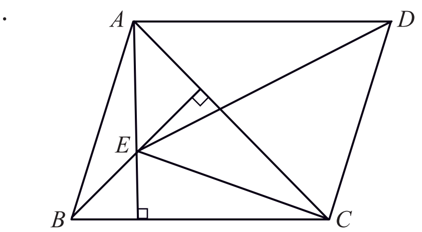
5.



8.



9.



ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

ចំណេះដឹងបន្ថែមទៀតសម្រាប់គ្រូ

បន្ទាត់អឺលែរ នៃផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ ទីប្រជុំទម្ងន់ និងអរតូសង់

ជំហានទី 1 ទំនាក់ទំនងរវាងផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ និងអរតូសង់

ក្នុងត្រីកោណΔABC តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ H ជាអរតូសង់ និង M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC ហើយតាង AD និងCF ជាកម្ពស់។ លើសពីនេះទៅទៀត តាង AP ជាអង្កត់ផ្ចិត និងQ ជាចំណុចប្រសព្វនៃរង្វង់ នឹងបន្លាយ AD ។ យើងបាន

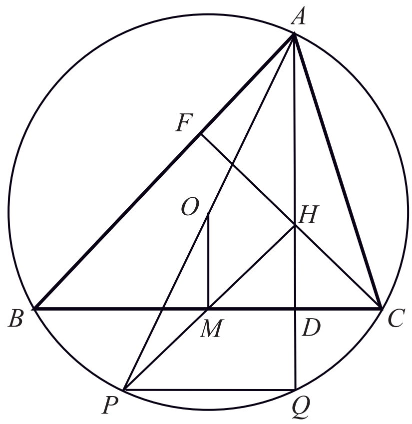
$PQ \parallel BC$

$HD = DQ$

P, M, H នៅលើបន្ទាត់តែមួយ

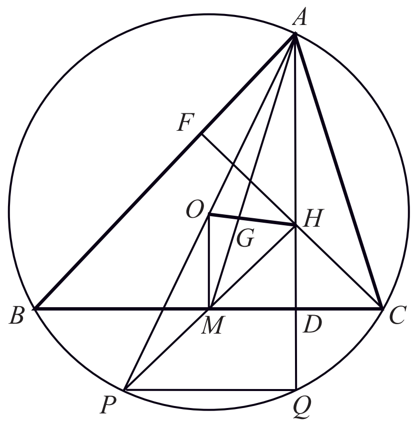
$AH = 2OM$

ចំណុចទាំងនេះអាចស្រាយបញ្ជាក់ដោយប្រើលក្ខណៈនៃរង្វង់ដែលបានណែនាំក្នុងថ្នាក់ទី 9។



ជំហានទី 2 បន្ថែមទប្រជុំទម្ងន់ និងមេដ្យាន

ឥឡូវយើងបន្ថែមមេដ្យានទៅនឹងរូប។ ដោយ $AH = 2OM$ និង $AH \| OM$ ដែល M ជាចំនុចកណ្តាលនៃ PH ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទចំណុចកណ្តាល។ ក្នុងត្រីកោណ ΔAPH ទាំងពីរ AM និងHO ជាមេដ្យានហើយ AM ប្រសព្វនឹង HO ត្រង់ចំណុច G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔAPH និង $AG=\dfrac{2}{3}AM$ ពិត។ នេះមានន័យថា G គឺជាទីប្រជុំទម្ងន់របស់ ΔABC ផងដែរ។ ដូចនេះ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ O ទីប្រជុំទម្ងន់ G និង អរតូសង់ H នៅលើបន្ទាត់តែមួយដែលត្រូវបានគេហៅថា បន្ទាត់អឺលែរបន្ទាប់ពី**លោកលេអនហាដអឺលែរ**ជាអ្នកដែលបានរកឃើញបន្ទាត់អឺលែរនេះ។ យើងមើលឃើញថា $GH = 2OG$ ។



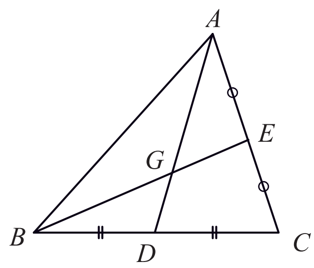
នៅពេលដែលត្រីកោណ ΔABC គឺជាត្រីកោណសមបាត ដែល $AB = AC$ ហើយមេដ្យាន AM ក៏ជាមេដ្យាទ័រនៃ BC ផងដែរ។ ដូចនេះ O, G និង H នៅលើ AM ។ ដូច្នេះបន្ទាត់អឺលែរ ត្រួតលើមេដ្យាន AM។

លើសពីនេះទៅទៀតនៅពេលដែល ΔABC គឺត្រីកោណសម័ង្ស នោះបីចំណុច O,G និង H គឺជាចំណុចតែមួយ ដូចនេះបន្ទាត់អឺលែរមិនមានទេក្នុងករណីនេះ។

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់ បន្ទាត់ និងអង្កត់ពិសេសជួបគ្នានៅក្នុងត្រីកោណ
(1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

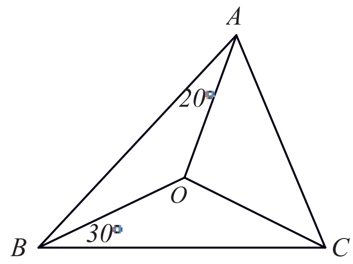
*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC ដែល AD និង BE គឺជាមេដ្យាន ហើយ G ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AD និង BE។ នោះ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC។ បើផ្ទៃក្រឡានៃ ΔBDG ស្មើនឹង 3 ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC។ (15 ពិន្ទុ)



(a) 6 (b) 12 (c) 18 (d) 24

2. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅដែល $\angle OAB = 20°$, $\angle OBC = 30°$ដូចរូបដែលបង្ហាញខាងស្តាំ។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖



(1) រករង្វាស់មុំ $\angle BOC$។ (10 ពិន្ទុ)

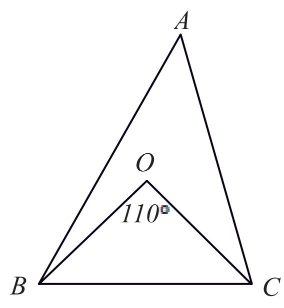
(a) 80° (b) 100° (c) 120° (d) 140°

(2) រករង្វាស់មុំ $\angle OCA$។ (10 ពិន្ទុ)

(a) 30° (b) 40° (c) 50° (d) 60°

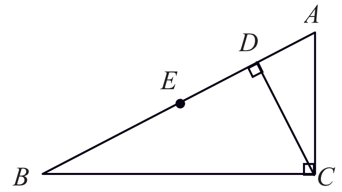
3. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅដែល $\angle BOC$=110° ដូចរូបដែលបង្ហាញខាងស្តាំ។ រករង្វាស់មុំ$\angle A$។ (15 ពិន្ទុ)

(a) 25° (b) 35° (c) 45° (d) 55°



4. គេឱ្យត្រីកោណΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle C = 90°$។

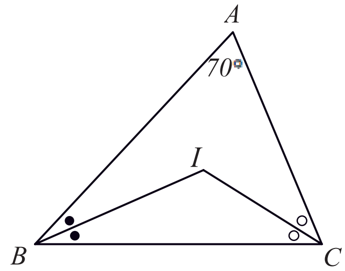
តាងD ជាជើងចំណោលកែងពី C ទៅ AB និងតាង E ជាចំណុចកណ្តាល AB។ ចូររកទីតាំងអរតូសង់នៃត្រីកោណΔABC?



(15 ពិន្ទុ)

(a) A (b) C (c) D (d) E

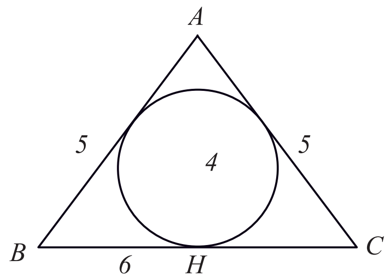
5. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងដែល $\angle A = 70°$ ដូចរូបដែលបង្ហាញខាងស្តាំ។ រករង្វាស់មុំ $\angle BIC$ ។



(15 ពិន្ទុ)

(a) 110° (b) 125° (c) 140° (d) 155°

6. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ΔABC ដែលមាន $AB = AC = 5$ និង $BC = 6$ ។ តាង H ជាជើងកម្ពស់ពីកំពូល A ទៅ BC និង$AH = 4$ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖



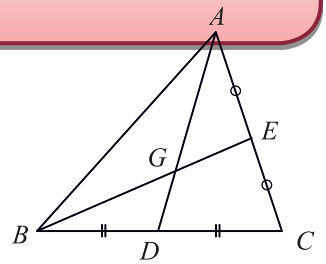
(1) រកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC (5 ពិន្ទុ)

(a) 10 (b) 12 (c) $\frac{25}{2}$ (d) 15

(2) រកប្រវែងកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ ΔABC (15 ពិន្ទុ)

(a) $\frac{3}{4}$ (b) 1 (c) $\frac{3}{2}$ (d) 2

ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវិនិច្ឆ័យ



1. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC ដែល AD និង BE គឺជាមេដ្យាន ហើយ G ជា

ចំណុចប្រសព្វរវាង AD និង BE។ នោះ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC។

បើផ្ទៃក្រឡានៃ ΔBDG ស្មើនឹង 3 ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃΔABC។ (15 ពិន្ទុ)

(a) 6 (b) 12 (c) 18 (d) 24

ចម្លើយ

ដោយ G គឺជាទិប្រជុំទម្ងន់ នោះយើងបាន $GD = \frac{1}{3}AD$ នាំឱ្យ $\Delta ABD = 3\Delta BDG = 3 \times 3 = 9$

ដូចនេះ $\Delta ABC = 2\Delta ABD = 2 \times 9 = 18$

ចម្លើយ (c) 18

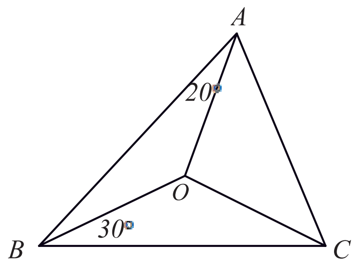
ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

2. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅដែល

$\angle OAB = 20°$, $\angle OBC = 30°$ ដូចរូបដែលបង្ហាញខាងស្តាំ។



ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖

(1) រករង្វាស់មុំ $\angle BOC$។ (10 ពិន្ទុ)

(a) 80° (b) 100° (c) 120° (d) 140°

(2) រករង្វាស់មុំ $\angle OCA$។ (10 ពិន្ទុ)

(a) 30° (b) 40° (c) 50° (d) 60°

ចម្លើយ

(1) ដោយ O គឺជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ នោះយើងបាន $OA = OB = OC =$ កាំរង្វង់ចារឹកក្រៅ

នាំឱ្យ ΔOBC គឺជាត្រីកោណសមបាតដែល $\angle OBC = \angle OCB = 30°$

ដូចនេះ $\angle BOC = 180° - 30° \times 2 = 120°$

ចម្លើយ (c) 120°

(2) $\angle OAB + \angle OBA = 40°$, $\angle OBC + \angle OCB = 60°$

នាំឱ្យ $\angle OAC + \angle OCA = 180° - 40° - 60° = 80°$

ដូចនេះ $\angle OCA = 80° \div 2 = 40°$ **ចម្លើយ** (b) 40°

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់សំណួរនីមួយៗ

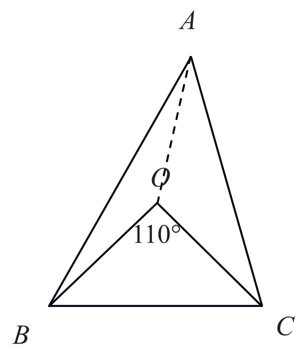
10 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

3. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅដែល $\angle BOC = 110°$

ដូចរូបដែលបង្ហាញខាងស្តាំ។ រករង្វាស់មុំ$\angle A$។

(15 ពិន្ទុ)



(a) 25° (b) 35° (c) 45° (d) 55°

ចម្លើយ

$\angle OBC + \angle OCB = 180° - 110° = 70°$ នាំឱ្យ $\angle OAB + \angle OBA + \angle OAC + \angle OCA =$

$180° - 70° = 110°$ ។ ដោយ ΔOAB និង ΔOAC គឺជាត្រីកោណសមបាតទាំងពីរ នោះ

$\angle OAB + \angle OBA + \angle OAC + \angle OCA = 2(\angle OAB + \angle OAC) = 2\angle A$។

ដូចនេះ $\angle A = 110° \div 2 = 55°$

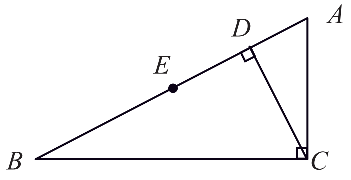
ចម្លើយ (d) 55°

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

4. គេឱ្យត្រីកោណ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle C = 90°$ ។ តាង D ជាជើងចំណោលកែងពី C ទៅ AB និងតាង E ជាចំណុចកណ្ដាល AB។ ចូររកទីតាំងអរតូសង់នៃត្រីកោណΔABC? (15 ពិន្ទុ)



(a) A (b) C (c) D (d) E

ចម្លើយ

កម្ពស់ដែលគូសចេញពី A ទៅ BC គឺជាជ្រុង AC និង កម្ពស់ដែលគូសចេញពី B ទៅ AC គឺជាជ្រុង BC។

ដូចនេះ អរតូសង់គឺជាចំណុចប្រសព្វ C នៃ AC, BC និង CD។

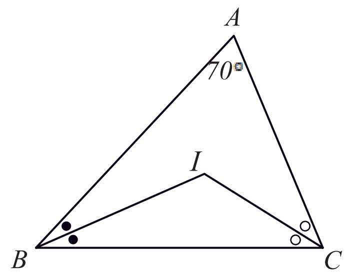
ចម្លើយ (b) C

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

5. ក្នុងត្រីកោណ ΔABC តាង I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងដែល $\angle A = 70°$ ដូចរូបដែលបង្ហាញខាងស្ដាំ។ រករង្វាស់មុំ $\angle BIC$ ។ (15 ពិន្ទុ)



(a) 110° (b) 125° (c) 125° (d) 155°

ចម្លើយ

(1) $\angle IBC + \angle ICB = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$.

ដូចនេះ: $\angle BIC = 180° - (\angle IBC + \angle ICB) = 180° - 55° = 125°$

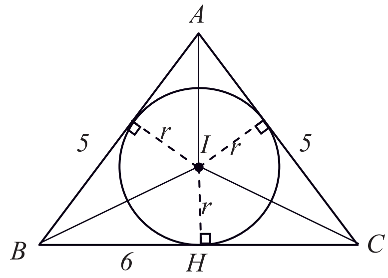
ចម្លើយ (b) 125°

ការដាក់ពិន្ទុ

15 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ ។

6. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ΔABC ដែលមាន $AB = AC = 5$ និង $BC = 6$ ។ តាង H ជាជើងកម្ពស់ពីកំពូល A ទៅ BC និង$AH = 4$ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖



(1) រកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC (5 ពិន្ទុ)

(a) 10 (b) 12 (c) $\frac{25}{2}$ (d) 15

(2) រកប្រវែងកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ ΔABC (15 ពិន្ទុ)

(a) $\frac{3}{4}$ (b) 1 (c) $\frac{3}{2}$ (d) 2

ចម្លើយ

(1) $\Delta ABC = 6 \times 4 \div 2 = 12$

ចម្លើយ (b) 12

(2) តាង I គឺជាផ្ចិតនៃរង្វង់ និង r ជាកាំ នោះយើងបាន $\Delta ABC = \Delta IAB + \Delta IBC + \Delta ICA =$ $\frac{1}{2}(5r + 6r + 5r) = 8r$។ ដោយ $8r = 12$ តាម (1) នាំឱ្យ $r = \frac{3}{2}$។

(មើលទំព័រ 211) **ចម្លើយ** (c) 3 /2

ការដាក់ពិន្ទុ សម្រាប់ (1)

5 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ

សម្រាប់ (2)

15 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = ធ្វើចម្លើយខុស ឬមិនធ្វើចម្លើយ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 25	សិស្សទាំងនេះខ្វះចំណេះដឹងលើមូលដ្ឋានលក្ខណៈ និងទ្រឹស្តីបទត្រីកោណ និងបន្ទាត់ ហើយត្រូវការរំលើកឡើងវិញនូវចំណេះដឹងមូលដ្ឋាននេះយ៉ាងហ្មត់ចត់។
30 – 45	សិស្សទាំងនេះប្រហែលជាបានយល់លក្ខណៈជាមូលដ្ឋាន និងពីរបៀបប្រើលក្ខណៈក្នុងត្រីកោណនិងបន្ទាត់ប៉ុន្តែមិនអាចអនុវត្តចំណេះដឹងនៅក្នុងស្ថានភាពផ្សេងគ្នាៗបាន។ ពួកគេត្រូវការធ្វើលំហាត់នៃកម្រិតស្តង់ដារកាន់តែច្រើនថែមទៀត។
50 – 75	សិស្សនិស្សិតមានចំណេះដឹងនិងជំនាញជាមូលដ្ឋាននៅកម្រិតថ្នាក់ទី ៨ ប៉ុន្តែពេលខ្លះមានការលំបាកក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ដែលមានភាពស្មុគស្មាញជាងនេះ។ ពួកគេត្រូវពង្រឹងនូវជំនាញរបស់ពួកគេតាមរយៈការធ្វើលំហាត់ជាច្រើនទៀត។
80 – 100	សិស្សទាំងនេះត្រូវបានទទួលស្គាល់មានកម្រិតចំណេះដឹង និងមានជំនាញគ្រប់គ្រាន់ អំពីការដោះស្រាយលំហាត់លើត្រីកោណនិងបន្ទាត់។ ពួកគេត្រូវរៀបចំដើម្បីបន្តទៅលើការសិក្សាធរណីមាត្របន្ទាប់ទៀត ។

មេរៀនទី 18 មាត្រដ្ឋាន

វត្ថុបំណង

វត្ថុបំណងនៃមេរៀនទី18 មាត្រដ្ឋាននេះមាន ៣ ចំណុចដូចខាងក្រោម៖

- កំណត់បានយ៉ាងច្បាស់នូវបញ្ញត្តិនៃផែនទី និងប្លង់មួយបានត្រឹមត្រូវ
- បង្ហាញប្រភេទរូបស្របតាមមាត្រដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
- ដោះស្រាយលំហាត់នៅលើមាត្រដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ។

ក្នុងសៀវភៅនេះ វត្ថុបំណងទីពីរខាងលើហាក់ដូចជាមិនទាន់គ្រប់គ្រាន់ ហើយសិស្សអាចខ្វះការអនុវត្តការសង់រូបដោយប្រើខ្នាត ព្រោះថាការសង់រូបគឺជាផ្នែកមួយដ៏សំខាន់ក្នុងផ្នែកធរណីមាត្រ។ដូចនេះ សៀវភៅណែនាំគ្រូនេះមានរួមបញ្ចូលទាំងសកម្មភាពមួយចំនួនដើម្បីជួយសិស្សឱ្យទទួលបាននូវជំនាញក្នុងការសង់រូបបង្រួម ឬពង្រីកនៅក្នុងមាត្រដ្ឋាន ឬផលធៀបដែលបានផ្តល់ឱ្យ។

ផែនការបង្រៀន

យោងតាមបំណែកចែកកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំមេរៀននេះបានកំណត់ 6 ម៉ោង ហើយសៀវភៅណែនាំគ្រូបានកំណត់ 4 ម៉ោងសម្រាប់ការបង្រៀន និង 2ម៉ោងសម្រាប់លំហាត់ដូចដែលបានបង្ហាញក្នុងតារាងទី1 ខាងក្រោម។ ទោះជាយ៉ាងនេះក៏ដោយក៏គ្រូអាចបត់បែន និងផ្លាស់ប្តូរចំនួនម៉ោងនៃការបង្រៀននេះដោយយោងទៅតាមកម្រិតនៃការយល់ដឹងរបស់សិស្ស និងការបង្រៀនតាមផែនការប្រចាំឆ្នាំរបស់សាលា។

តារាងទី1 បំណែងចែកម៉ោងបង្រៀននៃមាត្រដ្ឋាន

ម៉ោងសិក្សា	ចំណងជើងរងនៃមេរៀនមាត្រដ្ឋាន	ទំព័រ
1	1. ផែនទី និងប្លង់	231-232
2	2. មាត្រដ្ឋាន 3. តំណាងមាត្រដ្ឋាន	232-234
1	4. លំហាត់លើមាត្រដ្ឋាន	234-235
2	លំហាត់	235-236

សេចក្តីណែនាំសម្រាប់ការបង្រៀន

ក្នុងតារាងទី2 ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីផែនការសម្រាប់ការបង្រៀន និងវង្វាយតម្លៃ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែធ្វើសកម្មភាព និងវាយតម្លៃដោយផ្អែកលើលក្ខណៈវិនិច្ឆ័យដែលបានផ្តល់ឱ្យក្នុងតារាងនេះ។

សកម្មភាពសំខាន់ៗក្នុងមេរៀននេះគឺ:

(i) ប្រើប្រាស់លក្ខណៈនៃការពង្រីក និងការបង្រួមរូបដែលជាផលធៀបនៃរង្វាស់ជ្រុងត្រូវគ្នាជាចំនួនថេរ

(ii) សង់រូបបង្រួមនៃធាតុដែលមាននៅជុំវិញសិស្សដូចជាក្តារខៀន បន្ទប់រៀន។ល។

(iii) ដោះស្រាយលំហាត់រូបពង្រីក និងបង្រួមរូបដូចជាផែនទីជាដើម។ ដោយវត្ថុបំណងនៃមេរៀនខាងលើនេះរួមបញ្ចូលទាំងការសង់រូបតាមរយៈមាត្រដ្ឋានដែលឱ្យក៏ដោយក៏សៀវភៅនេះមិនបានផ្តល់នូវសកម្មភាពពីការធ្វើវាទេ។ ដូច្នេះគ្រូត្រូវបានគេរំពឹងថានឹងផ្តល់ឱ្យសកម្មភាពសង់រូបក្នុងផ្នែកទី2 និងទី3 ដូចដែលបានណែនាំនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ។

តារាងទី2 ផែនការបង្រៀន និងខ្នាតតម្លៃ

ម៉ោងសិក្សា	វត្ថុបំណង	សកម្មភាព	លទ្ធផល
1	កំណត់បញ្ញត្តិនៃផែនទីមួយយ៉ាងច្បាស់និងផែនការ	● សិស្សកំណត់និយមន័យ និងលក្ខណៈនៃការពង្រីក និងការបង្រួមរូប ● សិស្សដោះស្រាយលំហាត់សាមញ្ញមួយចំនួនដោយប្រើលក្ខណៈនៃការពង្រីក និងការបង្រួមរូបសមាមាត្រនៃរង្វាស់ជ្រុងត្រូវគ្នានេះគឺថេរ។	● សិស្សអាចពន្យល់ពីលក្ខណៈនៃការពង្រីករូបបានត្រឹមត្រូវ។ ● សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់សាមញ្ញមួយចំនួនដោយប្រើប្រាស់លក្ខណៈនៃការពង្រីករូបបានត្រឹមត្រូវ។
2-3	ធ្វើការបង្ហាញប្រភេទរូបមួយដែលត្រឹមត្រូវតាមមាត្រដ្ឋាន	● សិស្សរៀនពីសញ្ញាណនៃមាត្រដ្ឋាន ● សិស្សគូររូបបង្រួមលើសៀវភៅសរសេរ ● សិស្សប្រើផែនទីដើម្បីរកចម្ងាយពិតប្រាកដរវាងពីរកន្លែង។	● សិស្សអាចគូររូបបង្រួមតាមមាត្រដ្ឋានដែលឱ្យបានត្រឹមត្រូវ ● សិស្សអាចប្រើផែនទីដើម្បីរកចម្ងាយពិតប្រាកដរវាងពីរកន្លែងបានត្រឹមត្រូវ។
4	ដោះស្រាយលំហាត់បានលើមាត្រដ្ឋានត្រឹមត្រូវ	● សិស្សដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗនៅលើទំព័រ 234-235។	● សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។
5-6	ដោះស្រាយលំហាត់បានលើមាត្រដ្ឋានត្រឹមត្រូវ	● សិស្សដោះស្រាយលំហាត់នៅលើទំព័រ 235-236 ។	● សិស្សអាចដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗបានត្រឹមត្រូវ។

ចំណុចសំខាន់ៗនៃការបង្រៀន

- ដោយសិស្សមិនទាន់បានរៀនអំពីរូបដូចគ្នាដែលនឹងត្រូវរៀននៅក្នុងថ្នាក់ទី៩ គ្រូបង្រៀនត្រូវណែនាំពីការពង្រីក និងការបង្រួមរូបដោយប្រើ "រូបដែលមានទំហំខុសគ្នាតែមានរូបរាងដូចគ្នា"។
- ការគូររូបបង្រួមមិនមានទេនៅក្នុងសៀវភៅនេះបើទោះបីជាវាមាននៅក្នុងវត្ថុបំណងក៏ដោយ។ ដូចនេះគ្រូត្រូវបន្ថែមសកម្មភាពនៅលើការគូររូបក្នុងផ្នែកទី 2 និងទី 3។
- សិស្សមួយចំនួនអាចមានបញ្ហាលើការបម្លែងខ្នាតនៃរង្វាស់ជាពិសេសរវាងcm និងkm។ ជាញឹកញាប់សិស្សតែងតែធ្វើឱ្យមានកំហុស ក្នុងការបម្លែងខ្នាតគ្រូអាចប្រើពីរឬបីនាទីដើម្បីពិនិត្យទំនាក់ទំនងរវាងខ្នាតទាំងនេះ។

ចំណេះដឹងមូលដ្ឋានសម្រាប់មេរៀននេះ

មេរៀននេះតម្រូវឱ្យសិស្សត្រូវមានចំណេះដឹង និងជំនាញដូចខាងក្រោម៖

- មានចំណេះដឹង និងជំនាញក្នុងការគណនាលើសមាមាត្រ
- ជំនាញត្រឹមត្រូវក្នុងគូររូបធរណីមាត្រមូលដ្ឋាន
- ចំណេះដឹងស្តីពីខ្នាតនៃប្រវែង និងជំនាញនៃការបម្លែងខ្នាតមួយទៅខ្នាតមួយផ្សេងទៀត។

1st Period

មេរៀនទី

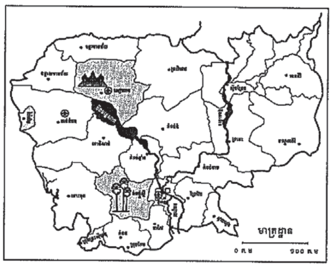
18 មាត្រដ្ឋាន

វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់សញ្ញាណប្លង់និងផែនទីបានច្បាស់លាស់
- ❑ ចេះគូសគំនូសតាងមាត្រដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ
- ❑ ចេះដោះស្រាយចំណោទមាត្រាដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ ។

1. ផែនទីនិងប្លង់

សញ្ញាណទូទៅ : នៅលើក្រដាសមួយសន្លឹកគេមិនអាចតាងទំហំពិតប្រាកដនៃប្រទេសមួយបានទេគេត្រូវគូសគំនូសមួយតូចជាង ។ រូបដែលគូសនៅលើក្រដាសត្រូវឱ្យដូចរូបពិត បានសេចក្តីថា រូបទាំងពីរមានផ្ទៃក្រឡាខុសគ្នាតែមានរាងដូចគ្នា ។

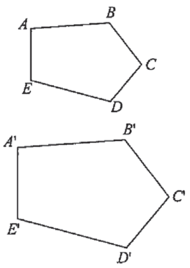


គេបានលទ្ធផលនេះដោយគូសបង្រួមវិមាត្រនៃប្រទេស ក្នុងសមាមាត្រដដែល ។ គំនូសតាងបែបនេះហៅថា **ប្លង់ ឬ ផែនទី** ។

ឧទាហរណ៍ : គេមានពហុកោណ $A'B'C'D'E'$ ដែលពង្រីកចេញពីពហុកោណ $ABCDE$ ។ គេថា ពហុកោណទាំងពីរដូចគ្នា ។

យើងសង្កេតឃើញថា

- ចម្ងាយវាស់លើរូបមួយសមាមាត្រនឹងចម្ងាយត្រូវគ្នាលើរូបមួយទៀត
- មុំត្រូវគ្នាលើរូបទាំងពីរមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ។



231

មាត្រដ្ឋាន

ដោយវត្ថុបំណងទីពីរនេះមិនបានរួមបញ្ចូលសកម្មភាពដែលសិស្សគូររូបពង្រីក និងបង្រួម។ ដូចនេះគ្រូបង្រៀនគួរតែផ្តល់សកម្មភាពបន្ថែមទៀតដូចដែលបានណែនាំនៅក្នុងសៀវភៅណែនាំគ្រូនេះ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 1?

កំណត់យ៉ាងច្បាស់នូវបញ្ញត្តិនៃផែនទី និងប្លង់មួយ។

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

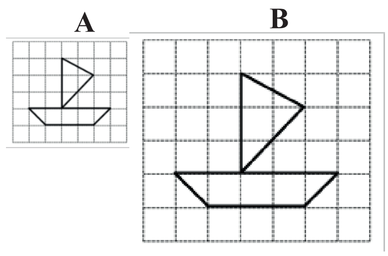
ឧទាហរណ៍លើទំព័រនេះផ្តល់នូវគំនិតនៃការពង្រីក និងការបង្រួមរូបយ៉ាងសង្ខេប។ គ្រូបង្រៀនគួរតែណែនាំសិស្សនូវមូលដ្ឋានជាច្រើនទៀតលើរូប ដែលមានការពន្យល់ដោយប្រើរូបដូចដែលបានពណ៌នានៅក្នុងប្រអប់នៃទំព័របន្ទាប់។

សេចក្តីណែនាំបន្ថែមស្តីពី "ការពង្រីក និងការបង្រួមរូប"

និយមន័យ:

យើងទទួលបានរូបភាព B ដោយពង្រីកប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹងនៃរូបភាព A ពីរដង។ រូបទាំងពីរនេះមានទំហំខុសគ្នា ប៉ុន្តែមានរូបរាងដូចគ្នា។

- រូបភាព B ត្រូវបានគេហៅថាជារូបពង្រីកនៃរូបភាព A
- រូបភាព A ត្រូវបានគេហៅថាជារូបបង្រួមនៃរូបភាព B



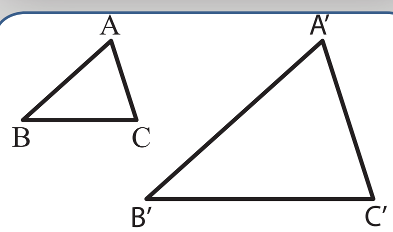
លក្ខណៈ:

នៅពេលដែលត្រីកោណ $A'B'C'$ គឺជារូបពង្រីកនៃត្រីកោណ ABC

- ផលធៀបនៃរង្វាស់ជ្រុងត្រូវគ្នាគឺជាចំនួនថេរ

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$ ។

- មុំដែលត្រូវគ្នាគឺជាមុំស្មើគ្នានោះគឺ $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$។



កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

រូបភាពនៃវិមានឯករាជ្យនេះមិនបានប្រាប់ប្រវែងបណ្តោយទេនៅក្នុងសំណួរនេះ។ គ្រូបង្រៀនគួរតែគូររូបភាពថ្មីនេះបើយោងតាមសំណួរ។

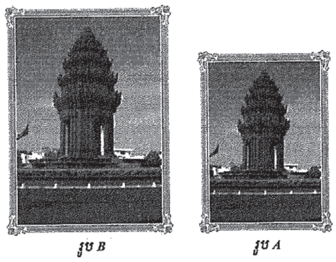
ចម្លើយនៃប្រតិបត្តិ

ឧបមាថាទំហំរូបដែលត្រូវផ្តិតនេះគឺ 16cm×24cm (មិនមែន12cm×24cm) បន្ទាប់មកផលធៀបនៃទទឹងរូបថតទាំងពីរនោះគឺ 16/4 = 4 ហើយសមាមាត្រនៃកម្ពស់គឺ 24/6 = 4 នាំឱ្យរូបថតដែលផ្តិតឡើងវិញគឺធំជាងរូបថតដើម 4 ដង។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 2

ក្នុងផ្នែកនេះសិស្សរៀនមិនត្រឹមតែអត្ថន័យនៃមាត្រដ្ឋានប៉ុណ្ណោះទេប៉ុន្តែក៏រៀនគូររូបបង្រួមដូចដែលបានពណ៌នាក្នុងវត្ថុបំណាងផងដែរ។

លំហាត់គំរូ : យើងមានរូបថតវិមានឯករាជ្យពីរសន្លឹក ដែលរូប B បានចម្លងចេញពីរូប A ។ បើគេវាស់កម្ពស់ រូបថតទាំងពីរគេបាន $26mm$ ចំពោះរូប A និង $39mm$ ចំពោះរូប B ។ តែបើគេវាស់ទទឹងរូបថតទាំងពីរ គេបាន $6mm$ ចំពោះរូប A និង $9mm$ ចំពោះរូប B ។ ចូរសរសេរផលធៀបរូបថតទាំងពីរ តើអ្នកសង្កេតឃើញយ៉ាងដូចម្តេចចំពោះរូបថតទាំងពីរសន្លឹកនេះ ។



រូប B រូប A

កែតម្រូវ រូបខ្វះប្រវែង គូររូបឡើងវិញ

ចម្លើយ : ផលធៀបកម្ពស់រូបថត

បើគេវាស់ $26mm$ ចំពោះរូប A និង $39mm$ ចំពោះរូប B

គេបាន $\frac{26}{39} = \frac{2}{3}$

ផលធៀបទទឹងរូបថត

បើគេវាស់ $6mm$ ចំពោះរូប A និង $9mm$ ចំពោះរូប B

គេបាន $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

កែតម្រូវ: ត្រូវតែ 16cm × 24cm ឬ 12cm × 18cm

យើងសង្កេតឃើញថាផលធៀបទាំងពីរស្មើគ្នា ។ ម្យ៉ាងទៀតបើយើងរកផលធៀបរវាងចម្ងាយត្រូវគ្នា នោះយើងសង្កេតឃើញថាផលធៀបមានតម្លៃថេរដែលគឺ $\frac{2}{3}$ ។

ប្រតិបត្តិ : សុខា យករូបថតដែលមានទំហំ $4cm \times 6cm$ មកផ្តិតពង្រីកទំហំ $\boxed{12cm \times 24cm}$ ។ ចូរសរសេរផលធៀបរូបថតទាំងពីរ ។ តើអ្នកសង្កេតឃើញយ៉ាងដូចម្តេចចំពោះរូបថតទាំងពីរសន្លឹកនេះ ?

2. មាត្រដ្ឋាន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បើប្រវែង $1cm$ នៅលើផែនទីតាងឱ្យប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដី 1 000cm នោះគេថាផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{1\ 000}$ ឬ គេសរសេរ 1/1 000 ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បើប្រវែង $1cm$ នៅលើផែនទីតាងឱ្យប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដី 10 000cm នោះគេថាផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{10\ 000}$ ឬ គេសរសេរ 1/10 000 ។

សំគាល់ : ផែនទីយុទ្ធសាស្ត្រគេនិយមប្រើ មានមាត្រដ្ឋាន 1/50 000 ឬ 1/20 000 ។ ផែនទីក្រុមស្ទូរិយោដីគេគិតមាត្រដ្ឋាន 1/20 000 ។

232

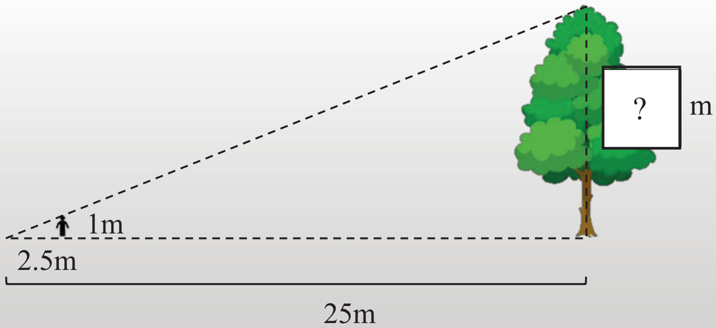
លក្ខខណ្ឌទាំងនេះគឺមិនពាក់ព័ន្ធហើយក៏មិនមែនជាការចាំបាច់សម្រាប់ថ្នាក់ទី៨ដែរ។

2nd Period

គ្រូតពិនិត្យការយល់ដឹងរបស់សិស្ស និងការរៀបចំដើម្បីរៀនពីមាត្រដ្ឋាន

សំណួរ

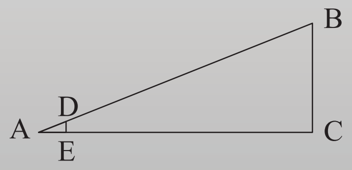
បើយើងចង់ដឹងថាកម្ពស់នៃដើមឈើនៅក្នុងរូបភាពខាងក្រោម តើយើងអាចរកវាតាមរបៀបណា?



ចម្លើយ

យើងគិតអំពីត្រីកោណ ABC ដែលដូចគ្នាទៅនឹង ADE ដែល BC ជាកម្ពស់របស់ដើមឈើ និង DE ជាកម្ពស់របស់មនុស្ស ឬ 1 ម៉ែត្រ។

ត្រីកោណ ABC ដែលដូចគ្នាទៅនឹង ADE យើងបាន



$$\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE} \Rightarrow \frac{BC}{25} = \frac{1}{2.5} \Rightarrow BC = 10$$

ដូចនេះកម្ពស់របស់ដើមឈើគឺ 10 ម៉ែត្រ។

3rd Period

មេរៀនទី ១៨

លំហាត់គំរូទី 1 : នៅពេលកំពុងធ្វើដំណើរសាម៉ុល បានឃើញផែនទីផ្លូវមួយខ្សែដែលកំពុងជួសជុលមានដាក់មាត្រដ្ឋាន 1/80 000 និងប្រវែងនៅលើផែនទី 150mm ។ តើផ្លូវនោះមានប្រវែងប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រ ?

ចម្លើយ : ចំពោះមាត្រដ្ឋាន 1/80 000 មានន័យថាប្រវែង 1mm នៅលើផែនទីមានប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដីប្រវែង 80 000mm ឬ 80m ។ ប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដីគឺ $80m \times 150 = 12\ 000m$ ឬ 12km

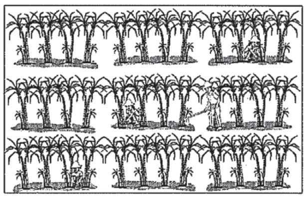
ដូចនេះប្រវែងផ្លូវគឺ 12km ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ផ្លូវជាតិពីភ្នំពេញទៅស្ទឹងត្រែងមានប្រវែងពិត 455km តាមផ្លូវជាតិលេខ 6A លេខ 7 និងលេខ 13 ។ តើនៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 មានចម្ងាយប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ : ចំពោះមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 មានន័យថាប្រវែង 1cm នៅលើផែនទីមានប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដីប្រវែង 200 000cm ឬ 2km ។ ប្រវែងនៅលើផែនទីគឺ $455 \div 2 = 227.5cm$

ដូចនេះប្រវែងផ្លូវនៅលើផែនទីគឺ 227.5cm ។

ប្រតិបត្តិ : នៅលើប្លង់ផែនទីរបស់សូរិយាដីបណ្តោយចំការអំពៅមួយមានប្រវែង 3.5cm បើបណ្តោយពិតមានប្រវែង 70m ។ តើផែនទីនោះមានមាត្រដ្ឋានប៉ុន្មាន ?



3. តំណាងមាត្រដ្ឋាន

គេតាងផែនទីដោយប្រភាគមួយ ដែលភាគយកជាប្រវែងនៅលើផែនទី រីឯភាគបែងជាប្រវែងពិតនៃវត្ថុប្រវែងទាំងពីរនេះដែលត្រូវគិតឯកតាដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : មាត្រដ្ឋាន មានន័យថា $\frac{1cm}{1\ 000cm}$ មានន័យថា $\frac{1cm \text{ លើផែនទី}}{1\ 000cm \text{ លើដី}}$

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បើផែនទីមួយមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{1\ 000}$ នោះគេបាន

- 1mm លើផែនទី ត្រូវនឹង 1 000mm លើដី ។
- 1cm លើផែនទី ត្រូវនឹង 1 000cm លើដី ។
- 1dm លើផែនទី ត្រូវនឹង 1 000dm លើដី ។

សំគាល់ : វិមាត្រទាំងឡាយនៃរូបនៅលើផែនទីត្រូវចែកនឹងមួយចំនួនដូចគ្នា ។

ចំពោះផែនទីមួយបើវិមាត្រចែក នឹង 100 000 នោះគេថាផែនទីមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{100\ 000}$

គេសរសេរ 1/100 000 ។

233

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

គ្រូបង្រៀនគួរតែបន្ថែមសកម្មភាពដើម្បីគូររូបបង្រួមដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងប្រអប់ខាងក្រោមនេះ។

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

70m = 7000cm

$\Rightarrow$ 35/70000 = 1/2000

ដូចនេះមាត្រដ្ឋាននេះគឺ 1/2000 ។

តើសិស្សនឹងទទួលបានអ្វីបន្ទាប់ពីសិក្សាផ្នែកទី 3?

សិស្សអាចបម្លែងខ្នាតរង្វាស់រវាងផែនទី និងផែនដីពិតប្រាកដ និងអាចដោះស្រាយលំហាត់នៅលើមាត្រដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស:

"ប្រសិនបើចម្ងាយ 10 cm នៅលើផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/100000 តើវាមានប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រនៅលើផែនដីពិតប្រាកដ?"

(ចម្លើយ 10 គីឡូម៉ែត្រ។)

សកម្មភាពបន្ថែម ការគូរដោយប្រើមាត្រដ្ឋាន

យើងគូររូបបង្រួមសាមញ្ញនៃវត្ថុដែលយើងអាចរកបាននៅក្នុងថ្នាក់ដូចជាក្តារខៀន តុ កៅអី និងថ្នាក់រៀន។

1. វាស់ប្រវែងពិតប្រាកដនៃវត្ថុ រួចកត់ត្រាប្រវែងទាំងនេះ។ (ប្រើរង្វាស់ម៉ែត្រខ្សែ) ។ ឧទាហរណ៍ក្តារខៀន ហើយឧបមាថា បណ្តោយ = 200 cm និងមានកម្ពស់ = 120 cm។

2. គណនាមាត្រដ្ឋានដើម្បីបង្រួមរូបដែលសមទៅនឹងសៀវភៅសរសេរ។

ឧទាហរណ៍ប្រសិនបើប្រវែងទទឹងនៃសៀវភៅសរសេររបស់អ្នកប្រហែល 15 cm ព្យាយាមគិតពីមាត្រដ្ឋាន 1/10, 1/16, 1/20, 1/25, 1/40 ។ល។ បន្ទាប់មកអ្នកអាចរកឃើញថា 1/20 ជាមាត្រដ្ឋានដែលសមរម្យជាងមាត្រដ្ឋានដទៃទៀតព្រោះវានឹងធ្វើឱ្យបណ្តោយស្មើ 10 cm និងមានកម្ពស់ស្មើ 6 cm។

3. គូររូបបង្រួមនូវវត្ថុដោយប្រើប្រវែងដែលអ្នកបានរកឃើញនៅក្នុងជំហានខាងលើ។

4. ប្រើវត្ថុផ្សេងទៀតក្នុងការបង្កើតមាត្រដ្ឋាន។

$\frac{1}{50}$ នៃក្តារខៀនទំហំ 200cm$\times$ 120cm

កំណត់សម្គាល់សម្រាប់គ្រូ

"1/2500 cm" គឺស្មើ 1/2500 នៃ 1 cm ឬ 0.0004 cm ឬ 0.004 mm

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

ប្រើផែនទីនៃខេត្តផ្ទាល់របស់អ្នកដើម្បីជួយដល់សិស្សឱ្យយល់ពីខេត្តរបស់ពួកគេ។

សំណួរសម្រាប់សិស្ស

បន្ទាប់ពីឱ្យឧទាហរណ៍ ចូរផ្តល់ឱ្យសិស្សនូវសំណួរខាងក្រោមដែលដូចគ្នាជាមួយនឹងផែនទីខ្នាតនៃ 1/500000។

"ប្រសិនបើចម្ងាយពិតប្រាកដរវាងពីរកន្លែងគឺ 240km។ តើស្មើនឹងប៉ុន្មានសង់ទីម៉ែត្រនៅលើផែនទី?"

(ចម្លើយ 48cm)

វានឹងធ្វើឱ្យមានចាប់អារម្មណ៍ខ្លាំងប្រសិនបើសិស្សវាស់ចម្ងាយនៅលើផែនទីនៃប្រទេសកម្ពុជារួចរកចម្ងាយពិតប្រាកដ។

លំហាត់គំរូ : មាត្រដ្ឋានមួយតាងឱ្យចម្ងាយពិតនៅលើដី $\frac{1}{2\,500}cm$ ។ រកចម្ងាយពិតនៅលើដី ?

ចម្លើយ : មាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}cm$

កែតម្រូវ: ឯកទេស "cm" ត្រូវតែលុបចោល

មានន័យថា $1cm$ លើផែនទីត្រូវនឹង $2\,500\ cm$ លើដី ឬ $25m$

ដូចនេះ ចម្ងាយពិតនៅលើដីគឺ $25m$ ។

ប្រតិបត្តិ : គ្រូណែនាំឱ្យសិស្សសង្កេតមើលផែនទីនៅក្នុងថ្នាក់រៀន ។ បន្ទាប់មកយកបន្ទាត់មកវាស់ប្រវែងទីតាំងសំខាន់ៗ ឱ្យសិស្សគណនាប្រវែងពិតនៅលើផ្ទៃដី ។

4 ចំណោទ

ឧទាហរណ៍ : ផែនទីនៃប្រទេសកម្ពុជាមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{500\,000}$ ។ បន្ទាត់ត្រង់តាងប្រវែងពីរាជធានីភ្នំពេញទៅទីរួមខេត្តកំពតមានប្រវែង $27cm$ ។ ចូររកចម្ងាយពិតនៅលើដី ។ បើមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{500\,000}$ នោះចម្ងាយពិតមាន 500 000 ដងធំជាងប្រវែងនៅលើផែនទី ។

ចម្ងាយពីរាជធានីភ្នំពេញទៅទីរួមខេត្តកំពតតាមបន្ទាត់ត្រង់មាន

$27cm \times 500\,000 = 13\,500\,000\,cm$ ឬ $135km$ ។

ដូចនេះ ចម្ងាយពីរាជធានីភ្នំពេញទៅទីរួមខេត្តកំពតតាមបន្ទាត់ត្រង់ $135km$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : រកប្រវែងនៅលើផែនទីភូមិបាលមួយ ដោយដឹងថាផែនទីនោះមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}$ បើភូមិទាំងពីរឃ្លាតពីគ្នាចម្ងាយ $1\,500\,m$?

ចម្លើយ : បើមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}$ នោះប្រវែងនៅលើផែនទីភូមិបាលគឺ 2 500 តូចជាងចម្ងាយពិត ។

ប្រវែងនៅលើផែនទីមាន

$1\,500 = 0.06m$ ឬ $60cm$

ដូចនេះ ប្រវែងនៅលើផែនទីគឺ $60cm$ ។

កែតម្រូវ:

$1500\text{m} \times \frac{1}{2500} = \frac{3}{5}$ m

= 0.6 m ឬ 60 cm

234

លំហាត់បន្ថែម ចម្ងាយដែលទាក់ទងទៅនឹងផែនដី

សំណួរ

ឧបមាថាផែនដីគឺមានរាងជាស្វ៊ែដែលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង12700 km។ ប្រសិនបើអ្នកមានភូគោលមានអង្កត់ផ្ចិតស្មើនឹង 25.4cm។

1. តើមាត្រដ្ឋានស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
2. នៅពេលដែលចម្ងាយនៅលើនៅលើភូគោលស្មើនឹង 6.4 cm តើចម្ងាយពិតប្រាកដនៅលើផែនដីមានប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រ?

ចម្លើយ

1. 12 700 km = 1 270 000 000cm

ដូច្នេះទ្រង់ទ្រាយគឺជា $\frac{25.4}{1\,270\,000\,000} = \frac{254}{12.700\,000\,000} = \frac{2}{1\,000\,000} = \frac{1}{50\,000\,000}$

2. 6.4 cm × 50 000 000 = 320 000 000 cm = 3200 km

4th Period

5^{th}-6^{th} Period

លំហាត់គំរូទី 2 : វិមានឯករាជ្យមានកម្ពស់ពិត 37m បើគេវាស់ក្នុងប្លង់នៃផែនទីមួយវាមានកម្ពស់ 18.50cm ។ តើប្លង់នៃផែនទីមានមាត្រដ្ឋានប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ : កម្ពស់ក្នុងប្លង់ 18.50cm = 0.185m

មាត្រដ្ឋាននៃប្លង់នោះគឺ $\frac{0.185}{37} = \frac{1}{200}$

ដូចនេះ មាត្រដ្ឋាននៃប្លង់នោះគឺ $\frac{1}{200}$ ។

ប្រតិបត្តិ : ទីក្រុងពីរមានចម្ងាយពិត 225km ។ តើចម្ងាយនេះតាងឱ្យប្រវែងប៉ុន្មាននៅលើផែនទី បើគេយកមាត្រដ្ឋាន ។

ក. $\frac{1}{50\ 000}$ ខ. $\frac{1}{80\ 000}$

គ. 1/20 000 ឃ. 1/100 000

ង. ចំពោះមាត្រដ្ឋានខាងលើតើអ្នកជ្រើសរើសយកមួយណាដើម្បីគូរផែនទីផ្លូវផ្តល់ឱ្យមានវិមាត្រសមរម្យ ។

មិនច្បាស់លាស់:វាអាស្រ័យវត្ថុបំណងនៃផែនទីបង្ហាញផ្លូវ

លំហាត់

1. ផែនទីមួយមានមាត្រដ្ឋាន 1/80 000 ។ គណនាចម្ងាយពិតនៅលើដី បើគេវាស់ចម្ងាយទីក្រុងពីរលើផែនទី 343mm ។
2. ចំការដូងប្រេងមួយមានរាងត្រីកោណដែលមានជ្រុង 6km , 4.5km និង 3.9km ។ ចូរតាងចំការនោះលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 : 750 ។
3. ផែនទីមួយមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ របស់ចំការចតុកោណកែងមួយដែលមានវិមាត្រ 4cm និង 3.5cm ។ បើគេលក់ចំការនោះក្នុងមួយអារថ្លៃ 10 000 000៛ គណនាថ្លៃចំការនោះ ។
4. នៅលើផែនទីភូមិបាលមួយមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ មានចំការមួយរាងចតុកោណកែងដែលមានបណ្តោយ 52mm និងទទឹង 25mm ។ រកប្រវែងវិមាត្រពិតនិងផ្ទៃក្រឡាចំការពិតជាហិចតា ។
5. នៅលើផែនទីចំការដំឡូងមីមួយរាងចតុកោណកែងមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{200\ 000}$ ។ បើគេវាស់បណ្តោយនៅលើផែនទីមានប្រវែង 10.7dm និងទទឹង 4.7dm ។ តើប្រវែងពិតនៃវិមាត្រចំការនោះមានប្រវែងប៉ុន្មានម៉ែត្រ ?

235

ចម្លើយប្រតិបត្តិ

225 km = 22 500 000 cm

ក. $\frac{22\ 500\ 000}{50\ 000} = \frac{22\ 50}{5}$

$= 450$ cm (ឬ 4.5 m)

ខ. $\frac{22\ 500\ 000}{80\ 000} = \frac{22\ 50}{8}$

$= 281.25$ cm

គ. $\frac{22\ 500\ 000}{20\ 000} = \frac{22\ 50}{2}$

$= 1125$ cm (ឬ 11.25 m)

ឃ. $\frac{22\ 500\ 000}{100\ 000} = 225$ cm

(ឬ 2.25 m)

ង. វាអាស្រ័យលើគោលបំណងនៃផែនទី។ ប្រសិនបើវាមានគោលបំណងបង្ហាញផ្លូវជាតិនិងផ្លូវសំខាន់ៗមួយផ្សេងទៀត នោះមាត្រដ្ឋាននឹងត្រូវយក 1/100000 (ឬ (ឃ)) ។ ប៉ុន្តែបើវាគួរតែរួមបញ្ចូលផ្លូវតូចៗរវាងភូមិមួយទៅភូមិមួយទៀតនោះគួរតែយក 1/50000 ឬ 1/20000។

ចម្លើយលំហាត់

1. 343 mm × 80000

   = 27440000 mm

   = 27.44 km

2. ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនៃកសិដ្ឋានមួយគឺ

   600000 cm × $\frac{1}{750}$ = 800 cm

   450000 cm × $\frac{1}{750}$ = 600 cm

   390000 cm × $\frac{1}{750}$ = 520 cm

3. 4 cm × 2500 = 10000 cm = 100 m

   3.5 cm × 2500 = 8750 cm = 87.5 m

   1 a = 100 m^2

   100 m × 87.5m = 8750 m^2 = 87.5 a

   ដោយដីកសិដ្ឋាន 1 អារ លក់បានតម្លៃ 10000000 រៀល នោះតម្លៃលក់សរុបគឺ:

   10000000 រៀល × 87.5 = 875000000 រៀល

4. បណ្តោយ = 52 mm × 2500 = 130000 mm = 130 m

   ទទឹង = 25 mm × 2500 = 62500 mm = 62.5 m

   យើងបាន

   130 m × 62.5 m = 8125 m^2 = 0.8125 ហិចតា

5. ប្រវែងបណ្តោយនៅលើផែនទី = 10.7 dm

   នាំឱ្យប្រវែងបណ្តោយពិតប្រាកដ = 10.7 dm × 200 000

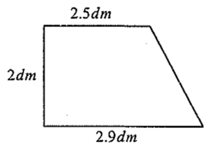
   = 2140 000 dm = 214 000 m

   ប្រវែងទទឹងនៅលើផែនទី = 4.7 dm

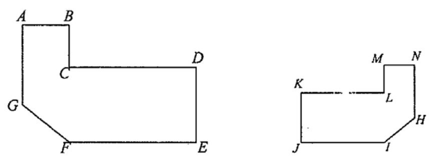
   នាំឱ្យប្រវែងទទឹងពិតប្រាកដ = 4.7 dm × 200 000

   = 940 000 dm = 940 000 m

6. នៅលើមាត្រដ្ឋាន 1/20 000 មានទីក្រុងបីដែលដៅចំណុច A , B និង C ផ្គុំគ្នាជារាងត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែលមានជ្រុង $AB = 4.5cm$ និង $AC = 5.2cm$ ។
   ក. ចូរគូសរូបឱ្យបានត្រឹមត្រូវរួចវាស់ប្រវែង BC នៅលើផែនទី ។
   ខ. គណនាប្រវែងពិត AB , AC និង BC នៅលើផ្ទៃដី ។
7. នៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/80 000 ចម្ងាយរវាងខេត្តពីរមាន $66mm$ ។ តើចម្ងាយពិតរវាងខេត្តទាំងពីរនៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 និង 1/100 000 ។ ស្មើប៉ុន្មាន ?
8. នៅក្នុងផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 : 1 000 000 គេតាងកោះមួយក្នុងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $15cm$ និង $7cm$ ។ គ្រូបានឱ្យសិស្សម្នាក់ចម្លងផែនទីនោះដាក់ក្នុងចតុកោណកែងមួយដែលមានទទឹងប្រវែង $9.3cm$ ។
   ក. តើបណ្ដោយមានប្រវែងប៉ុន្មាន cm ?
   ខ. រកមាត្រដ្ឋាននៃផែនទីនោះ ។
9. គូសត្រីកោណ ABC នៅក្នុងប្លង់មួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{15}$ ។ បើជ្រុងទាំងបីរបស់ត្រីកោណមានប្រវែង $5.1dm$, $4.5dm$ និង $3.6dm$ ។
10. ប្លង់បន្ទប់មួយមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 ដែលមានរាងដូចរូបខាងស្ដាំ
   ក. រកមាឌខ្យល់នៅក្នុងបន្ទប់បើវាមានកម្ពស់ $3.75m$ ។
   ខ. រកប្រាក់ដែលគេត្រូវទិញឥដ្ឋការ៉ូ បើគេក្រាលឥដ្ឋការ៉ូក្នុង $1m^2$ មានតម្លៃ 1 600 ៛ ។



11. ចូរវាស់ជ្រុងទាំងអស់និងមុំទាំងអស់នៃរូបទាំងពីរខាងក្រោម ។ រួចសរសេរលទ្ធផលនៃរង្វាស់ទាំងនេះដាក់ក្នុងតារាងមួយ រួចគណនាផលធៀបនៃជ្រុងត្រូវគ្នា ។
តើរូបទាំងពីរនេះដូចគ្នាដែរឬទេ ?



ចម្លើយលំហាត់

6. ក. ក្នុងត្រីកោណកែង ABC មានមុំកែង A។ នាំឱ្យយើងបាន

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 4.5^2 + 5.2^2 = 47.29$

$BC = \sqrt{47.29}$ cm

ខ. ចម្ងាយពិតប្រាកដគឺ:

AB = 4.5 cm × 20 000

= 90 000 cm = 0.9 km

BC = 5.2 cm × 20 000

= 104 000 cm = 1.04 km

CA = $\sqrt{47.29}$ cm × 20 000

= 20 000$\sqrt{47.29}$ cm

= 2$\sqrt{47.29}$ km

7. ចម្ងាយពិតប្រាកដរវាងខេត្តពីរគឺ

66 mm × 80 000

= 5 280 000 mm

ក. នៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/200 000 នោះចម្ងាយពិតប្រាកដគឺ 5 280 000 mm × $\frac{1}{200\,000}$

= 26.4 mm

ក. នៅលើផែនទីដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/100 000 នោះចម្ងាយពិតប្រាកដគឺ 5 280 000 mm × $\frac{1}{100\,000}$

= 52.8 mm

8. ឧបមាថានៅលើផែនទីមានមាត្រដ្ឋាន 1:1 000 000 ប្រវែងបណ្ដោយ និង ទទឹងនៃចតុកោណកែងគឺ 15 cm និង 7 cm រៀងគ្នា។

ក. ប្រវែងបណ្ដោយ L (cm) ផែនទីចម្លងគឺ: L : 9.3 = 15 : 7

⇔ 7L = 15×9.3 = 139.5

⇔ L ≈ 19.9 cm

ខ. ប្រវែងបណ្ដោយពិតប្រាកដនៃចតុកោណកែងគឺ

7 cm x 1 000 000 = 7000 000 cm

ដូចនេះមាត្រដ្ឋាននៃផែនទីចម្លងគឺ

7 000 000 ÷ 9.3=1/752688

9. 5.1 dm = 51 cm, 4.5 dm = 45 cm

3.6 dm = 36 cm

1/15 នៃជ្រុងទាំងបីគឺ

$51 \times \frac{1}{15} = 3.4$ cm

$45 \times \frac{1}{15} = 3$ cm

$36 \times \frac{1}{15} = 2.4$ cm

(ចូរប្រើបន្ទាត់ និងដែកឈានគូររូបដោយខ្លួន)

10. ប្រវែងជ្រុងនៃបន្ទប់គឺ

2.5 dm × 200 = 50 m,

2 dm × 200 = 40 m

2.9 dm × 200 = 58 m

ក. មាឌនៃបន្ទប់នេះគឺ

$(50+58)\times\frac{1}{2}\times40\times3.5=7560m^3$

ខ. ប្រាក់ដែលត្រូវទិញការូគឺ

$(50+58)\times\frac{1}{2}\times40\times1600$

= 3 456 000 រៀល

11. រូបទាំងពីរនេះដូចគ្នា ហើយផលធៀបនៃរូបឆ្វេង និងរូបស្ដាំគឺ 1:0.65។ (វាស់ប្រវែងជ្រុង និងមុំ និងបង្កើតតារាងដោយខ្លួនអ្នក)

ចំណេះដឹងបន្ថែម និងសកម្មភាព

ការពង្រីករូប

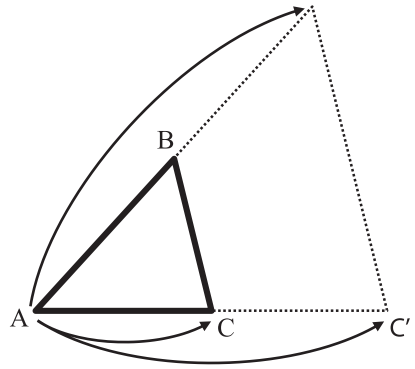
ការសិក្សាអំពីមាត្រដ្ឋាន និងការពង្រីករូបមិនអាចសម្រេចដោយជោគជ័យទេបើគ្មានចំណេះដឹងអំពីរូបដូចគ្នាដែលត្រូវរៀននៅថ្នាក់ទី ៩។ ប្រសិនបើសិស្សរបស់លោកអ្នកមានការលំបាកក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់លើមាត្រដ្ឋានអ្នកគួរតែដើរមួយជំហានត្រឡប់មកវិញដើម្បីពិនិត្យមើលឡើងវិញនូវចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាន និងជំនាញ។

[ជំហានទី 1] ត្រីកោណដូចគ្នា

បើគេឱ្យត្រីកោណមួយនោះយើងអាចគូរត្រីកោណមួយទៀតដែលដូចទៅនឹងត្រីកោណដែលឱ្យ ដោយពង្រីកជ្រុងជាប់កំពូលដែលជាចំណុចគោលមួយ។

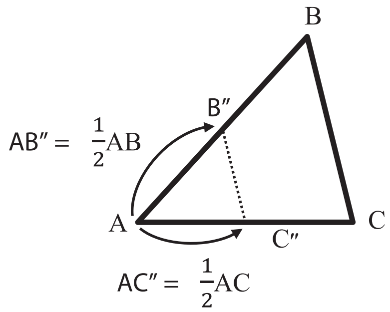
ឧទាហរណ៍ ចំពោះត្រីកោណ ABC មួយដែលយើងអាចគូរត្រីកោណ $AB'C'$ ដូចទៅនឹងត្រីកោណ ABC ដែលជ្រុងរបស់វាវែងជាងជ្រុងត្រីកោណ ABC ពីរដងដោយយក A ជាចំណុចគោលរួចពង្រីកជ្រុងខាង AB ដល់ចំណុច B’ និង AC ដល់ចំណុច C'

នាំឱ្យ $AB' = 2AB$ និង $AC' = 2AC$។



តាមវិធីដូចគ្នានេះដែរយើងអាចគូរត្រីកោណដែលដូចគ្នាដែលមានជ្រុងវែងជាង ឬខ្លីជាង k ដងនៃត្រីកោណដើម។ បើសិនជាមាន $k = 1/2$ យើងអាចគូរត្រីកោណ $AB''C''$ មួយដែល B'' និង C'' នៅពាក់កណ្ដាលនៃជ្រុង និង AC រៀងគ្នា។

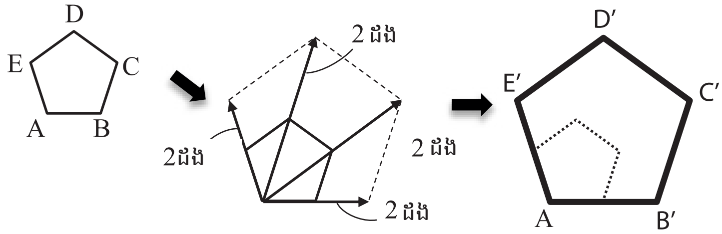
ចំណេះដឹងទាំងនេះជាមូលដ្ឋានសម្រាប់ការយល់ដឹងអំពីមាត្រដ្ឋាន



[ជំហានទី 2] រូបដូចគ្នា

យើងអាចពង្រីករូបឱ្យធំដោយប្រើវិធីដូចខាងលើ។ ឧទាហរណ៍ចំពោះបញ្ចកោណ $ABCDE$ ដូចខាងក្រោមនេះយើងពង្រីក AB, AC, AD និង AE ដល់ចំណុច B', C', D' និង E' រៀងគ្នា យើងបាន $AB' = 2AB, AC' = 2AC, AD' = 2AD$ និង $AE' = 2AE$ ។

ដូចនេះបញ្ចកោណ $AB'C'D'E'$ ដូចទៅនឹង $ABCDE$ ហើយ $AB'C'D'E'$ មានទំហំធំជាង $ABCDE$ 2ដង។.



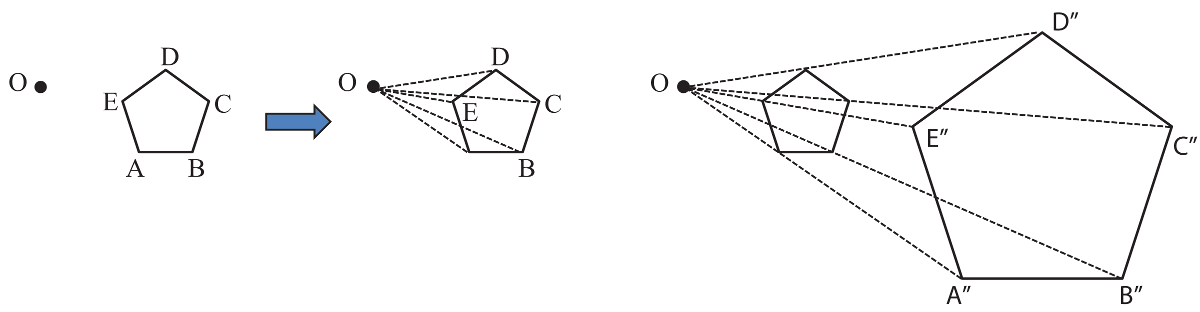
[វិធីសាស្ត្រផ្សេងទៀតនៃការពង្រីករូប]

វិធីសាស្ត្រនេះអាចត្រូវបានធ្វើជាទូទៅដូចខាងក្រោម

ចំពោះបញ្ចកោណ ABCDE យើងគូរបញ្ចកោណដូច AB’C’D’E’ ដែលមានជ្រុងស្មើនឹង 3 ដង នៃជ្រុងដូចគ្នារបស់បញ្ចកោណ ABCDE។

ទី១យកចំណុច O មួយនៅខាងក្នុង ឬខាងក្រៅនៃបញ្ចកោណ ABCDE ។ ទី២ការតភ្ជាប់ O ទៅកំពូល A, B, C, D និង E ទីបីពង្រីកOA, OB, OC, OD និង OE ដល់ចំណុច A’, B’, C’, D’ និង E’ រៀងគ្នា ដែលOA’=3OA, OB’= 3OB, OC’ = 3OC, OD’= 3OD និងOE’= 3OE រៀងគ្នា។ បញ្ចកោណ AB’C’D’E’ ដូចទៅនឹង ABCDE

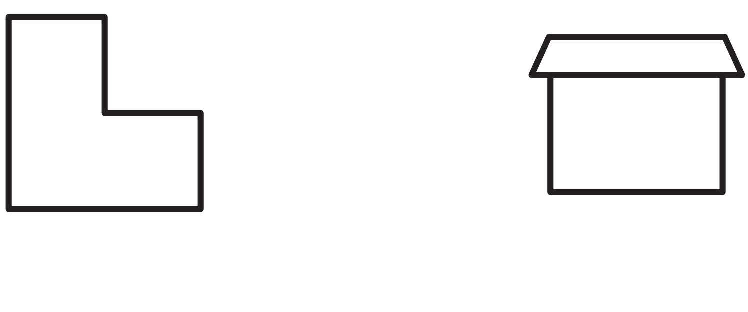
ហើយ AB’C’D’E’ មានទំហំធំជាង ABCDE 3ដង។



រូបដែលគូរដែលពឹងផ្អែកតាមមាត្រដ្ឋានត្រូវបានគេហៅថាការគូរតាមមាត្រដ្ឋាន។ សកម្មភាពទាំងអស់ខាងលើនេះគឺជាការអនុវត្តការគូរដែលពឹងផ្អែកតាមមាត្រដ្ឋាន។

[លំហាត់]

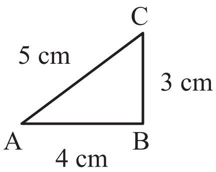
ចូរគូររូបពង្រីកនៃរូបខាងក្រោម។ អ្នកអាចពង្រីកវាតាមតែអ្នកចូលចិត្ត



លំហាត់បន្ថែមលើមាត្រដ្ឋាន

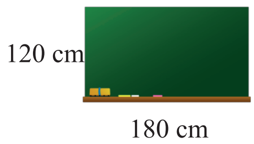
គ្រូអាចផ្ដល់ឱ្យសិស្សនូវលំហាត់បន្ថែមទៀតដូចខាងក្រោមដើម្បីពិនិត្យមើលកម្រិតនៃការយល់ដឹងរបស់ពួកគេមុនពេល ឬ បន្ទាប់ពីការបង្រៀនមេរៀននៃនេះ។

[លំហាត់កម្រិតមូលដ្ឋាន]



1. គេមានត្រីកោណ *ABC,* ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្ដាំ។ ប្រសិនបើយើងពង្រីកជ្រុងនៃ ABC ពីរដងដើម្បីឱ្យបានត្រីកោណដូច *A’B’C’* បន្ទាប់មកតើប្រវែងនៃ *A’C’* ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

(ចម្លើយ 10 cm)



2. គេមានក្ដារខៀនដែលមានកម្ពស់ 120 cm និងបាត 180 cm ដូចដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្ដាំ។ បើយើងគូរក្ដារខៀននេះនៅលើសៀវភៅសរសេរ។ ប្រសិនបើយើងគូរកម្ពស់ 4 cm បន្ទាប់មកតើយើងគូរបាតប៉ុន្មានcm?

(ចម្លើយ 6 cm)

3. បន្ទប់មួយមានរាងជាការេដែលមានជ្រុងស្មើនឹង 15 ម៉ែត្រ។ បើយើងគូររូបនេះនៅលើសៀវភៅសរសេរដោយប្រើមាត្រដ្ឋាន 1: 100 តើជ្រុងនៃការេស្មើនឹងប៉ុន្មានcm?

(ចម្លើយ 15 cm)

[លំហាត់កម្រិតស្ដង់ដា]

1. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/500 000 ។ បើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនដីពិតប្រាកដគឺ 200 គីឡូម៉ែត្រ តើចម្ងាយនោះស្មើនឹងប៉ុន្មានcmនៅលើផែនទី?

(**ចម្លើយ** 40 cm)

2. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1/100 000 ។ បើយើងគូសការេនៅលើផែនទីដែលមានជ្រុងស្មើ 5 cm តើការេនោះមានក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹងប៉ុន្មាននៅលើផែនដី?

(**ចម្លើយ** 25 km^2)

3. គេមានស្រែមួយរាងចតុកោណកែងដែលមានប្រវែងទទឹង 200 ម៉ែត្រ និងបណ្ដោយ 300 ម៉ែត្រ។ បើយើងមើលស្រែនេះនៅលើផែនទីស្រែនោះមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង 24 cm^2។ តើផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋានស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

(**ចម្លើយ** 1/5000)

ចំណេះដឹងបន្ថែមលើមាត្រដ្ឋាន: ប្រព័ន្ធព្រះអាទិត្យ

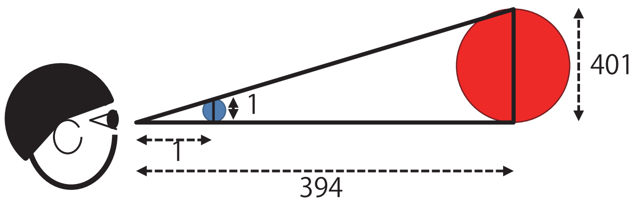
បើយើងសម្លឹងមើលទៅលើមេឃយើងអាចមើលឃើញព្រះអាទិត្យ និងព្រះច័ន្ទគឺស្ទើរតែមានទំហំប៉ុនគ្នា។ តើទំហំពិតរបស់វាមានភាពខុសគ្នាប៉ុន្មាន?

ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងតារាងខាងក្រោមព្រះអាទិត្យគឺមានទំហំធំជាងព្រះច័ន្ទ និងផែនដី។ អង្កត់ផ្ចិតនៃផែនដី និងព្រះច័ន្ទគឺប្រហែល 1/109 និង 1/401 នៃអង្កត់ផ្ចិតរបស់ព្រះអាទិត្យរៀងគ្នា។ ប្រសិនបើយើងគិតថាព្រះអាទិត្យគឺជាបាល់មួយដែលមានអង្កត់ផ្ចិតប្រវែង 6cm នោះអង្កត់ផ្ចិតនៅលើផែនដីនឹងត្រូវប្រហាក់ប្រហែលនឹង កន្លះមិល្លីម៉ែត្រដូចជាដុំនៃគ្រាប់ខ្សាច់មួយ។

	អង្កត់ផ្ចិត (ប៉ាន់ស្មាន)	ផលធៀបផែនដី (ផែនដី= 1)	ផលធៀបព្រះច័ន្ទ (ព្រះច័ន្ទ = 1)	ចម្ងាយពីផែនដី (ប៉ាន់ស្មាន)
ព្រះអាទិត្យ	1 392 000 km	109	401	149 600 000 km
ផែនដី	12 756 km	1	3.7	---
ព្រះច័ន្ទ	3 475 km	0.3	1	380 000 km

ម្យ៉ាងទៀតដោយសារតែមានភាពខុសគ្នារវាងចម្ងាយពីផែនដីទៅព្រះអាទិត្យ និងពីផែនដីទៅព្រះច័ន្ទ នោះទំហំនៃព្រះអាទិត្យ និងព្រះច័ន្ទគឺហាក់ដូចជាប៉ុនគ្នាបើមើលពីផែនដី។
ផលធៀបនៃចម្ងាយពីផែនដីទៅព្រះច័ន្ទ និងពីផែនដីទៅព្រះអាទិត្យគឺ380000/149600000≈1/394។

ដូចដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូបខាងស្តាំ ផលធៀបនៃចម្ងាយពីយើងទៅព្រះច័ន្ទ និងពីយើងព្រះអាទិត្យ (1/394) គឺវាប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹងផលធៀបនៃអង្កត់ផ្ចិតរបស់ព្រះច័ន្ទ និងព្រះអាទិត្យ (1/401) ។



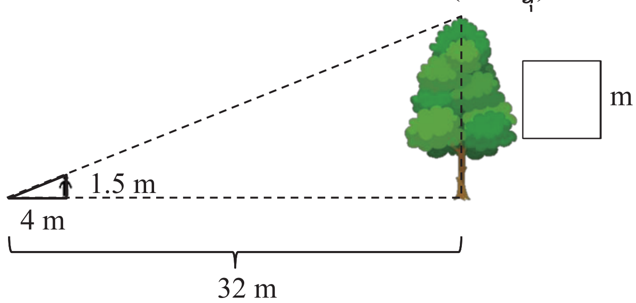
ដូច្នេះព្រះអាទិត្យ និងព្រះច័ន្ទហាក់ដូចជាមានទំហំប៉ុនគ្នាសម្រាប់ពួកយើងនៅលើផែនដី។

សំណួរខ្លីៗសម្រាប់មាត្រដ្ឋាន(1 ម៉ោង:100ពិន្ទុ)

*គ្រូបង្រៀនត្រូវបានផ្តល់យោបល់ឱ្យប្រើសំណួរទាំងអស់ ឬផ្នែកខ្លះនៃសំណួរនេះសម្រាប់សំណួរប្រចាំខែក្នុងសាលា។

1. រកកម្ពស់នៃដើមឈើក្នុងរូបខាងក្រោមៈ (10 ពិន្ទុ)

    (a) 24 m
    (b) 15 m
    (c) 12 m
    (d) 10 m



2. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 / 500 000។ បើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនទីគឺ 5 cm។ តើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនោះស្មើនឹងប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រនៅលើផែនដី? (10 ពិន្ទុ)

    (a) 25 km (b) 2.5 km (c) 250 km (d) 5 km

=

3. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 / 200 000 ។បើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនដីគឺ 14 km។ តើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនោះស្មើនឹងប៉ុន្មានសង់ទីម៉ែត្រនៅលើផែនទី? (10 ពិន្ទុ)

    (a) 14 cm (b) 7 cm (c) 20 cm (d) 28 cm

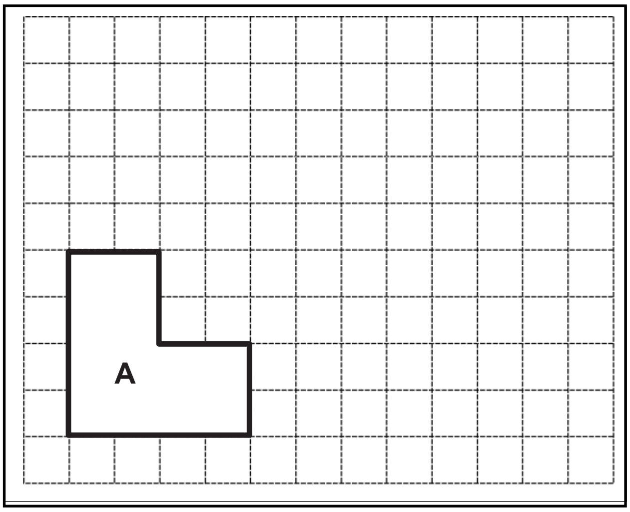
4. ចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនទីគឺ 4 cm ត្រូវនឹង 1 km នៅលើផែនដី។ តើផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋានប៉ុន្មាន?

(10 ពិន្ទុ)

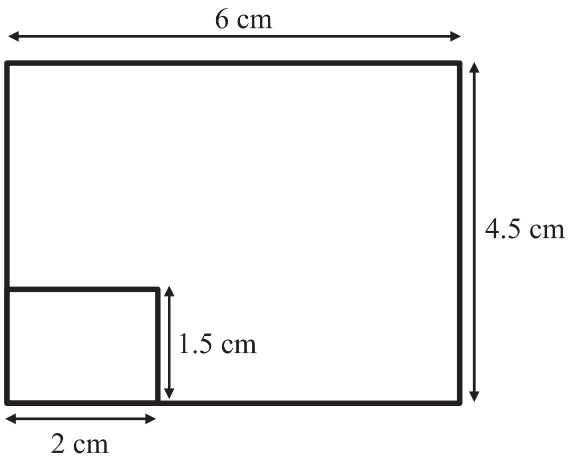
    (a) 1/1000 (b) 1/40000 (c) 1/25000 (d) 1/2500

5. ចូរគូររូបដែលដូចទៅនឹងរូប A ដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំហើយដោយជ្រុងនៃរូបដែលត្រូវគូរធំជាង 2 ដងនៃជ្រុងរបស់រូប A។

(20 ពិន្ទុ)



6. គេមានចតុកោណកែងចំនួនពីរដែលដូចគ្នា ដែលមានបណ្តោយ និងទទឹងដូចជានៅក្នុងរូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។



(1) រកផលធៀបរវាងជ្រុងនៃចតុកោណកែងតូច និងចតុកោណកែងធំ។ (5 ពិន្ទុ)

(2). រកផលធៀបរវាងក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងតូច និងចតុកោណកែងធំ។ (10 ពិន្ទុ)

(3) តើយើងអាចទាញបានអ្វីពីទំនាក់ទំនងរវាងផលធៀបជ្រុង និងផលធៀបផ្ទៃក្រឡាដោយប្រើចម្លើយ (1) និង (2)។ (10 ពិន្ទុ)

7. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 / 500 000 ហើយផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនៅលើផែនទីដែលមានបណ្តោយ និងទទឹងស្មើ 8 cm និង5 cm រៀងគ្នា។

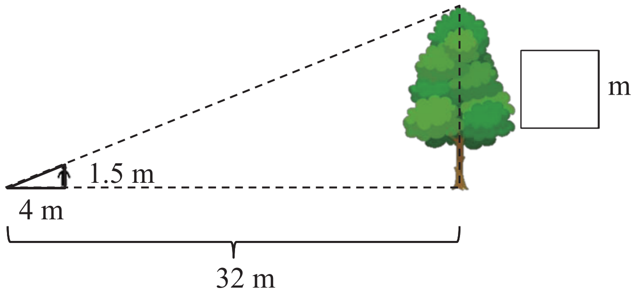
(1) រកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងនៅលើផែនទី (5 ពិន្ទុ)

(2) រកប្រវែបណ្តោយ និងទទឹងនៃចតុកោណកែងនៅលើផែនដី។ (10 ពិន្ទុ)

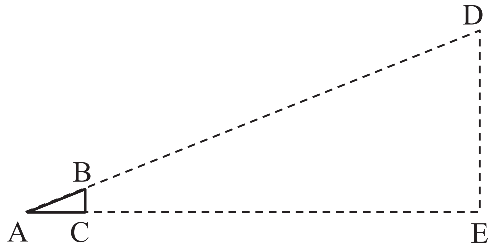
ចម្លើយ ការដាក់ពិន្ទុ និងការវាយតម្លៃ

1. រកកម្ពស់នៃដើមឈើក្នុងរូបខាងក្រោម៖ (10 ពិន្ទុ)

(a) 24 m
(b) 15 m
(c) 12 m
(d) 10 m



ចម្លើយ



ពិនិត្យត្រីកោណដូច ABC និង ADE ដែល

AC = 4 m, BC = 1.5 m, AE = 32 m.

$\frac{1.5}{4} = \frac{DE}{32} \Leftrightarrow DE = \frac{1.5}{4} \times 32 = 12$ m

ចម្លើយ (c) 12 m

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

2. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 / 500 000 ។ បើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនទីគឺ 5 cm។ តើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនោះស្មើនឹងប៉ុន្មានគីឡូម៉ែត្រនៅលើផែនដី? (10 ពិន្ទុ)

(a) 25 km (b) 2.5 km (c) 250 km (d) 5 km

ចម្លើយ

ដោយមាត្រដ្ឋានស្មើនឹង 1 / 500 000 នោះចម្ងាយពិតប្រាកដគឺ

5 cm x 500 000 = 2 500 000 cm = 25 000 m = 25 km ចម្លើយ (a) 25 km

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

3. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 / 200 000. បើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនដីគឺ 14 km។ តើចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនោះស្មើនឹងប៉ុន្មានសង់ទីម៉ែត្រនៅលើផែនទី? (10 ពិន្ទុ)

(a) 14 cm (b) 7 cm (c) 20 cm (d) 28 cm

ចម្លើយ

ដោយមាត្រដ្ឋានស្មើនឹង 1 / 200 000 នោះចម្ងាយនៅលើផែនទីគឺ:

$14 \text{ km} \times \frac{1}{200000} = 1\,400\,000 \text{ cm} \times \frac{1}{200000} = 7 \text{ cm}$ ចម្លើយ (b) 7 cm

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ
0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស

4. ចម្ងាយរវាងពីរកន្លែងនៅលើផែនទីគឺ 4 cm ត្រូវនឹង 1 km នៅលើផែនដី។ តើផែនទីនេះមានមាត្រដ្ឋានប៉ុន្មាន?

(10 ពិន្ទុ)

(a) 1/1000 (b) 1/40000 (c) 1/25000 (d) 1/2500

ចម្លើយ

មាត្រដ្ឋានស្មើនឹង
$4 \text{ cm} : 1 \text{ km} = 4 \text{ cm} : 100\,000 \text{ cm} = \frac{4}{100000} = \frac{1}{25000}$ ចម្លើយ $\frac{1}{25000}$

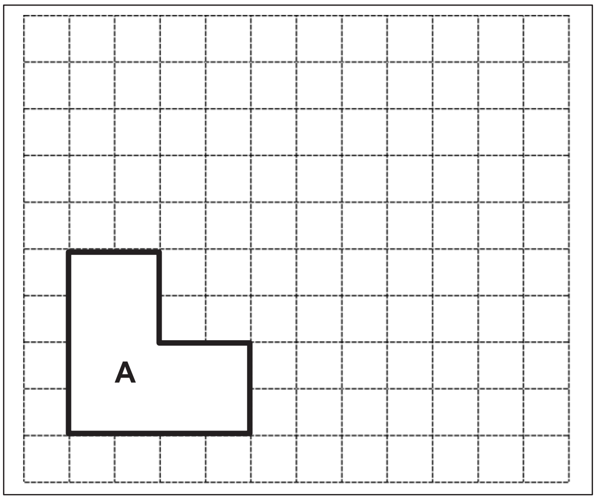
ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ=ជ្រើសរើសចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= ជ្រើសរើសចម្លើយខុស។

5. ចូរគូររូបដែលដូចទៅនឹងរូប *A* ដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំហើយដោយជ្រុងនៃរូបដែលត្រូវគូរធំជាង 2 ដងនៃជ្រុងរបស់រូប *A*។

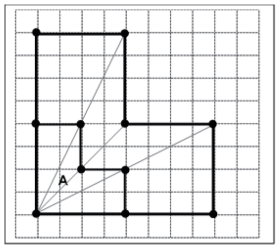
(20 ពិន្ទុ)



ចម្លើយ

តាមការបង្ហាញរូបនៅខាងស្តាំ

សំគាល់ថាមានវិធីជាច្រើនក្នុងការសង់រូបពង្រីក។



ការដាក់ពិន្ទុ

20 ពិន្ទុ=សង់រូបត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ= សង់រូបខុស

6. គេមានចតុកោណកែងចំនួនពីរដែលដូចគ្នា និងមានបណ្តោយ និងទទឹងដូចជានៅក្នុងរូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ។

(1) រកផលធៀបរវាងជ្រុងនៃចតុកោណកែង

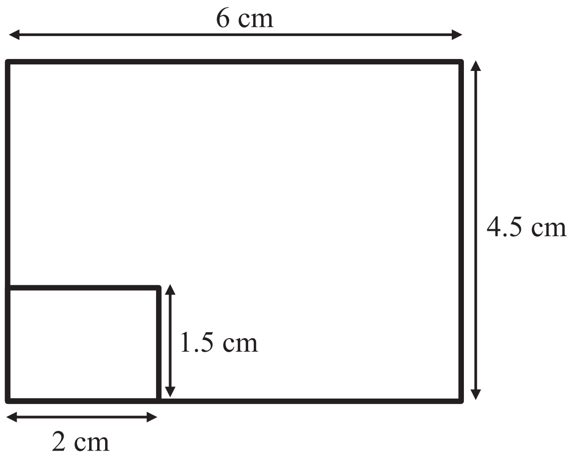
តូច និង ចតុកោណកែងធំ។ (5 ពិន្ទុ)

(2) រកផលធៀបរវាងក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង

តូច និងចតុកោណកែងធំ។ (10 ពិន្ទុ)

(3) តើយើងអាចទាញបានអ្វីពីទំនាក់ទំនងរវាង

ធៀបជ្រុង និងផលធៀបក្រឡាផ្ទៃដោយប្រើចម្លើយ (1) និង(2)។ (10 ពិន្ទុ)



ចម្លើយ (1)

ប្រៀបធៀបជ្រុងត្រូវគ្នា 1.5 : 4.5 = 2 : 6 = 1 : 3

ចម្លើយ 1 : 3

ការដាក់ពិន្ទុ

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ។ (ប្រភាគ $\frac{1}{3}$ ក៏ជាចម្លើយត្រឹមត្រូវដែរ)

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ។

ចម្លើយ (2)

ក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងតូចគឺ $2 \times 1.5 = 3$ cm^2 និងក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងធំគឺ $6 \times 4.5 = 27$ cm^2។

ដូចនេះ ផលធៀបនៃចតុកោណកែងនេះគឺ 3 : 27 = 1 : 9

ចម្លើយ 1 : 9

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = រកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងទាំងពីរត្រឹមត្រូវ (ប្រភាគ $\frac{1}{9}$ ក៏ជាចម្លើយត្រឹមត្រូវដែរ)

5 ពិន្ទុ = សរសេរផលធៀបផ្ទៃនៃចតុកោណកែងធំលើក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងតូចត្រឹមត្រូវ (ឧទា. 9 : 1)

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ។

ចម្លើយ (3)

ផលធៀបជ្រុងត្រូវគ្នានៃចតុកោណកែងទាំងពីរគឺ 1 : 3 ឬ $\frac{1}{3}$ និងផលធៀបផ្ទៃនៃចតុកោណកែងទាំងពីរគឺ 1 : 9 ឬ $\frac{1}{9} =$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2$ ដូចនេះ ផលធៀបផ្ទៃស្មើនឹងការេនៃផលធៀបជ្រុង។

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = សរសេរសន្និដ្ឋានបានត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរសន្និដ្ឋានមិនបានត្រឹមត្រូវ

7. គេមានផែនទីមួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន 1 / 500 000 ហើយក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងនៅលើផែនទីដែលមានបណ្តោយ និងទទឹងស្មើ 5 cm និង8 cm រៀងគ្នា។

(1) រកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងនៅលើផែនទី (5 ពិន្ទុ)

(2) រកប្រវែបណ្តោយ និងទទឹងនៃចតុកោណកែងនៅលើផែនដី។ (10 ពិន្ទុ)

ចម្លើយ (1):

ក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងនៅលើផែនទីគឺ $5 \times 8 = 40$ cm^2 ។

ចម្លើយ 40 cm^2

ការដាក់ពិន្ទុ

5 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ។

ចម្លើយ (2):

ប្រវែងទទឹងពិតប្រាកដគឺ 5 cm × 500 000 = 2 500 000 cm = 25 km

ប្រវែងបណ្ដោយពិតប្រាកដគឺ Width: 8 cm × 500 000 = 4 000 000 cm = 40 km ។

ចម្លើយ 25 km និង 40 km

ការដាក់ពិន្ទុ

10 ពិន្ទុ = សរសេរប្រវែងបណ្ដោយ និងទទឹងត្រឹមត្រូវតាមរយៈដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ

5 ពិន្ទុ = សរសេរប្រវែងបណ្ដោយ និងទទឹងត្រឹមត្រូវដោយគ្មានដំណោះស្រាយ។ សរសេរតែប្រវែងបណ្ដោយ ឬតែទទឹងត្រូវតាមរយៈដំណោះស្រាយត្រឹមត្រូវ

0 ពិន្ទុ = សរសេរចម្លើយមិនត្រឹមត្រូវ ។

ការវិនិច្ឆ័យ

ពិន្ទុ	ការវិនិច្ឆ័យ និងសំណូមពរសម្រាប់ការបង្រៀន
0 – 40	សិស្សទាំងនេះមិនទាន់បានទទួលនៅឡើយទេនូវចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាន និងជំនាញ ដូច្នេះចាំបាច់ត្រូវរំលឹកឡើងវិញនូវខ្លឹមសារនៃរូបដូចគ្នា និងផលធៀបដើម្បីរៀបចំសម្រាប់ការរៀនមេរៀននេះ។ គូររូបដើម្បីជួយដល់ការយល់របស់សិស្សពីទំនាក់ទំនងរវាងរូបដែលដូចគ្នា។
40 – 70	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានចំណេះដឹងជាមូលដ្ឋាន និងជំនាញអំពីរូបដូចគ្នា និងមាត្រដ្ឋានប៉ុន្តែត្រូវប្រតិបត្តិឱ្យបានច្រើនដើម្បីអនុវត្តចំណេះដឹង និងជំនាញរបស់ពួកគេទៅនឹងលំហាត់លើមាត្រដ្ឋាននេះ។
70 – 90	សិស្សទាំងនេះមានកម្រិតចំណេះដឹង និងជំនាញល្អលើមាត្រដ្ឋាន ប៉ុន្តែប្រហែលជាមានការលំបាកក្នុងការបម្លែងប្រវែងរវាងផែនទី និងផែនដីពិតប្រាកដមួយ។ ពួកគេត្រូវការការប្រតិបត្តិបន្ថែមទៀតនៅលើការអនុវត្តក្នុងការធ្វើមាត្រដ្ឋានបាន។
90 – 100	សិស្សទាំងនេះទំនងជាមានកម្រិតចំណេះដឹង និងជំនាញគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់អំពីមាត្រដ្ឋាន។ គ្រូបង្រៀនគួរតែរៀបចំលំហាត់ដែលមានកម្រិតខ្ពស់ជាងមុនបន្ថែមទៀតដើម្បីឱ្យការយល់ដឹងរបស់ពួកគេកាន់តែស៊ីជម្រៅ។

គាំទ្រដោយ